

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 50.

1. *Ueber eine Differentialmethode mit streifender Incidenz zur Bestimmung der Unterschiede der Lichtbrechungsverhältnisse von Flüssigkeiten; von Wilhelm Hallwachs.*

Zur Bestimmung der Brechungsdifferenzen von Lösungen und deren Lösungsmittel liefert bis zu recht erheblichen Verdünnungen der Interferentialrefractor, wie ich früher gezeigt habe¹⁾, eine brauchbare Methode. Seiner Anwendbarkeit ist bei grösser werdenden Concentrationen dadurch eine Grenze gesetzt, dass entweder die Zahl der am Fadenkreuz vorüberziehenden Interferenzstreifen unbequem gross, oder die Dicke der Flüssigkeitströge zu gering wird. Letztere lässt sich dann nicht genau genug messen, auch üben Abweichungen der Flüssigkeitsschicht vom Planparallelismus sowie Temperatureinflüsse zu starke Wirkung aus.

Für stärkere Lösungen ist daher eine andere Methode anzuwenden. Bisher wurde dazu meist die Prismenmethode mit Minimalablenkung benutzt, und selbst da gewöhnlich nicht differential gestaltet, wo man die Berechnung des Brechungsvermögens im Auge hatte, in dessen Formel die Brechungsdifferenz zwischen Lösung und Lösungsmittel direct eingeht, wie aus der weiter unten (p. 586) etwas ausgearbeiteten Formel erhellt. Diese Methode liefert indess erst für Concentrationen von erheblicher Stärke etwas grössere Ablenkungen; für diejenigen Verdünnungen, welche sich unmittelbar an die mit dem Interferentialrefractor zu erreichenden anschliessen, bleiben dieselben sehr klein.

1) W. Hallwachs, Gött. Nachr. 1892. p. 302; Wied. Ann. 47. p. 380. 1892.

Diesen Mangel zu beseitigen, ist der Zweck der im Folgenden beschriebenen Methode, welche Brechungsdifferenzen von Flüssigkeiten einerseits bis in das mit dem Interferentialrefractor zu erreichende Gebiet hinein zu bestimmen gestattet, andererseits auch bis zu sehr erheblichen Werthen dieser Differenzen anwendbar bleibt. Dieselbe liefert z. B. für einen Unterschied der Brechungsexponenten von 0,001; 0,005 bez. 0,1 etwa 6° ; 13° bez. 63° Ablenkung, während die Prismenmethode in differentialer Anordnung, bei den gewöhnlich angewendeten Prismen von 60° brechendem Winkel, für die gleichen Fälle nur $0,15^\circ$ bez. $0,8^\circ$ und 16° Ablenkung gibt.

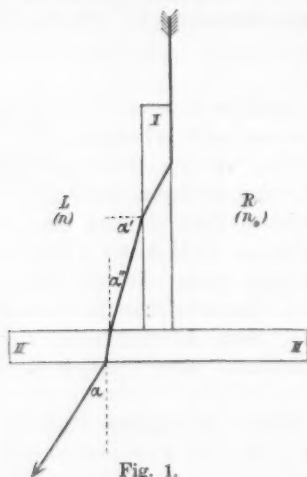


Fig. 1.

Princip der Methode.

In dem einen Winkelraum zweier senkrecht aufeinander stehender Planparallelplatten (Fig. 1) aus Glas, z. B. dem zur Rechten *R*, befindet sich das Lösungsmittel, in dem andern *L* die Lösung. Treffen normal zur Platte II verlaufende Lichtstrahlen streifend auf die Platte I auf, so gelangen sie nach dem Durchgang durch Platte I unter einem 90° nicht erreichenden

Austrittswinkel in die links befindliche Lösung. Sie gehen dann nach Platte II, durchsetzen diese und treten unter einem Winkel α gegen die Normale in die Luft aus. Strahlen, welche auf Platte I etwas geneigt auftreffen, verlassen Platte II unter einem α überschreitenden Winkel. Ein auf parallele Strahlen eingestelltes Auge, welches gegen die Platte II von aussen sieht, erblickt daher in der Richtung α eine scharfe Grenze zwischen hell und dunkel.

Nach Vertauschen der beiden Flüssigkeiten findet eine Ablenkung nach der entgegengesetzten Seite statt. Aus der mit Hilfe eines Spectrometers vorzunehmenden Bestimmung von 2α lässt sich die Differenz des Lichtbrechungsverhältnisses

der Lösung und des Lösungsmittels, wenn der Brechungsexponent des letzteren bekannt ist, in einfacher Weise finden. Die Temperatur der beiden Flüssigkeiten gleicht sich bei diesem Verfahren sehr rasch und sehr vollständig aus, sodass die von Temperaturdifferenzen herrührenden Fehler keine merkbaren Beträge erreichen. Kleine Abweichungen der Platten aus der gegenseitigen Normalstellung üben auf die Summe der unter Vertauschung der Flüssigkeiten nach rechts und links beobachteten Ablenkungen keinen Einfluss aus, wie unten näher erläutert werden wird.

Um die Abhängigkeit der Ablenkung von den Brechungsexponenten zu erhalten, bezeichnen wir mit

n_0 den Brechungsexponenten des Lösungsmittels,

n den Brechungsexponenten der Lösung,

α' den Austrittswinkel aus der Platte I in die Lösung,

α'' den Einfallswinkel an Platte II,

α , wie seither schon, den Ablenkungswinkel.

Dann ist

$$n_0 = n \sin \alpha' = n \cos \alpha'' = n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}},$$

woraus sich ergibt:

$$n - n_0 = \frac{\sin^2 \alpha}{n + n_0}.$$

Für n im Nenner der rechten Seite ist ein Näherungswerth meist bekannt. Indem man mit Hülfe desselben $n - n_0$ berechnet, lässt sich ein genauerer Werth für $n + n_0$ finden und damit $n - n_0$ corrigiren. Für verdünnte wässrige Lösungen liegt z. B. $n + n_0$ nahe bei 8/3. Eine kleine für ein bestimmtes Lösungsmittel, d. h. bestimmtes n_0 aufgestellte Tabelle, welche für eine Reihe angenommener Werthe von $n - n_0$ die zugehörigen Werthe von α enthält, lässt zu der erhaltenen Ablenkung leicht einen so nahe richtigen Näherungswerth für $n + n_0$ entnehmen, dass nur eine kleine nachträgliche Correction erforderlich ist.

Ausführung der Methode.

Zur Ausführung von Versuchen nach der angegebenen Methode diente ein Glastrog von $5 \times 5 \text{ cm}^2$ Grundfläche und

3 cm Höhe, von dessen Seitenwänden eine (II in Fig. 2) aus Planglas, die anderen aus gutem Spiegelglas bestanden. Eine auf der Mitte der Planplatte senkrecht stehende Planplatte (I), theilte den Trog in zwei Hälften.

Zur Herstellung des Troges erhielten zunächst alle erforderlichen, vorher an den Rändern sorgfältig abgeschliffenen Glasplatten im Luftbad eine Temperatur von etwa 100°. Die Grundplatte kam dann auf eine ebenfalls gut vorgewärmte dicke Glasplatte zu liegen, danach wurden zuerst die beiden Planplatten, darauf die übrigen Platten mit einem Kittstängelchen geeignet bestrichen und auf die Grundplatte aufgesetzt. Der zwischen den beiden Planplatten erforderliche

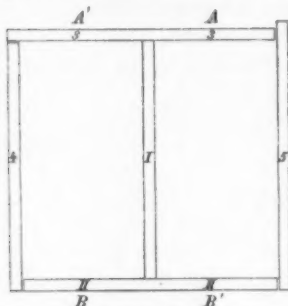


Fig. 2.

rechte Winkel gelang leicht bis auf 1' genau, indem ein vorhandenes, rechtwinkeliges Glasprisma an die Platten geeignet angedrückt wurde. Die Lösungen, welche der Messung unterworfen werden sollten, gestatteten die Benutzung von Wachs- und Kolophoniumkitt.

Die Kittfugen der Scheidewand I an der Stirn- und der Hinterwand (II und 3) des Troges erforderten gut verputzte Ränder.

Diese liessen sich mit Hülfe eines anfangs in Chloroform getauchten, zugespitzten Hölzchens leicht erzielen.

Zur Abblendung störenden Lichtes erhielten verschiedene Theile des Troges auf der Aussenseite schwarzen Anstrich, und zwar die Seitenwände 4 und 5 ihrer ganzen Ausdehnung nach, die Stirn- und Hinterwand erstens gegenüber der Kittfläche von Platte I auf einem schmalen, verticalen Streifen von etwas geringerer Breite wie diese Fläche, zweitens auf einem schmalen, horizontalen Streifen am oberen Rande, um die Menisken zu verdecken. Ferner wurde, je nachdem das Lösungsmittel sich in der rechten oder linken Troghälfte befand, während der Beobachtung die Theile A' und B' oder die Theile A und B der Hinter- und Stirnwand durch leichte, geschwärzte Platinbleche verdeckt.

Auf dem Tische eines Spectrometers hielten zwei geeignet angeschraubte Messingschienen den Trog in unveränderlicher Lage fest, sodass das Ein- und Umfüllen der Flüssigkeiten, das Umrühren derselben, sowie das Abnehmen und Auflegen des Glasdeckels keine Aenderung in der Lage des Troges verursachten. Auch gestattete diese Vorrichtung den letzteren, wenn er einmal vom Platze hatte entfernt werden müssen, ohne weitere Mühe in der ursprünglichen Orientierung wieder aufzustellen.

Als Lichtquelle diente eine etwa 1 m vom Trog aufgestellte Natriumflamme mit vorgestellter Linse. Bei der Beobachtung stärker verdünnter Lösungen musste dieselbe mit Bromnatrium gespeist werden: wegen der Abnahme der Lichtintensität im Randgebiete mit der Abnahme von $n - n_0$ erscheint sonst die Grenze nicht scharf genug.

Ein zwischen Lichtquelle und Trog geeignet eingeschobener Pappschirm mit 1 cm breitem Spalt schützte das am Fernrohr beobachtende Auge vor den directen Strahlen der Flamme. Während der Einstellung wurde der Beobachtungsraum ziemlich dunkel gehalten und die Mikroskope des Spectrometers bei der Ablesung durch kleine Glühlämpchen beleuchtet.

Die der Messung zu unterwerfenden Flüssigkeiten standen schon einige Zeit vor der Einfüllung in den Trog in kleinen Bechergläschen auf dem Spectrometertisch. Zweimaliges Vollfüllen der Trogabteilungen mit denselben und wieder Entleeren mit Hülfe einer Schlauchpipette entfernte die Reste früherer Füllungen. Nach dem Einfüllen waren nur etwa 5 Minuten für den Temperatúrausgleich erforderlich, wie die öfters angestellte thermometrische Controlle ergab. Gegen Ende dieser Zeit wurde der sonst aufliegende Glasdeckel einen Moment entfernt und mit einem Glasstäbchen oder Federchen umgerührt.

Genauere Theorie.

Es ist noch erforderlich, den Einfluss der Keilförmigkeit der die Scheidewand bildenden Planplatte zu untersuchen, sowie den Nachweis zu liefern, dass mit Hülfe zweiseitiger Beobachtung die Fehler, welche aus nicht genau normaler Stellung der Planplatten entstehen, eliminirt werden können.

Es mögen bezeichnen (vgl. Fig. 3):

δ den Keilwinkel der Scheidewand;

ε_1 und ε_2 den Ueberschuss der beiden Winkel zwischen Scheidewand und Stirnplatte über 90° ;

N das Brechungsverhältniss der Scheidewand;

β den Brechungswinkel des in die Scheidewand streifend eintretenden Strahles;

α_1 oder α_2 die Ablenkungswinkel der austretenden Randstrahlen gegen die Normale der Stirnplatte, je nachdem das Lösungsmittel R oder L füllt;

$n, n_0, \alpha', \alpha''$ die oben p. 579 angegebenen Grössen.

Dann ist:

$$(1) \quad n_0 = N \sin \beta$$

$$(2) \quad n \sin \alpha' = N \sin (\beta - \delta)$$

$$(3) \quad \alpha' + \alpha'' = 90 + \varepsilon_1$$

$$(4) \quad n \sin \alpha'' = \sin \alpha_1$$

$$(5) \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \delta = 0.$$

Aus (1) und (2) folgt durch Elimination von β

$$(6) \quad n \sin \alpha' = n_0 - \delta \sqrt{N^2 - n_0^2} = n_0 - N' \delta,$$

wenn wir für die Wurzelgrösse N' als Abkürzung einführen.

Weiter ergibt sich aus (3) und (4) durch Elimination von α''

$$\sin \alpha_1 = n \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{1.2} \right) \cos \alpha' + \varepsilon_1 \sin \alpha' \right]$$

und, wenn wir aus (6) die Werthe von $\sin \alpha'$ und $\cos \alpha'$ entnehmen:

$$(7a) \quad \sin \alpha_1 = \left(1 - \frac{\varepsilon_1^2}{1.2} \right) \sqrt{n^2 - (n_0 - N' \delta)^2} + \varepsilon_1 (n_0 - N' \delta).$$

Entsprechend erhalten wir für die Ablenkung nach rechts, wenn das Lösungsmittel sich in L , die Lösung in R befindet:

$$(7b) \quad \sin \alpha_2 = \left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{1.2} \right) \sqrt{n^2 - (n_0 - N' \delta)^2} + \varepsilon_2 (n_0 - N' \delta).$$

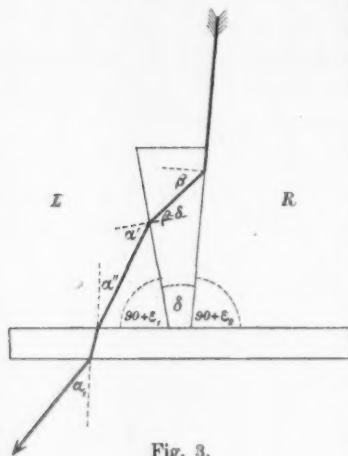


Fig. 3.

Indem wir die Summe der beiden Gleichungen (7) bilden, vernachlässigen wir erstens die beiden Glieder von der Ordnung δ^2 , nämlich das unter der Wurzel auftretende und das Glied $(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) N' \delta$, vgl. Gleichung (5), welche zusammen selbst bei Werthen von δ von z. B. $15''$ erst die achte Decimale des Brechungsverhältnisses treffen; zweitens vernachlässigen wir in dem Factor $2 - \frac{1}{2}(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)$ das zweite Glied, welches bei meinem Trog (ε etwa gleich $1'$) das Brechungsverhältniss im Maximum um zwei Einheiten der achten Decimale beeinflusste, also selbst für $\varepsilon = 5'$ die sechste Decimale noch nicht ändern würde. Mit diesen Vernachlässigungen erhalten wir:

$$\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 - n_0 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 2 \sqrt{n^2 - n_0^2} + 2 n_0 N' \delta.$$

Nach Einführung der halben Summe und Differenz der Winkel und Quadriren ergibt sich, wenn noch zur Abkürzung

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \alpha; \quad \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} = \zeta$$

gesetzt, und das Glied

$$n_0^2 \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \right)^2 = n_0^2 \frac{\delta^2}{4}$$

vernachlässigt wird:

$$(8) \quad n^2 - n_0^2 = \sin^2 \alpha \cos^2 \zeta - n_0 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \sin \alpha \cos \zeta - 2 n_0 N' \delta.$$

In dieser Gleichung können $\cos^2 \zeta$ und $\cos \zeta$ gleich 1 gesetzt werden. Denn durch Subtraction der beiden Gleichungen (7) erhält man

$$\zeta = - \frac{n_0}{\cos \alpha} \left(\varepsilon_2 + \frac{\delta}{2} \right),$$

sodass für einen Werth von ε_2 von selbst $5'$ der Werth der Brechungsdifferenz äussersten Falls erst um etwa eine Einheit der siebenten Decimale zu gross gefunden wird, wenn man die obige Vereinfachung vornimmt.

Als Schlussformel ergibt sich daher

$$(9) \quad n - n_0 = \frac{\sin^2 \alpha}{n + n_0} + \nu$$

$$\nu = - \delta \left[1 - \frac{3}{8} (n - n_0) \right] \left(N' - \frac{1}{2} \sin \alpha \right)$$

$$N' = \sqrt{N^2 - n_0^2}$$

Für die von mir benutzte Glassorte war $N = 1,534$, woraus $N' = 0,76$ gefunden wird. Der Keilwinkel der Planplatte wurde durch Reflexion an der Vorder- und Hinterfläche bei grossem Incidenzwinkel ($75-84^\circ$) bestimmt und zu $5,8''$ gefunden. Bei normaler Incidenz angestellte Controllversuche lieferten $5-6''$, dabei sind indess die beiden Bilder zu nahe nebeneinander, um eine gute Einstellung zu erlauben.

Die Rechnung nach Formel (9) wird am bequemsten in der Weise geführt, wie es p. 579 für die Näherungsformel angegeben ist.

Resultate einiger Bestimmungen.

Zur Prüfung der Methode gelangten vier Chlornatriumlösungen zur Messung, deren verdünnteste (1 Grammmolecul in 32 l Lösung) unter Anwendung der vorhandenen Mittel gerade an der Grenze der Bestimmbarkeit nach der jetzigen Methode lag. Die Ablenkung betrug dabei immerhin noch $3,5^\circ$. Indess waren die Ränder der vorhandenen Planplatten etwas ausgesprungen, sodass die Grenze nicht frei von einigem Nebenlicht blieb und daher, wegen der bei dieser Verdünnung geringen Lichtstärke im hellen Theil des Grenzgebietes, keine sehr scharfe Einstellung mehr erlaubte. Unter Benutzung von Planplatten mit fehlerfreien Rändern und bei Anwendung einer stärkeren Lichtquelle mag der Messbereich noch etwas weiter hinausgerückt werden. Mit der Methode des Minimums der Ablenkung würde sich für die erwähnte Lösung nur eine Doppelablenkung von $3'$ ergeben haben. In der folgenden kleinen Tabelle sind die Verdünnungen v (Anzahl Liter Lösung, in welchen ein Grammmolecul enthalten ist) der NaCl-Lösungen mit den erhaltenen Doppelablenkungen, den Beobachtungstemperaturen und den daraus berechneten Werthen der Brechungsdifferenz zusammengestellt. Letztere wurden zum Vergleich mit den früher mittels des Interferentialrefractors gefundenen Werthen¹⁾ auf die damalige Beobachtungstemperatur, $14,1^\circ$, reducirt. Der Ermittlung dieser Correction liegt die Annahme zu Grund, dass das aus der Brechungsdifferenz berechnete „Brechungsvermögen des festen NaCl“

1) W. Hallwachs, l. c.

in dem kleinen Intervall der Temperatur von dieser unabhängig ist. Die auf $14,1^\circ$ reducirten Werthe finden sich in Spalte 5. Die letzte Spalte enthält die Werthe $100 v (n - n_0)$, welche auch bei den früheren Interferentialrefractorbeobachtungen ermittelt wurden.

Der Berechnung der Verdünnungen liegt die Annahme zu Grunde, dass eine NaCl-Lösung von der Verdünnung 0,2 bei $14,1^\circ$ das specifische Gewicht $s(14,1^\circ / 4^\circ) = 1,18802$ besitzt.

Verdünnung v	Ablenkung 2α	Brechungs- differenz ($n - n_0$)	Temperatur	$n - n_0$ ($14,1^\circ$)	$100 \times$ $v (n - n_0)$
0,3993	$29^\circ 15' 14''$	0,023 686	$14,34^\circ$	0,023 703	0,9464
1,9964	$13^\circ 25' 56''$	0,005 100	$14,51^\circ$	0,005 107	1,0196
7,9856	$6^\circ 48' 54''$	0,001 303	$14,30^\circ$	0,001 304	1,041
31,942	$3^\circ 31' 1''$	0,000 332	$14,43^\circ$	0,000 333	1,06

Der letzte Werth konnte wegen der oben erwähnten geringen Schärfe der Grenze bei Untersuchung dieser verdünnten Lösung nur auf 1—2 Proc. genau bestimmt werden.

Für die Vergleichung mit meinen früheren Interferentialrefractorbeobachtungen ist zu bemerken, dass damals die NaCl-Lösungen, wie schon in der früheren Arbeit angegeben¹⁾, zuerst zur Untersuchung gelangten und von manchen späteren Verbesserungen der Versuchsweise noch keinen Vortheil ziehen konnten. Da der mögliche Fehler damals auf nahezu $\frac{1}{2}$ Proc. geschätzt wurde, sind die Werthe für $100 v (n - n_0)$ früher demgemäss angegeben worden. Die im Folgenden verwendeten früheren Beobachtungen sind auf die oben durch die Dichtigkeit definierte Normalmoleculzahl reducirt.

Die Verdünnungen $v = 4$ und $v = 8$, welche mit dem Interferentialrefractor für $100 v (n - n_0)$ bei $14,1^\circ$ die Werthe 1,030 und 1,041 lieferten, fallen in das Gebiet der Verdünnungen obiger Tabelle. Die Uebereinstimmung der Werthe von $100 v (n - n_0)$ mit den jetzigen ist durch Zufall genauer, als es nach dem oben über die Interferentialrefractorbeobachtungen Gesagten gefordert werden darf.

Für beide Beobachtungsreihen ist im Folgenden das so-

1) W. Hallwachs, Gött. Nachr. 1892. p. 306; Wied. Ann. 47. p. 390. 1892.

genannte Brechungsvermögen R des festen NaCl aus den einzelnen Lösungen berechnet. Bezeichnen d und d_0 das specifische Gewicht der Lösung und des Wassers, p den Procentgehalt, so ist

$$R = \frac{n - 1}{d} \frac{100}{p} - \frac{n_0 - 1}{d_0} \frac{100}{p}.$$

Die Formel kann in folgende Form gebracht werden, die sowohl den Einfluss der Fehler der einzelnen Beobachtungsgrößen auf den Werth von R unmittelbarer erkennen lässt, als auch die Rechnung mit weniger Stellen der Logarithmen zu führen gestattet. Es bedeute, ausser den schon angeführten Bezeichnungen (p. 579 und 584):

A das Aequivalentgewicht,

φ das sogenannte Molecularvolumen des Salzes in der Lösung¹⁾,

dann ist

$$AR = 1000v(n - n_0) + \varphi(n_0 - 1).$$

Die den einzelnen Lösungen zugehörigen Werthe von φ wurden für die Beobachtungstemperatur $14,1^\circ$ im Anschluss an das in der gerade citirten Arbeit angegebene Verfahren besonders bestimmt und in der folgenden Tabelle mit aufgeführt. Die letztere enthält ferner eine Zusammenstellung der Werthe $1000v(n - n_0)$ sowie die daraus berechneten R . Alle Angaben gelten für $14,1^\circ$.

	v	$1000v(n - n_0)$	$\frac{1}{3}\varphi$	R
Vor- liegende Methode	0,4	9,464	6,295	0,26934
	2	10,196	5,594	0,26987
	8	10,41	5,433	0,2708
	(32)	(10,6)	(5,32)	(0,273)
Inter- ferential- refractor	4	10,30	5,522	0,270
	8	10,41	5,433	0,271
	96,1	10,58	5,300	0,271
	192,2	10,53	5,287	0,270

Aus diéser Tabelle folgt: während die moleculare Brechungsänderung $v(n - n_0)$ beim Uebergang von der Verdünnung

1) Vgl. F. Kohlrausch u. W. Hallwachs, Gött. Nachr. 1893. p. 354; Wied. Ann. 50. p. 123. 1893.

0,4 zu 8 um etwa 9 Proc. wächst, thut dies das spezifische Brechungsvermögen des NaCl nur um etwa $\frac{1}{2}$ Proc.; und während die erstere beim Uebergang von $v=8$ bis zu $v=192,2$ um 2,3 Proc. steigt, erreicht die Aenderung des letzteren vielleicht das $\frac{1}{2}$ Proc. betragende Fehlermaximum der früheren Beobachtungen mit Kochsalzlösungen. Das spezifische Brechungsvermögen bleibt also von $v=0,4$ bis 192 bis auf etwa $\frac{1}{3}$ bis 1 Proc. constant, während sich die moleculare Brechungsänderung um 11 bis 12 Proc. vergrößert. *Der Gang in den Werthen der letzteren ist daher durch den Gang des sogenannten Molecularvolumens bedingt: die Dichtigkeit ist es im wesentlichen, auf die sich constitutive Einflüsse (Dissociation) geltend machen, das Brechungsvermögen wird von ihnen nur sehr wenig berührt.*

Schon in den früheren, oben citirten Arbeiten war auf die Möglichkeit eines solchen Verhaltens hingewiesen worden. „Soweit ich in der Literatur Angaben über die Dichte verdünnter Lösungen gefunden habe, wird eine so bedeutende Zunahme der molecularen Dichteänderung mit der Verdünnung, dass sie den Gang von $v \Delta n$ erklären könnte, innerhalb unserer Concentrationen nicht angenommen. Indess sind die Dichten verdünnter Lösungen zu wenig genau bekannt, sodass wir zu einem endgültigen Schlusse erst nach der Bestimmung dieser Grössen gelangen können. Wird sich dann herausstellen, dass das sogenannte Molecularvolumen einer Substanz in der Lösung sich im Bereiche unserer Verdünnungen noch so erheblich mit abnehmender Concentration vermindert, dass diese Verminderung allein zum Hervorbringen des Ganges von $v \Delta n$ ausreicht, so hätte man einerseits für diese, vielleicht unter Bezugnahme auf die Constitutionsänderungen, eine Erklärung zu suchen; andererseits würde ein solches Ergebniss die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit in Lösungen von den beim Verdünnen eintretenden Constitutionsänderungen erweisen. Die Dichtebestimmungen sind in Angriff genommen.“ Inzwischen sind die Resultate der Dichtebestimmungen, welche Hr. F. Kohlrausch in Gemeinschaft mit mir vorgenommen hat, veröffentlicht worden.¹⁾ Bei

1) Vgl. F. Kohlrausch u. W. Hallwachs, Gött. Nachr. 1893. p. 350; Wied. Ann. 50. p. 118. 1893.

denjenigen der früher optisch bestimmten Körper, bei welchen ich die Rechnung durchzuführen bisher die Zeit gewinnen konnte, hat sich überall dasselbe Resultat, wie bei der NaCl-Lösung ergeben: die bei der Verdünnung von Lösungen eintretenden Constitutionsänderungen (Dissociation), welche im Gang des electrischen Leitungsvermögens ihren deutlichsten Ausdruck finden, spiegeln sich auch im Verlauf der Dichtigkeiten wieder, sind aber nicht von der Art, dass sie auch auf den Werth des specifischen Brechungsvermögens, welches von Constitutionsänderungen im allgemeinen ja keineswegs unberührt bleibt, sondern meist stärker wie die Dichte beeinflusst wird, eine erhebliche Wirkung ausüben. Die Veröffentlichung dieser mit anderen Körpern erhaltenen Resultate muss leider noch hinausgeschoben werden.

Eingehendere Versuche über das Brechungsverhältniss von Kochsalzlösungen sind vor nicht langer Zeit von Hrn. Schütt veröffentlicht worden.¹⁾ Dieselben scheinen zwar auf den ersten Blick ein stärkeres Ansteigen von R mit der Verdünnung zu ergeben²⁾, verschafft man sich indess ein genaueres Urtheil über die Genauigkeit dieser Versuche und zwar einmal direct aus den Einzelbeobachtungen, indem man ihren relativen Gang ins Auge fasst, sodann auf Grund der oben p. 586 gegebenen Formel für R , indem man die Einzelfehler, welche der Bestimmung von $n - n_0$ und q anhaften, einführt, so ergibt sich, dass die Beobachtungen von Schütt ein $\frac{1}{2}$ Proc. erheblich übersteigendes Anwachsen von R nicht erweisen können. Die Brechungsdifferenzen wurden von Hrn. Schütt durch Subtraction der mit der gewöhnlichen Minimummethode erhaltenen Brechungsexponenten der Lösung und des Wassers gebildet, ein Verfahren, welches nach den Angaben des Verfassers eine Unsicherheit des einzelnen Brechungsexponenten von $1,5 \times 10^{-5}$ zulässt. Auch die Dichtebestimmungen der erwähnten Arbeit lassen für die Werthe von q Fehler zu, welche allein infolge der Ungenauigkeit der Temperaturbestimmung den Werth von R bereits bei der 1 proc. Lösung ($v = 5,8$) um beinahe eine Einheit der dritten Decimale beeinflussen können.

1) Schütt, Zeitschr. f. physikal. Chemie 5. p. 349. 1890.

2) l. c. p. 361.

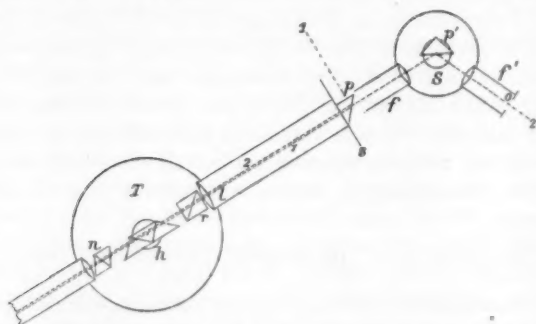
Ausser den Kochsalzlösungen gelangte noch eine ZnSO_4 -Lösung zur Messung nach der oben beschriebenen Methode. Dieselbe ergab bei $14,25^\circ$ eine Doppelablenkung von $9^\circ 59' 0''$, woraus (nach Formel (9)) $n - n_0 = 0,002\,816$ folgt. Die verwendete Lösung war schon $1\frac{1}{2}$ Jahre vorher bei den Messungen mit dem Interferentialrefractor benutzt worden und hatte damals bei $13,5$ den Werth $0,002\,806$ für $n - n_0$ geliefert. Reducirt man unter den früher angegebenen Voraussetzungen die erstere Beobachtung auf $13,5^\circ$, so ergibt sich $0,002\,820$. Letzterer Werth ist nur um $\frac{1}{2}$ Proc. grösser als der frühere. Es liegt nahe zu vermuthen, dass diese Differenz noch kleiner werde, wenn man eine etwaige Vergrösserung der Concentration der Lösung durch Verdunsten in der Zwischenzeit in Rechnung setzt. Zu diesem Zwecke hätte ich gern noch die Dichte der Lösung gleichzeitig mit den letzten optischen Bestimmungen mit Genauigkeit ermittelt. Aber infolge des Wechsels meiner Stellung musste ich auf manchen Versuch verzichten und auch darauf, die hier mitgetheilten, noch im strassburger physikalischen Institut angestellten Beobachtungen weiter fortzusetzen und zu vervollständigen.

Jugenheim a. d. Bergstrasse, Herbstferien 1893.

1) Die mitgetheilte Methode wurde im Februar d. J. der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft in Strassburg demonstirt.

2. Ueber die Aenderung der Intensität des parallel der Einfallsebene polarisirten Lichtes durch Reflexion an Glas; von Paul Glan.

Die vorliegende Arbeit, deren Inhalt vor längerer Zeit in den Monatsberichten der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin veröffentlicht worden ist, hat den Zweck den Wechsel der Lichtstärke zu bestimmen, welchen parallel zur Einfallsebene polarisirtes Licht durch Spiegelung an



Gläsern verschiedener Zusammensetzung erleidet. Es wurde untersucht Crown Glas und Flintglas und an beiden der Reflexionsfactor und seine Abhängigkeit von Einfallswinkeln festgestellt. Es genügt, zur vollständigen Kenntniss der Helligkeitsänderung durch Reflexion diejenige des parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichtes zu bestimmen, denn das Verhältniss der Reflexionsfactoren für das parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Licht ist durch zahlreiche Untersuchungen bekannt, damit aber durch Bestimmung des einen auch der andere gegeben.

Die Anordnung des Versuches ist durch die obenstehende Figur erläutert. An der Collimatorlinse l eines Theodolithen T war ein doppelbrechendes Prisma r so befestigt, dass sein Hauptschnitt dem Spalt s parallel war. Das Objectiv des

Beobachtungsfernrohres trug ein Nicol n mit Theilkreis, der Ablesungen auf Minuten gestattete, und zur spectralen Zerlegung des Lichtes diente der Prismenkörper h eines Hofmann'schen Spectroskops, das auf dem Tisch des Apparates befestigt war. Der Spalt s war durch einen Streifen Stanniol, dessen Breite so gewählt wurde, dass sich das ordentliche Bild der einen Hälfte mit dem ausserordentlichen der andern gerade berührte, in zwei Theile getheilt und man erhielt demnach zwei aneinandergrenzende Spectra, deren Intensität sich bei gleicher Helligkeit der beiden Spalthälften verhielt wie $k \cos^2 \alpha$ zu $k' \sin^2 \alpha$, wenn man mit α den Winkel bezeichnet, den die Polarisationsebene des Nicols mit dem Hauptschnitt des doppelbrechenden Prismas macht und mit k und k' die Schwächungscoefficienten, die durch den Durchgang der beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen durch den Apparat bedingt sind.

Eine Berührung ist infolge der Dispersion des doppelbrechenden Prismas nur für eine Farbe möglich, aber die starke Dispersion des Prismenkörpers h des Hofmann'schen Spectroskops macht diese Stelle genügend breit, um das Maximum der Empfindlichkeit für die betreffende Farbe erreichen zu können. Eine schwache Neigung des doppelbrechenden Prismas um eine Axe senkrecht zur Ebene der Zeichnung genügt, um diese enge Berührung an jeder Stelle des Spectrums hervorzurufen, an der man zu beobachten wünscht.

Zur Einstellung des Apparates wurde das Nicol ohne eingeschalteten Prismenkörper so gedreht, dass das eine Spaltbild verschwand, dann wurden die Prismen h vorgesetzt und so lange gedreht, bis wieder nur ein Bild des Spaltes zu sehen war. Es fällt dann ihre Einfallsebene mit dem Hauptschnitt des doppelbrechenden Prismas zusammen und zugleich ist damit der Punkt gegeben, von dem aus die Drehungen des Nicols zu zählen sind. Vor der unteren Hälfte des Spaltes s war ein rechtwinkeliges Glasprisma p befestigt, das das Licht einer seitlich aufgestellten Petroleumflamme 1 in den Apparat reflectirte. In gleicher Höhe mit der oberen standen das Fernrohr f und das Collimatorrohr f' eines kleinen mit drehbarem Tischchen versehenen Spectrometers S , die das Licht einer zweiten Flamme 2 auf die obere Spalthälfte con-

centrirten. Das der Flamme 2 zunächst stehende Collimatorrohr f'' hatte an Stelle des Spaltes eine kreisrunde Oeffnung o und die beiden nur mit den Objectivlinsen versehenen Röhren f und f'' waren so eingestellt, dass die Linse des ersteren ein scharfes Bild der im Brennpunkt der Linse des zweiten befindlichen Oeffnung o auf der oberen Spalthälfte des Photometers entwarf.

Zur Beobachtung wurde das der Flamme 2 zunächst befindliche Rohr f'' auf 180° in Bezug auf die Axe von f eingestellt und die Objectivlinse von f'' durch ein Nicol'sches Prisma ersetzt, das auf das Verschwinden des unteren Bildes der oberen Spalthälfte eingestellt wurde. Darauf wurde das Rohr f'' mit der vorstehenden Flamme um 40° gedreht, auf den Tisch des Spectrometers S das zu untersuchende Glasprisma p' leicht mit Wachs so aufgesetzt, dass es das Licht der Flamme 2 in den Spalt s reflectirte, und so lange geneigt, bis wieder das untere ausserordentliche Bild verschwunden war. Die Einfallsebene war dann parallel dem Hauptschnitt des doppelbrechenden Prismas r und die Beobachtungen gelten also für parallel der Einfallsebene polarisirtes Licht. Da die Axen von f und f'' senkrecht zur gemeinsamen Axe des Spectrometerkreises und seines Tischchens lagen, war dann auch die spiegelnde Fläche ihr parallel. Denn jene Axe war dem verticalen Spalt s parallel und senkrecht zum horizontalen Hauptschnitt von r . Es blieb dann auch bei gemeinsamer passender Drehung des Rohres f'' und des Prismas p' die Einfallsebene des an letzterem gespiegelten Lichtes ungeändert.

Zur Beobachtung unter verschiedenen Incidenzen wurden die beiden zu vergleichenden Spectra in der zu untersuchenden Farbe einmal auf gleiche Helligkeit gebracht, während, nach Abnahme des Tischchens mit dem Prisma p' , das Licht der Flamme 2 durch das Rohr f'' hindurch ungespiegelt zum Rohr f gelangte. Dann wurde das Collimatorrohr f'' mit der Flamme 2 um das doppelte des gewünschten Incidenzwinkels gedreht und das jetzt aufgesetzte Tischchen mit Glasprisma so eingestellt, dass das gespiegelte Bild der Oeffnung o wieder an derselben durch eine Marke am Photometer bezeichneten Stelle wie das directe Bild erschien. Das Tischchen des Spectrometers trug nach unten eine Röhre, mit der es

auf einen Stift aufgesetzt werden konnte, der sich in der Mitte des Spectrometerkreises befand. Sind dann α und β die Winkel, welche die Polarisationssebene des Nicols bei gleicher Helligkeit in beiden Fällen mit dem Hauptschnitt des doppelbrechenden Prismas macht, so ist die Intensität des reflectirten Lichtes in Theilen des auffallenden

$$R = \operatorname{tg}^2 \beta : \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Um mich hierbei von den etwaigen Aenderungen in der Helligkeit der beiden Flammen 1 und 2 unabhängig zu machen, wurden jedesmal fünf Einstellungen im directen und reflectirten Lichte hintereinander für denselben Einfallswinkel angestellt und je drei aufeinanderfolgende bei der Berechnung combinirt. Sämmtliche Betrachtungen gelten für die dem grünen Lichte des Thalliums entsprechende Stelle des Spectrums. Sie geben das Verhältniss der Intensität des reflectirten zum auffallenden Lichte für ein Crownglas- und ein Flintglasprisma, deren nichtspiegelnde Flächen berusst waren. Die Resultate, Mittel aus je zwölf Versuchen, sind in der folgenden Tabelle enthalten.

i	R	
	Crown- glasprisma	Flint-
30°	0,055	0,070
40°	0,072	0,084
50°	0,104	0,120
55°	0,133	0,161
60°	0,174	0,203
65°	0,231	0,254
70°	0,293	0,327

Die erhaltenen Zahlen lassen sich durch die Fresnel'sche Formel darstellen. Hierzu bedarf es einer genaueren Bestimmung der Brechungsexponenten der spiegelnden Flächen. Die Werthe derselben, wie sie sich aus den Ablenkungen durch das Prisma ergeben, können hier nicht benutzt werden, seitdem Seebeck gezeigt hat, dass durch das Schleifen und Poliren der Brechungsexponent der Oberfläche erheblich verändert werden kann und der Berechnung der Stärke des gespiegelten, parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichtes mit

Hülfe der Formel Fresnel's sind daher die aus der Tangente des Polarisationswinkels erhaltenen Werthe zu Grunde gelegt worden. Dieser sowie das Hauptazimuth sind für beide Prismen mit Hülfe des Babinet'schen Compensators bestimmt und ergaben die unter i_1 und A in den nächsten Tabellen angegebenen Werthe. Ferner ist der Werth n' des Brechungsexponenten hinzugefügt, wie er sich aus der Tangente des Polarisationswinkels ergibt, und der Werth n desselben, berechnet aus dem Minimum der Ablenkung für die Fraunhofer'sche Linie E . Die Tabelle enthält dann den Unterschied der beobachteten und berechneten Werthe.

Cronglas.

$$i_1 = 56^\circ 25,5' \quad n' = 1,507$$

$$A = 1^\circ 20'$$

$$n = 1,5275.$$

i	beob.	ber.	A
30°	0,055	0,059	- 0,004
40°	0,072	0,073	- 0,001
50°	0,104	0,114	- 0,010
55°	0,133	0,141	- 0,008
60°	0,174	0,179	- 0,005
65°	0,231	0,229	+ 0,002
70°	0,293	0,302	- 0,009

Flintglas.

$$i_1 = 57^\circ 37,5' \quad n' = 1,577$$

$$A = 2^\circ 31,5'$$

$$n = 1,6218.$$

i	beob.	ber.	A
30°	0,070	0,071	- 0,001
40°	0,084	0,093	- 0,009
50°	0,120	0,133	- 0,013
55°	0,161	0,162	- 0,001
60°	0,203	0,203	\pm 0,000
65°	0,254	0,257	- 0,003
70°	0,327	0,330	- 0,003

Die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen liegen völlig im Bereiche der Beobachtungsfehler.

Berlin, 23. August 1893.

3. Ueber die Phasenänderung des Lichtes bei der Reflexion an Metallen; von P. Drude.

Einleitung. Eine genaue experimentelle Ermittlung der Phasenänderung des Lichtes bei der Reflexion an Metallen hat mit gewissen Schwierigkeiten zu kämpfen, sodass bisher überhaupt nur wenige Zahlenangaben vorliegen, welche den Anspruch auf Zuverlässigkeit für sich machen. — Nach den ersten Versuchen von Quincke¹⁾ sind in dieser Richtung solche von Wernicke²⁾, Wiener³⁾, Glan⁴⁾ und Hennig⁵⁾ angestellt, jedoch widersprechen sich zum Theil noch ihre Resultate, z. B. die von Wernicke und Wiener über die Phasenänderung, welche das Licht bei der Reflexion an der Grenze Glas — Silber, resp. Glimmer — Silber erleidet, und zum Theil kann man gegen die Zuverlässigkeit der Methode Einwände erheben. Dies gilt für die von Glan und Hennig angewandte Methode, nach welcher aus der Messung der Durchmesser der Newton'schen Ringe, welche eine auf einen ebenen Metallspiegel aufgelegte Glaslinse bei Beleuchtung mit homogenem Lichte bildet, auf die Phasenänderung geschlossen wird, welche das Licht bei der Reflexion am Metallspiegel erleidet.

Ein solcher Schluss ist nämlich nur dann möglich, wenn eine genaue Berührung der Glaslinse mit dem Metallspiegel eintritt, und wenn man auch dieses Ziel nach einiger Mühe in den meisten Fällen mit hinreichender Genauigkeit wird erreichen können, so sind doch nur, nach Glan, die Beobachtungen an den engsten zwei oder drei Ringen zu verwerthen, damit eine Unsicherheit durch Variabilität der Krümmung der Linse und Platte vermieden wird. Infolgedessen kann die

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 142. p. 192. 1872.

2) W. Wernicke, Pogg. Ann. 159. p. 198. 1876.

3) O. Wiener, Wied. Ann. 31. p. 629. 1887.

4) P. Glan, Wied. Ann. 7. p. 640. 1879; 47. p. 252. 1892.

5) R. Hennig, Gött. Nachr. 13. p. 365. 1887.

Genauigkeit der erhaltenen Zahlen nicht sehr erheblich sein, und Hennig, der allerdings eine grössere Reihe von Ringdurchmessern verwerthet, sagt selbst auf p. 398 l. c.: „Dass die Messung der Newton'schen Ringe zur Bestimmung der absoluten Phasenverzögerung wenig geeignet erscheine.“

Es liegt mir fern, zu behaupten, dass die nach der Methode der Newton'schen Ringe erhaltenen Zahlen stets starke Fehler enthalten müssen, nur hielt ich es nicht für überflüssig, nach einer anderen Methode, welche zwar im wesentlichen von den bisher angewandten nicht verschieden ist, jedoch die Genauigkeit zu erhöhen gestattet, die Beobachtungen noch einmal wieder aufzunehmen. Ausserdem möchte ich auch dadurch einen Beitrag zu der Entscheidung zwischen den einander widersprechenden Resultaten Wernicke's und Wiener's liefern, da dieser Punkt gewisses theoretisches Interesse besitzt, wie weiter unten im „theoretischen Theil“ erläutert werden soll.

Alle bisher angewandten Methoden messen den Ort der Interferenzen zweier Wellenzüge, von denen der eine am Metall, der andere an einer durchsichtigen Substanz reflectirt wird. Diese Methoden *vergleichen* daher nur die durch erstere Reflexion verursachte Phasenänderung des Lichtes mit der durch letztere Reflexion hervorgebrachten. Man erhält also die durch Metallreflexion herbeigeführte Phasenänderung nicht direct, sondern nur indirect aus der beispielsweise durch Glasreflexion herbeigeführten Phasenänderung. Da man aber über letztere sichere Kenntniss besitzt, so ist daher solche auch über erstere zu erlangen. — Zu unterscheiden von diesen indirecten Methoden wäre eine directe Methode zur Ermittlung der durch Reflexion herbeigeführten Phasenänderung, welche beruhen konnte auf der Messung der Orte der Interferenzen, welche die einfallende Welle mit der reflectirten hervorbringt. Durch Wiener¹⁾ besitzt man jetzt ein Mittel, solche Messungen vornehmen zu können, indess ist diese directe Methode immer mit weit grösseren experimentellen Schwierigkeiten verknüpft, als die indirecten Methoden. Daher habe ich ebenfalls eine indirecte Methode benutzt.

1) O. Wiener, Wied. Ann. 40. p. 203. 1890.

I. Experimenteller Theil.

A. Phasenänderung bei der Reflexion an der Grenze Luft — massives Silber.

1. *Die Methode* war folgende: Es wurde eine ebene Glasplatte nach dem Böttger'schen¹⁾ Verfahren versilbert und dann das Silber innerhalb eines schmalen, etwa 2 mm breiten Streifens durch Kratzen mit einem zugeschnittenen Hölzchen oder einem Messer wieder entfernt. Auf die Glasplatte wurde sodann eine andere ebene Glasplatte so aufgelegt, dass eine dünne, schwach keilförmige Luftschicht sich zwischen beiden Platten befand, und zwar derart, dass die Keilkante senkrecht zu dem Streifen liegt, innerhalb dessen das Silber entfernt ist. Dieser Streifen soll im Folgenden der Kürze halber mit „Streifen A“ bezeichnet werden. Bei Beleuchtung mit homogenem Lichte erscheint die Plattencombination von schwarzen Interferenzfransen durchzogen, welche senkrecht zu dem Streifen A laufen und an den Rändern desselben abgesetzt erscheinen (vgl. Fig. 1). Aus der Verschiebung der Interferenzfransen, welche auf dem vom Silber entblößten Streifen A liegen, gegenüber den Interferenzfransen, welche auf den vom Silber bedeckten Stellen B verlaufen, kann man die Phasenänderung bei der Reflexion an den Stellen B ermitteln, oder vielmehr vergleichen mit der Phasenänderung bei der Reflexion im Streifen A, falls man die Dicke des Silberüberzuges kennt.

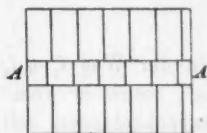


Fig. 1.

In der That, es mögen die Medien, welche successive vom Lichtstrahl getroffen werden, d. h. Glas, Luft, Glas im Streifen A, resp. Glas, Luft, Silber ausserhalb A durch 0, 1, 0 resp. 0, 1, 2 bezeichnet werden und durch Δ_{01} die Phasenbeschleunigung, welche eintritt, wenn das Licht im Medium 0 einfällt und am Medium 1 reflectirt wird. Bei senkrechter Incidenz wird also der Vector des einfallenden Lichtes dargestellt durch:

$$u_e = E \sin \pi 2 \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

1) Man vgl. z. B. F. Kohlrausch, Leitfaden der prakt. Phys. § 48.

der Vector des reflectirten Lichtes durch:

$$u_r = R \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda} \right) + A_{01} \right],$$

wobei die z -Richtung senkrecht zur Grenze stehen und λ die Wellenlänge des angewandten Lichtes in Luft bezeichnen soll. Analoge Bedeutungen mögen A_{10} , A_{12} etc. haben.

Es tritt Dunkelheit bei dem von der Plattencombination reflectirten Lichte ein, wenn die Phase des an der Grenze 01 reflectirten Lichtes an irgend einer bestimmten Stelle P , sagen wir z. B. an der Grenze 01 selbst, um π , 3π , $5\pi \dots$ verschieden ist von der Phase des an der Grenze 10 resp. 12 reflectirten Lichtes. Nennen wir daher die Dicke der keilförmigen Luftschicht, welche sich zwischen Silber und vorderer Glasplatte befindet, l_1 , die Dicke der Silberschicht l_2 , so ist die Dicke der Luftschicht im Streifen A gleich $l_1 + l_2$. Die Phase des an der Grenze 10 in A reflectirten Lichtes im Punkte P wird also gegeben durch:

$$A_{10} - 2\pi \frac{2(l_1 + l_2)}{\lambda},$$

da der Weg $l_1 + l_2$ zweimal vom Lichtstrahl zu durchlaufen ist, wenn er vom Punkte P durch Reflexion an 10 zu P zurückgelangen soll. Innerhalb des Streifens A treten also Minima der Lichtintensität auf für Dicken l_1 der Luftschicht, für welche ist:

$$(1) \quad A_{01} - \left(A_{10} - 2\pi \frac{2(l_1 + l_2)}{\lambda} \right) = \pi, 3\pi, 5\pi \dots,$$

ausserhalb des Streifens A treten dagegen Minima der Intensität an Stellen auf, für welche die Dicke der Luftschicht l_1' gegeben ist durch:

$$(2) \quad A_{01} - \left(A_{12} - 2\pi \frac{2l_1'}{\lambda} \right) = \pi, 3\pi, 5\pi \dots$$

Durch Subtraction dieser beiden Gleichungen (1) und (2) folgt:

$$(3) \quad A_{12} - A_{10} + 4\pi \frac{l_2 + l_1 - l_1'}{\lambda} = 0.$$

Nun kann man $l_1 - l_1' / (\lambda)$ erhalten aus der gegenseitigen Verschiebung der Interferenzfransen an den Rändern des Streifens A . Dieselbe wurde beobachtet, indem das Fadenkreuz eines mikro-

metrisch drehbaren Kathetometerfernrohrs auf die dunkelsten Stellen der Interferenzfransen successive eingestellt wurde. Nennt man eine Einstellung der Mikrometerschraube auf eine Franse, welche innerhalb A verläuft, r , dagegen eine Einstellung der Mikrometerschraube auf eine ausserhalb A verlaufende Franse r' , so muss l_1 und l_1' den Ablesungen r und r' proportional sein, wenn die Luftschicht der Plattencombination wirklich keilförmig ist. Es ist also zu setzen:

$$l_1 = \varepsilon r, \quad l_1' = \varepsilon r'.$$

Der Proportionalitätsfactor ε wird am einfachsten dadurch bestimmt, dass das Fernrohr auf zwei aufeinanderfolgende Fransen eingestellt wird, welche entweder beide innerhalb des Streifens A , oder beide ausserhalb des Streifens A verlaufen. Die Dickenzunahme von l_1 resp. l_1' ist dann gleich $\frac{1}{2} \lambda$, bezeichnet man daher den entsprechenden Zuwachs der Mikrometereinstellung mit Dr resp. Dr' , so ist:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{Dr} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{Dr'}.$$

Folglich wird:

$$(4) \quad \frac{l_1' - l_1}{\lambda} = \frac{1}{2} \frac{r' - r}{Dr} = \frac{1}{2} \frac{r' - r}{Dr'}.$$

Der Quotient $(r' - r) : Dr$ soll die relative Fransenverschiebung genannt und mit δr bezeichnet werden. Derselbe ist positiv, wenn die Fransen ausserhalb A an dickeren Stellen des Luftkeils liegen, als innerhalb des Streifens A .

Durch Einsetzen von (4) in (3) erhält man:

$$(5) \quad \frac{A_{12} - A_{10}}{2\pi} = \delta r - 2 \frac{l_2}{\lambda},$$

woraus zu erkennen ist, in welcher Weise die durch die Metallreflexion herbeigeführte Phasenbeschleunigung A_{12} sich aus beobachtetem δr bestimmt, wenn man A_{10} und l_2 kennt.

Die angestellten Ueberlegungen bleiben auch noch richtig, wenn man auf die wiederholten Reflexionen des Lichtes an den Grenzen 01, 10 resp. 12 Rücksicht nimmt, wie unten im „theoretischen Theil“ näher ausgeführt ist.

2. Die Messung der relativen Fransenverschiebung δr geschah in folgender Weise: Die Glasplatte wurde, nachdem sie mit Säure und Alkohol gereinigt und mit frischem Putzleder

abgerieben war, so lange im Silberbade gelassen, bis dass die Silberschicht nicht mehr oder nur ganz schwach durchsichtig war. (Eine solche Silberschicht soll als eine „massive“ bezeichnet werden im Gegensatz zu sehr dünnen, gut durchsichtigen Schichten.) Wesentlich dickere Silberschichten anzuwenden, ist deshalb unpraktisch, weil dann ein Fehler in der Dickenbestimmung der Schichten das Resultat für A_{12} stark entstellt. Und andererseits darf man auch nicht sehr dünne Silberschichten anwenden, weil dann durch mehrfache Reflexionen innerhalb derselben Complicationen eintreten, sodass A_{12} nicht mehr den für eine massive Silberschicht gültigen Werth besitzen kann. — Nach dem Herausnehmen aus dem Bade wurde die Glasplatte mit destillirtem Wasser abgespült, an der Luft getrocknet und mit einem Lederlappen polirt, sodass sie guten Metallglanz erhielt und ungefähr denjenigen Haupteinfallswinkel und dasjenige Hauptazimuth annahm, welche massive Silberspiegel bei der Reflexion von Natriumlicht aufweisen, wenn sie rein und gut polirt sind. Hauptsächlich wurde darauf geachtet, dass der Haupteinfallswinkel nahezu den normalen Werth annahm, weil dieses der beste Prüfstein für das Fehlen störender Oberflächenschichten ist, während die Politur nie so hoch getrieben werden konnte, dass auch das Hauptazimuth den normalen Werth eines massiven Spiegels erreichte. — Das Silber haftete fest und hielt die Politur aus, ohne viele Risse zu bekommen. Unter dem Mikroskop betrachtet zeigt es sich, abgesehen von einigen Rissen, von völliger Cohärenz.

Sodann wurde meist in drei einander annähernd parallelen 2 mm breiten Streifen A das Silber fortgekratzt und eine andere, vorher gut gereinigte Glasplatte auf die versilberte Platte gelegt. Die Platten wurden mit Hülfe eines Messingrahmens, der durch drei Schrauben zusammengedrückt werden konnte, gegenseitig festgehalten, und die Schrauben derartig angezogen, dass die bei Natriumbeleuchtung sichtbaren Interferenzfransen möglichst senkrecht zu den Streifen A und möglichst geradlinig verliefen und ausserdem möglichst gleichen Abstand von einander hatten. Derselbe wurde ziemlich eng gewählt (meist 20—30 Fransen auf eine Länge von 2 cm), weil dann die Interferenzfransen sich scharf abzeichnen, selbst auf den ver-

silberten Stellen der hinteren Glasplatte. Es wurde darauf geachtet, dass der Druck der Schrauben des Messingrahmens nur ein geringer war, eben genügend, um die Platten gegenseitig festzuhalten. Bei dem guten, ebenen Schliff der Platten war es dann zu erreichen, dass die Fransen über die ganzen Platten hinweg nahezu äquidistante Grade bildeten, während bei stärkerem Drucke der Schrauben die Platten verbogen und die Interferenzfransen verzerrt wurden.

Darauf wurde die Plattencombination einem stark vergrößernden Kathetometerfernrohr, welches um eine verticale Axe mikrometrisch drehbar war, in etwa 1 m Abstand gegenübergestellt und nahe zu dessen Seite ein breiter Bunsenbrenner aufgestellt, der die Natriumbeleuchtung lieferte. Die Plattencombination wurde so gedreht, dass die Streifen *A* horizontal lagen, d. h. der Mikrometerverschiebung parallel, und dass die Platten, im Fernrohr gesehen, hell erleuchtet schienen. Der Einfallswinkel ist dann sehr klein, er war stets kleiner als 3° . In den nachfolgenden Berechnungen ist er direct zu 0° angenommen. Das Fernrohr wurde auf deutlichste Sichtbarkeit der Interferenzfransen eingestellt und ein Faden des Ocularfadekreuzes des Fernrohrs so gedreht, dass er möglichst parallel den Interferenzfransen lag. Derselbe wurde wiederholt auf die Minima der Interferenzfransen eingestellt und die zugehörigen Stellungen der Mikrometerschraube notirt.

In den meisten Fällen erwies sich der gegenseitige Abstand der Interferenzfransen innerhalb des ganzen zur Untersuchung kommenden Gebietes nicht genau constant, wie es hätte eintreten müssen, wenn die Glasplatten und der Silberbelag genau eben gewesen wären. Die Zahlen *Dr* und *Dr'* variirten daher etwas, der Keilwinkel der zwischen beiden Platten liegenden Luftschicht war also nicht genau constant.

Da man aber annehmen konnte, dass derselbe innerhalb des kleinen (etwa 1 mm langen) Bereiches constant war, innerhalb dessen zwei aufeinanderfolgende Interferenzfransen verliefen, so konnte die relative Fransenverschiebung an einer bestimmten Stelle der Platten dadurch ermittelt werden, dass der Ocularfaden des Fernrohrs auf zwei aufeinanderfolgende Interferenzfransen des Streifens *A* und auf eine Interferenzfranse ausserhalb *A* eingestellt wurde, welche, wenn man sie

über A hinaus verlängern würde, zwischen jenen beiden in A verlaufenden Fransen liegen würde.

Da die Fransen dem Ocularfaden nie ganz genau parallel liegen, so wird zweckmässig auf die (in verticaler Richtung gerechnete) Mitte der Fransen innerhalb A und auf die Interferenzfranse ausserhalb A an denjenigen beiden Stellen eingestellt, an welchen sie den Streifen A trifft, d. h. am oberen und unteren Rande desselben. Nimmt man aus diesen beiden letzteren Einstellungen das Mittel, so bezieht man, bei geradlinigem Verlauf der Interferenzfransen in der Nähe von A (worauf stets geachtet wurde), den Ort der Interferenzfranse ausserhalb A ebenfalls auf die (in verticaler Richtung gerechnete) Mitte des Streifens A .

Die Beobachtungen wurden ferner zeitlich in derart symmetrischer Weise angestellt, dass das Mittel der Anfangs- und Endbeobachtungen sich stets auf gleiche Zeiten bezog, sodass kleine zeitliche Verschiebungen der Interferenzfransen, welche durch Temperaturänderung eintreten können, in ihrer Wirkung eliminirt wurden. Es wurden übrigens nur Beobachtungen benutzt, bei welchen diese zeitlichen Aenderungen, wenn sie überhaupt zu constatiren waren, sehr gering waren.

Die relative Fransenschiebung kann längs ein und desselben Streifens A nicht genau constant sein, wenn die Dicke der Silberschicht an den Rändern von A nicht überall denselben Werth hat. Meist konnte dies dadurch sehr annähernd erreicht werden, dass, bevor der Streifen A durch Kratzen erzeugt wurde, die Silberschicht im durchgehenden Lichte auf ihre Durchsichtigkeit untersucht und der Streifen A dann so angelegt wurde, dass er möglichst nur Stellen gleicher Durchsichtigkeit traf. Daher zeigte auch meist die relative Fransenschiebung δr keine Aenderung längs des Streifens A in einem bestimmten Sinne, sodass einfach das arithmetische Mittel der an den sämmtlichen (etwa 20) vorhandenen Fransen gefundenen Werthe für δr genommen wurde, um A_{12} aus der Formel (5) zu gewinnen. — An einer Platte zeigte sich eine Aenderung von δr längs A in einem bestimmten Sinne, und da auch die weiter unten zu besprechende Messung der Dicke l_2 der Silberschicht eine Aenderung derselben längs A in bestimmten Sinne ergab, so wurde A_{12} nach der Formel (5) für

jede Stelle der Platte besonders berechnet aus der dort vorhandenen Dicke l_2 der Silberschicht und dann erst aus diesen Resultaten das Mittel genommen. — Wenn übrigens die Dicke der Silberschicht nicht sehr erheblich variirt, so führt dies letztere Verfahren zu demselben Resultate für A_{12} , als das vorhin geschilderte, welches weit bequemer ist und nach welchem A_{12} aus dem Mittel der Beobachtungen über δr und dem Mittel der Beobachtungen über die Dicke l_2 der Silberschicht gewonnen wird.

Um die Anzahl der Beobachtungen, und damit ihre Zuverlässigkeit zu erhöhen, wurden auf jeder versilberten Glasplatte mehrere Streifen A , meist deren drei, hergestellt und an ihnen allen die Messungen vorgenommen.

Ein Beispiel mag den Gang der Beobachtungen verdeutlichen. In der Tabelle bedeuten r die Einstellungen der Mikrometerschraube des Fernrohrs auf die 25 Fransen innerhalb des Streifens A , deren Ordnungsnummer durch die in der ersten Columnne stehenden Zahlen 1 bis 25 angegeben ist. r_0 und r_u bedeuten die Einstellungen auf die ausserhalb A verlaufenden Fransen an dem oberen und unteren Rande von A , r' das arithmetischen Mittel beider Werthe r_0 und r_u . Ferner bedeutet Dr resp. Dr' die Differenz der Einstellungen auf zwei successive Fransen innerhalb, resp. ausserhalb des Streifens A , auf welche Distanz also die Dicke des zwischen beiden Platten liegenden Luftkeils um $\frac{1}{2}\lambda$ zunimmt. Der Luftkeil wurde dicker nach derjenigen Seite der Plattencombination, der grössere Werthe der Mikrometerschraube entsprechen, was daran erkannt werden konnte, dass die Distanz der Interferenzfransen zunahm, wenn man die Platten an der betreffenden Seite mit dem Finger zusammendrückte. Schliesslich bedeutet δr die relative Fransenschiebung an den einzelnen Stellen der Plattencombination, d. h. den Quotienten $r' - r : Dr$, wobei der Nenner Dr durch folgende Rechnungsoperationen gewonnen ist: Zunächst wurde aus den Werthen Dr und Dr' der Tabelle das Mittel genommen (9. Columnne der Tabelle), sodann wiederum das Mittel aus zwei solchen Zahlen, welche sich auf drei benachbarte Interferenzfransen beziehen, um Dr an der Stelle des mittelsten dieser drei Fransen, für welche Stelle man δr berechnen will,

zu erhalten. Diese Mittelwerthe von Dr sind in der 10. Columnne der Tabelle, welche mit $(Dr)_m$ überschrieben ist, enthalten.

Vor dem Zusammensetzen der Glasplatten wurden die Reflexionsconstanten des Silberbelags nach der Politur untersucht. Bei Beleuchtung mit Natriumlicht, welches unter dem Azimuth 45° gegen die Einfallsebene polarisirt war, ergab sich für den Einfallswinkel 70° eine relative Phasenverzögerung Δ der parallel und senkrecht polarisirten Componente des reflectirten Lichtes zu $\Delta = \pi - 74^\circ 30'$, nach beendigten Versuchen war $\Delta = \pi - 72^\circ 0'$. Ich habe früher¹⁾ für massives Silber, welches möglichst rein durch Schmirgeln gemacht war, Δ zu etwa $\pi - 69^\circ$ erhalten. Dieses zeigt, dass der Silberbelag der Platte nicht stark durch Oberflächenschichten verunreinigt war.

Tabelle I.
Silberschicht Nr. IV. Mittlere Streifen A.

	r	r_0	r_u	r'	$r' - r$	Dr	Dr'	$\frac{Dr + Dr'}{2}$	$(Dr)_m$	δr
1	0,860							0,768		
2	1,623	1,740	1,760	1,750	0,122	0,768		0,770	0,773	+0,158
3	2,398	2,530	2,546	2,538	0,140	0,770	0,788	0,779	0,765	0,188
4	3,151	3,262	3,314	3,288	0,137	0,753	0,750	0,752	0,765	0,179
5	3,940	4,063	4,047	4,055	0,115	0,789	0,767	0,778	0,775	0,148
6	4,710	4,812	4,848	4,830	0,120	0,770	0,775	0,773	0,783	0,153
7	5,500	5,609	5,643	5,626	0,126	0,790	0,796	0,793	0,793	0,159
8	6,288	6,419	6,431	6,425	0,137	0,788	0,799	0,794	0,797	0,172
9	7,095	7,187	7,245	7,216	0,121	0,807	0,791	0,799	0,811	0,149
10	7,900	8,060	8,054	8,057	0,157	0,805	0,841	0,823	0,815	0,193
11	8,710	8,881	8,841	8,861	0,151	0,810	0,804	0,807	0,801	0,187
12	9,520	9,639	9,649	9,644	0,124	0,810	0,783	0,796	0,823	0,150
13	10,360	10,529	10,480	10,504	0,144	0,840	0,860	0,850	0,824	0,175
14	11,161	11,319	11,283	11,301	0,140	0,801	0,797	0,799	0,801	0,175
15	11,977	12,095	12,089	12,092	0,115	0,816	0,791	0,803	0,816	0,141
16	12,798	12,928	12,930	12,929	0,131	0,821	0,837	0,829	0,835	0,157
17	13,634	13,774	13,780	13,777	0,143	0,836	0,848	0,842	0,831	0,172
18	14,452	14,610	14,590	14,600	0,148	0,818	0,823	0,820	0,818	0,181
19	15,263	15,408	15,434	15,421	0,158	0,811	0,821	0,816	0,825	0,191
20	16,110	16,260	16,228	16,244	0,134	0,847	0,823	0,835	0,846	0,158
Mikrometer zurückgedreht.										
20	0,960									
21	1,818	1,980	1,940	1,960	0,142	0,858		0,858	0,856	0,166
22	2,655	2,825	2,840	2,832	0,177	0,837	0,872	0,854	0,841	0,210
23	3,494	3,640	3,658	3,649	0,155	0,839	0,817	0,828	0,836	0,185
24	4,349	4,460	4,506	4,488	0,134	0,855	0,834	0,844	0,850	0,157
25	5,206	5,305	5,378	5,341	0,135	0,857	0,858	0,857	0,857	0,158

1) P. Drude, Wied. Ann. 39. p. 513. 1890.

Das Mittel für δr ergibt sich aus diesen Beobachtungen zu $+0,1690$. — Nimmt man das Mittel aus sämtlichen beobachteten $r' - r$ (0,1378), ferner das Mittel aus sämtlichen Dr und Dr' (0,8124), und dividirt beide Grössen in einander, so erhält man $\delta r = 0,1692$. Diese einfachere Berechnungsweise kann also an Stelle der complicirteren in Tabelle I eingeschlagenen treten, wenn der Fransenabstand Dr nur wenig längs des Streifens A variirt. Trotzdem sind die Rechnungen immer nach der in Tabelle I eingeschlagenen genaueren Methode durchgeführt.

In derselben Weise wurden noch zwei andere Streifen A der Platte Nr. IV untersucht, sodann die Dicke l_2 der Silberschicht bestimmt, in der unten angegebenen Weise, und schliesslich die Platte wieder gesäubert und mit neuem Silber belegt. Die anderen untersuchten Silberbelegungen habe ich unten bezeichnet mit Silberschicht Nr. I, II, III und V.

3. Zur Messung der Silberdicke l_2 wurde der Silberbelag in Jodsilber verwandelt, welches dann meist eine Newton'sche Farbe zweiter oder dritter Ordnung aufwies. Kennt man den Brechungsexponenten des Jodsilbers, so kann man die Dicke l_2' der Jodsilberschicht aus ihrer Farbe bestimmen; die Dicke l_2 der ursprünglichen Silberschicht wird, falls man die Dichte des Metalls s , die des Jodsilbers s' und das Aequivalentgewicht des Silbers durch Ag , das des Jodsilbers durch AgJ bezeichnet, durch die Formel gegeben:

$$(6) \quad l_2 = l_2' \frac{s'}{s} \frac{Ag}{AgJ}.$$

Unter Zugrundelegung der Werthe¹⁾: $s' = 5,6$; $s = 10,5$; $Ag = 108$; $AgJ = 235$; wird $l_2 = 0,245 \cdot l_2'$.

Die Dicke der durchsichtigen Jodsilberschicht wird aber nicht mit genügender Genauigkeit allein aus ihrer Farbe im reflectirten Lichte bestimmt, sondern besser in der Weise, dass wiederum über die Glasplatte, welche den Jodsilberüberzug besitzt, eine andere Glasplatte gelegt wird, ganz ähnlich, wie es in § 2 beschrieben ist, sodass eine keilförmige Luftschicht zwischen beiden Platten sich befindet, deren Kante senkrecht liegt zum Streifen A , der von Jodsilber frei ist.

1) Eine sehr genaue Kenntniss der Werthe von s' und s ist nicht nothwendig, da l_2 sich nach (6) nur wenig ändert bei Aenderungen von s' resp. s .

Bei Betrachtung in homogenem reflectirten Lichte erscheint wiederum die Plattencombination von Interferenzfransen durchgezogen, welche an den Rändern des Streifens A einen Sprung machen (vgl. Fig. 1). Aus der Grösse dieses Sprunges kann die Dicke der Jodsilberschicht sehr genau ermittelt werden. Die relative Fransenschiebung wurde in genau derselben Weise mikrometrisch gemessen, wie es im § 2 beschrieben ist.

Diese Methode zur Dickenbestimmung ist ganz ähnlich der von Wiener in Wied. Ann. 31, p. 629 angewandten. Sie unterscheidet sich von ihr nur darin, dass homogenes Licht angewandt wird, anstatt weissen Lichtes, welches nach der Reflexion spectral gelegt wird, und ausserdem unterscheidet sich noch die von mir angewandte Art der Berechnung der Dicke der Jodsilberschicht aus der relativen Fransenschiebung von der von Wiener angewandten Art. Wenn nämlich die Lichtreflexion nur an der Vorderfläche der Jodsilberschicht eintritt, so ist die relative Fransenschiebung δr der Dicke l_2 des Jodsilbers proportional. Dies findet aber nicht mehr statt, wenn, wie es streng genommen in Wirklichkeit eintritt, auch die Hinterfläche der Jodsilberschicht Licht reflectirt, da der Brechungsexponent des Jodsilbers wesentlich von dem des Glases abweicht, sodass mehrfache Reflexionen im Innern der Jodsilberschicht zu berücksichtigen sind. Die nöthigen Rechnungen sind weiter unten im „theoretischen Theil“ mitgetheilt, hier will ich nur das Resultat der Rechnungen angeben, weil dasselbe zur Auswerthung der Beobachtungen nothwendig ist.

Der Brechungsexponent der Glasplatte, welche zur Versilberung benutzt wurde und daher auch die Jodsilberschicht trug, hatte den Werth 1,50 für Natriumlicht. Es wurde nun zur Ermittlung des Brechungsexponenten der Jodsilberschicht die Platte in einen durch zwei Glasfenster geschlossenen Trog gethan, der mit Benzol vom Brechungsexponenten 1,50 für Natriumlicht angefüllt wurde. Die Glasfenster bildeten einen geeigneten Winkel miteinander (nahe an 80°). Der Brechungsexponent der Jodsilberschicht gegen Benzol ergab sich einfach aus seinem Polarisationswinkel φ (nach dem Gesetz $n = \operatorname{tg} \varphi$), da unter diesen Umständen das Jodsilber auf der Vorder- und Hinterfläche von einem Medium des Brechungsexponenten 1,50 umgeben war.

Die Messung wurde auf dem Tischchen eines Spectro-

meters vorgenommen und aus dem in Luft gemessenen Einfallswinkel der in Benzol stattfindende aus dem beobachteten Keilwinkel des Troges berechnet. Es ergab sich so aus zwei Versuchen $\varphi = 55^\circ 5'$ und $55^\circ 15'$ und daraus im Mittel als Brechungsexponent des Jodsilbers gegen Benzol $\operatorname{tg} \varphi = 1,43$. Daraus folgt als Brechungsexponent n_2' des Jodsilbers gegen Luft für Natriumlicht

$$n_2' = 2,15.$$

(Wernicke hat 2,18 angegeben.)

Unter Zugrundelegung dieses Werthes für n_2' ist in der im theoretischen Theil näher angegebenen Weise folgende Tabelle II berechnet, welche für die in der ersten Columnne angegebenen Dicken l_2' der Jodsilberschicht die relative Fransenverschiebung δr ergibt. δr ist positiv gerechnet, wenn die Fransen innerhalb des von Jodsilber freien Streifens A an dünneren Stellen des zwischen beiden Glasplatten befindlichen Luftkeils liegen, als die ausserhalb A liegenden Fransen. λ bedeutet die Wellenlänge des Natriumlichtes in Luft, d. h. die Länge $589 \cdot 10^{-6}$ mm. In der dritten Columnne sind die Newton'schen Farben angegeben, welche (nach Quincke) die Jodsilberschicht im senkrecht reflectirten weissen Lichte besitzen muss. Die vierte Columnne bezeichnet die Ordnungsnummer der Newton'schen Farben.

Tabelle II.

Abhängigkeit der relativen Fransenverschiebung δr von der Dicke l_2' der Jodsilberschicht.

l_2'/λ	δr	Farbe	
0,000	+ 0,000	Schwarz	I. Ordnung
0,013	+ 0,069		
0,026	+ 0,118	Eisengrau	
0,039	+ 0,150	Lavendelgrau	
0,052	+ 0,170		
0,065	+ 0,185	Graublau	
0,078	+ 0,199	Klares Grau	
0,091	+ 0,211		
0,103	+ 0,222	Grünlich Weiss	
0,116	+ 0,233	Strohgelb	
0,129	+ 0,244	Lebhaftes Gelb	
0,142	+ 0,255		
0,155	+ 0,267	Braungelb	
0,168	+ 0,280		
0,181	+ 0,295	Röthlich Orange	
0,194	+ 0,316	Warmes Roth	
0,207	+ 0,348	Tieferes Roth	

λ_2/λ	δr	Farbe	
0,220	+ 0,396	Purpur	II. Ordnung
0,233	+ 0,466	Indigo	
0,246	- 0,464		
0,259	- 0,416	Himmelblau	
0,272	- 0,384		
0,285	- 0,362	Grünlich Blau	
0,298	- 0,348	Grün	
0,311	- 0,334		
0,324	- 0,322	Hellere Grün	
0,336	- 0,314	Gelblich Grün	
0,349	- 0,302	Grünlich Gelb	
0,362	- 0,290	Reines Gelb	
0,375	- 0,280	Orange	
0,388	- 0,268		
0,401	- 0,254	Röthlich Orange	
0,414	- 0,240		
0,427	- 0,218	Dunkel Violettroth	
0,440	- 0,186		
0,453	- 0,138	Hell bläul. Violett	III. Ordnung
0,466	- 0,068	Indigo	
0,479	+ 0,002		
0,492	+ 0,050	Blau (grünlich)	
0,505	+ 0,082		
0,518	+ 0,104	Meergrün	
0,531	+ 0,118		
0,544	+ 0,132	Glänzend Grün	
0,557	+ 0,144		
0,570	+ 0,154	Grünlich Gelb	
0,583	+ 0,166	Fleischfarbe	
0,596	+ 0,178		
0,609	+ 0,188	Carminroth	
0,622	+ 0,200		
0,635	+ 0,214	Matt Purpur	
0,648	+ 0,228	Violett Grau	
0,661	+ 0,250	Graublau	IV. Ordnung
0,674	+ 0,282	Matt Meergrün	
0,687	+ 0,330	Bläulich Grün	
0,700	+ 0,400		
0,713	+ 0,470	Schön hellgrün	
0,726	- 0,482		
0,739	- 0,450		
0,752	- 0,428		
0,765	- 0,414	Hell graugrün	
0,778	- 0,400		
0,791	- 0,388	Grau, fast Weiss	
0,804	- 0,376	Fleischroth	
0,817	- 0,366		
0,830	- 0,356		
0,843	- 0,344		

l_2/λ	δr	Farbe	
0,856	- 0,332	Matt Blaugrün	} V. Ordnung
0,869	- 0,318		
0,882	- 0,304		
0,895	- 0,282		
0,908	- 0,250		
0,921	- 0,202		
0,934	- 0,132		
0,947	- 0,062		
0,960	- 0,014	Matt Fleischroth	
0,973	+ 0,018		
0,986	+ 0,040		
0,999	+ 0,054		
1,012	+ 0,068		

Die Tabelle lehrt, dass grade wie es empfindliche Newton'sche Farben gibt, welche sich stark ändern, wenn die Dicke einer dünnen Schicht nur sehr wenig sich ändert, auch empfindliche Dicken der Jodsilberschicht vorhanden sind, bei denen die relative Fransenschiebung δr sich stark ändert, wenn die Dicke l_2 nur wenig variirt. Dies geht noch deutlicher aus einer graphischen Darstellung der Tabelle II hervor, welche in der Fig. 2 angedeutet ist. In dieser bedeuten die drei verticalen schwarzen Linien drei aufeinanderfolgende Interferenzfransen an den Stellen der Plattencombination, auf welchen sich Jodsilber befindet, d. h. ausserhalb eines Streifens *A*, während die krummen schwarzen Linien darstellen die relative Lage der Interferenzfransen auf dem vom Jodsilber nicht bedeckten Streifen *A* gegenüber den ersteren Interferenzfransen. Dabei ist angenommen, dass die Dicke l_2' der Jodsilberschicht continuirlich vom unteren Ende der Zeichnung zum oberen wächst, die Dicke des zwischen den Glasplatten befindlichen Luftkeils, welche zu den Interferenzfransen Anlass gibt, von der linken Seite der Figur nach der rechten hin zunimmt. — Man erkennt, dass die empfindlichen Dicken anfangs ungefähr mit den Uebergangsstellen der verschiedenen

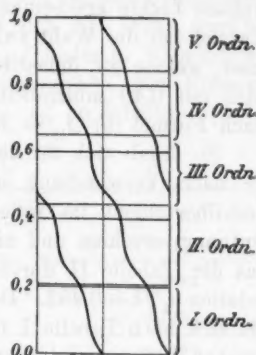


Fig. 2.

Ordnungen der Newton'schen Farben zusammenfallen; aus der Tabelle ergeben sich die genaueren Werthe der empfindlichsten Dicken zu:

$$\frac{l_2'}{\lambda} = 0,000; 0,233; 0,466; 0,700; 0,934.$$

Diese empfindlichen Dicken sind natürlich zur Ermittlung eines genauen Werthes der Reflexionsverzögerung A_{12} , besonders günstig, weil sie eine möglichst genaue Bestimmung der Jodsilberdicke l_2' , daher auch der Silberdicke l_2 gestatten.

Die Anwendung der Tabelle ist nun einfach die, dass man in gleicher Weise, wie es oben im § 2 für die Silberbelegung angegeben ist, auch für die Jodsilberschicht δr als Mittel aus zahlreichen Beobachtungen bestimmt und dann aus der Tabelle II die zugehörigen Werthe l_2'/λ entnimmt, wobei die im weissen Lichte erscheinende Farbe der Jodsilberschicht keinen Zweifel bei der Wahl zwischen mehreren Werthen l_2'/λ übrig lässt, welche zu demselben δr gehören. Dieser Werth l_2'/λ wird mit 0,49 multiplicirt, um $2l_2/\lambda$ zu erhalten, und dann nach Formel (5) $A_{12} - A_{10}$ berechnet.

So ergab sich für die im § 2 speciell angeführte Platte IV δr nach Verwandlung in Jodsilber zu + 0,0513. Da die Jodsilberschicht im reflectirten weissen Lichte blau (dritter Ordnung) erschien und nicht roth (fünfter Ordnung), so folgt aus der Tabelle II durch numerische oder graphische Interpolation $l_2'/\lambda = 0,492$. Daher ist $2l_2/\lambda = 0,49 \cdot 0,492 = 0,241$. Da sich nach Tabelle I für die Silberbelegung δr zu + 0,169 ergeben hatte, so folgt nach Formel (5) für diese Platte:

$$\frac{A_{12} - A_{10}}{2\pi} = 0,169 - 0,241 = - 0,072.$$

Die Tabelle II ist von allgemeinem Nutzen für alle Versuche, bei denen es auf die Dickenbestimmung einer auf Glas befindlichen Silberschicht ankommt. Die Tabelle muss nur etwas geändert werden, wenn der Brechungsexponent der Glasunterlage von 1,5 stark abweicht. In welcher Weise dies zu geschehen hat und wie man sich für jeden speciellen Fall eine geeignete Tabelle berechnen kann, ist aus dem „theoretischen Theil“ zu ersehen.

Ich habe die Aussagen der Tabelle II in Wirklichkeit stets bestätigt gefunden, d. h. es ergaben sich zu jeder

Newton'schen Farbe einer Jodsilberschicht die in der Tabelle angegebenen Werthe δr der relativen Fransenverschiebung. Speciell konnte ich auch constatiren, dass, wenn man sich eine schwach keilförmige Jodsilberschicht herstellte, indem die Glasplatte im Versilberungsbade geeignet geneigt aufgestellt wurde, dann bei denjenigen Newton'schen Farben, welche den sogenannten empfindlichen Dicken entsprechen, die Fransenverschiebung viel schneller mit der Dicke der Jodsilberschicht variierte, als bei den zwischenliegenden unempfindlichen Farben.

4. *Die Resultate der Beobachtungen.* In der angegebenen Weise wurde an mehreren Silberschichten die Phasenänderung durch Reflexion gemessen. Die Resultate sind in der Tab. III enthalten, in welcher auch die Dicke l_2 der angewandten Silberschicht angegeben ist. — Für die Schicht I trat die in § 2 auf p. 602 beschriebene complicirtere Berechnungsmethode in Kraft, da bei dieser Silberschicht sich ihre Dicke merkbar in einem Sinne längs des Streifens A änderte, während bei den übrigen Platten mit den Mittelwerthen der Fransenverschiebungen δr gerechnet ist, um A_{12} zu erhalten.

Tabelle III.

Silberschicht	l_2/λ	$\frac{A_{12} - A_{10}}{2\pi}$
I	0,111	- 0,0826
II	0,145	- 0,1294
III	0,073	- 0,0732
IV. { Streifen A_1	0,1176	- 0,0942
" A_2	0,1202	- 0,0714
" A_3	0,1220	- 0,0700
V. { Streifen A_1	0,1415	- 0,0980
" A_2	0,1350	- 0,0960
" A_3	0,1352	- 0,0814

$$\text{Mittel: } \frac{A_{12} - A_{10}}{2\pi} = - 0,0884.$$

Die Abweichungen für A_{12} , welche die verschiedenen Silberschichten oder die verschiedenen Streifen derselben Silberschicht vom Mittelwerth aufweisen, werden mehr durch Beobachtungsfehler, besonders bei der Dickenbestimmung, ver-

ursacht sein, als durch wirklich verschiedene physikalische Eigenschaften des Silbers, die Oberbeck¹⁾ hinsichtlich des electrischen Leitungsvermögens beim Silber gefunden hat. Denn durch das Poliren mit dem Lederlappen werden alle Silberschichten in stabile Modificationen übergeführt sein, und daher konnte ich auch nicht eine Aenderung von A_{13} im Laufe der Zeit (2—3 Tage) constatiren. — Geringe Beobachtungsfehler können schon ziemlich bedeutenden Einfluss auf das Resultat für A_{12} gewinnen, weil sich dasselbe als Differenz zweier Beobachtungen (der Dicke der Silberschicht und der relativen Streifenverschiebung) darstellt. Wenn z. B. bei der Silberschicht IV, Streifen A_2 (mittlerer Streifen) die relative Fransenverschiebung δr an der Silberschicht etwas zu klein bestimmt wäre, z. B. zu 0,159 anstatt 0,169, ferner die relative Fransenverschiebung an der Jodsilberschicht etwas zu gross gemessen wäre, z. B. zu 0,061 anstatt zu 0,051, so würde aus der Tabelle II die Dicke der Jodsilberschicht folgen zu: $l^2 = \lambda \cdot 0,496$, die doppelte Dicke der Silberschicht daher zu $2l_2 = \lambda \cdot 0,243$, und folglich $A_{12} - A_{10}/2\pi$ zu $-0,084$ anstatt, wie in der Tabelle III angegeben ist, zu $-0,071$.

Immerhin kann der Mittelwerth $-0,088$ wohl bis auf etwa 5 Einheiten der dritten Decimale als sicher gelten.

Es ist nun die Phasenbeschleunigung A_{10} an der Grenze Luft—Glas gleich π , wenn man sich des Fresnel'schen Lichtvectors bedient (electrische Kraft der electromagnetischen Lichttheorie), dagegen gleich Null, wenn man sich des Neumann'schen Lichtvectors bedient (magnetische Kraft).

Daher folgt für den Fresnel'schen Vector bei der Reflexion an Silber in Luft eine Beschleunigung A_{12} von 0,412 Wellenlängen, für den Neumann'schen Vector dagegen eine Verzögerung von 0,088 Wellenlängen.

Die von anderen Beobachtern erhaltenen Zahlen stimmen mit diesen Angaben in roher Weise überein. Quincke²⁾ fand in der Nähe senkrechter Incidenz (10—30°) eine Beschleunigung (des Fresnel'schen Vectors) von 0,3 bis 0,4 Wellenlängen,

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. 46. p. 265; 47. p. 353. 1892.

2) G. Quincke, Pogg. Ann. 142. p. 192. 1872.

Glan¹⁾ für rothes Licht eine Verzögerung (des Neumann'schen Vectors) von 0,109 Wellenlängen bei 20° Einfallswinkel.

B. Phasenänderung bei der Reflexion an der Grenze Glas — massives Silber.

5. *Die Methode* war folgende: Eine Glasröhre wurde in eine sehr grosse Kugel so dünn ausgeblasen, dass sie im reflectirten weissen Lichte Newton'sche Farben hoher (6. und 7.) Ordnung zeigte oder nur um ein Geringes dicker war. Im reflectirten Natriumlicht war die ganze Kugel von unregelmässig gezackten, schwarzen Interferenzfransen durchzogen. Es wurden Stellen auf der Kugel ausgesucht, an welchen die Interferenzfransen möglichst gerade und äquidistant verliefen und an diesen Plättchen von etwa 1 cm² Grösse ausgebrochen. Diese wurden auf einer Seite so dick versilbert, dass die Silberschicht nicht, oder nur sehr wenig durchsichtig war, und dann das Silber innerhalb eines schmalen, etwa 1 mm breiten Streifens *A*, der senkrecht zu den im Natriumlicht sichtbaren Interferenzfransen verlief, durch Kratzen mit einem Messer wieder entfernt. Dieses Kratzen musste sehr vorsichtig geschehen, weil dabei oft das dünne Glashäutchen zerbrach. Wenn man es auf weiches Leder legt, so gelingt meist die Operation, ohne Sprünge im Glashäutchen hervorzurufen. — Das so präparirte Glashäutchen wurde dann mit der Glasseite dem Kathetometerfernrohr gegenübergestellt und wiederum nach der oben beschriebenen Methode die relative Fransenschiebung der bei Natriumbeleuchtung sichtbaren Interferenzfransen gemessen, welche an den Rändern des Streifens *A* Sprünge machen. Dass das Glashäutchen nicht ganz eben war, störte die Beobachtung nicht.

Diese Methode ist der von Wernicke²⁾ und Wiener³⁾ angewandten ähnlich, sie unterscheidet sich dadurch, dass homogenes Licht angewandt wurde und nicht weisses Licht, welches nach der Reflexion spectral zerlegt wird. Man erreicht dadurch den Vortheil, dass man frei ist von dem Einfluss der Dispersionerscheinungen, d. h. von der Abhängigkeit der durch

1) P. Glan, Wied. Ann. 7. p. 655. 1879.

2) W. Wernicke, Pogg. Ann. 159. p. 198. 1876.

3) O. Wiener, Wied. Ann. 31. p. 647. 1887.

Reflexion herbeigeführten Phasenänderung von der Farbe des angewandten Lichtes.

Diese Bestimmung der Phasenänderung A_{02} bei der Reflexion an der Grenze Glas—Silber ist insofern bequemer und genauer, als die vorhin beschriebene Bestimmung der Phasenänderung A_{12} bei der Reflexion an der Grenze Luft—Silber, als man nur eine Messung vorzunehmen nöthig hat, nämlich die relative Fransenverschiebung δr , während man die Dicke der reflectirenden Silberschicht nicht zu messen braucht.

Nennt man die Medien Luft, Glas, Silber, resp. Luft, Glas, Luft 1, 0, 2, resp. 1, 0, 1, so treten nach denselben Ueberlegungen, wie sie oben im § 1 angestellt sind, innerhalb des Streifens A Interferenzfransen auf bei einer Dicke l_0 des Glaskeils, die sich ergibt aus:

$$(7) \quad A_{10} - \left(A_{01} - 2\pi \frac{2l_0}{\lambda_0} \right) = \pi, 3\pi, 5\pi \dots,$$

wobei λ_0 die Wellenlänge des Natriumlichtes im Glase bedeutet ($\lambda_0 = \lambda : n_0$), ausserhalb des Streifens A treten dagegen Interferenzfransen auf bei dicken l'_0 des Glaskeils, welche sich ergeben aus:

$$(8) \quad A_{10} - \left(A_{02} - 2\pi \frac{2l'_0}{\lambda_0} \right) = \pi, 3\pi, 5\pi \dots$$

Durch Subtraction beider Gleichungen (7) und (8) gewinnt man:

$$(9) \quad \frac{A_{02} - A_{01}}{2\pi} = 2 \frac{l'_0 - l_0}{\lambda_0}.$$

Nun ist auch hier wiederum $l_0 = \varepsilon r$, $l'_0 = \varepsilon r'$, falls ε ein Proportionalitätsfactor und r , r' die Mikrometereinstellungen auf die Fransen innerhalb A und ausserhalb A bedeuten.

Stellt man das Mikrometer auf zwei einanderfolgende Fransen des Streifens A ein und nennt den Zuwachs der Mikrometerangaben Dr , so nimmt die Dicke l_0 dabei um $\frac{1}{2}\lambda_0$ zu, es ist also $\frac{1}{2}\lambda_0 = \varepsilon \cdot Dr$. Daher wird auch hier

$$(9') \quad \frac{l'_0 - l_0}{\lambda_0} = \frac{1}{2} \frac{r' - r}{Dr} = \frac{1}{2} \delta r,$$

falls δr die relative Fransenverschiebung bedeutet, und nach (9) ist:

$$(10) \quad \frac{\Delta_{01} - \Delta_{02}}{2\pi} = \delta r.$$

δr ist positiv zu rechnen, falls die Fransen innerhalb des Streifens A an dünneren Stellen des Glashäutchens liegen, als die Fransen ausserhalb A .

6. *Der Sinn der Dickenänderung des Glashäutchens* ist nicht so einfach zu constatiren, als der Sinn der Dickenänderung eines zwischen zwei Platten befindlichen Luftkeils, weil man nicht durch Druck mit dem Finger oder einer Schraube den Keilwinkel beim Glashäutchen beliebig verändern kann. Es wurde deshalb folgender Weg eingeschlagen:

Auf das Tischchen eines Spectrometers wurden zwei verticale Spaltöffnungen aufgestellt, welche bei Beobachtung mit einem auf den verticalen Spalt eines Kollimatorrohres eingestellten Fernrohr eine Frauenhofer'sche Beugungsfigur hervorriefen. Es wurde das Fadenkreuz des Fernrohres auf die mittelste Beugungsfranse eingestellt und sodann das Glashäutchen, welches im Streifen A den Durchgang des Lichtes gestattete, mit horizontal liegendem Streifen A vor oder hinter die beiden Beugungsspalten geschoben. Dadurch wurden die Beugungsfransen abgelenkt, und zwar nach derjenigen Seite (auch im Fernrohr gesehen), nach welcher das Glashäutchen an Dicke zunimmt. Diese Seite wurde dann durch irgend ein Merkmal auf dem Häutchen selbst bezeichnet.

7. *Die Resultate der Beobachtungen.* Ein Beispiel mag wiederum ein Bild von der Genauigkeit der Beobachtungen geben. Es haben r , r_0 , r_u , r' , Dr und Dr' dieselben Bedeutungen wie in Tabelle I. Zur Berechnung der relativen Fransenverschiebung δr ist die bequemere Methode eingeschlagen, indem δr als Quotient der beobachteten Mittelwerthe $r' - r$ und Dr , resp. Dr' berechnet ist. Diese Methode führt ja, wie oben (p. 605) constatirt ist, zu nahe denselben Resultaten, wie die strengere in Tabelle I eingeschlagene Berechnungsmethode.

Tabelle IV.

Silberschicht V'.

	r	r_0	r_u	r'	$r' - r$	Dr	Dr'
1	0,605						
2	1,026	0,817	0,970	0,893	0,133	0,421	
3	1,492	1,250	1,375	1,312	0,180	0,466	0,419
4	1,941	1,723	1,817	1,770	0,171	0,449	0,458
5	2,441	2,211	2,305	2,258	0,183	0,500	0,488
6	2,920	2,745	2,762	2,753	0,167	0,479	0,495
7	3,439	3,262	3,271	3,267	0,172	0,519	0,514
8	3,955	3,806	3,784	3,795	0,160	0,516	0,528
9	4,487	4,342	4,333	4,337	0,150	0,532	

Mittel: 0,165 | 0,485 | 0,484

$$\delta r = + 0,340.$$

δr ist positiv, weil die Fransen innerhalb A nach der dünneren Seite der Glashaut abgelenkt waren gegenüber den Fransen ausserhalb A .

In der angegebenen Weise sind sieben verschiedene Silberschichten untersucht. Auf jeder war ein Streifen A angebracht, nur die Schicht III' enthielt deren vier. Die in Tabelle V angegebene Zahl bei III' bezieht sich auf den aus allen vier Streifen erhaltenen Mittelwerth

Tabelle V.

Silberschicht	Dr	δr
I'	0,666	0,377
II'	0,400	0,388
III'	0,626	0,372
IV'	0,940	0,387
V'	0,485	0,340
VI'	0,560	0,367
VII'	0,371	0,298

$$\text{Mittelwerth: } \frac{A_{02} - A_{01}}{2\pi} = \delta r = + 0,365.$$

Bei der Berechnung des Mittelwerthes ist die Zahl der Schicht III' mit dem vierfachen Gewicht eingeführt, weil sie vier beobachtete Streifen A enthielt, während an den übrigen Schichten nur ein Streifen A benutzt war.

Die Uebereinstimmung der Zahlen der Tabelle ist in Anbetracht der Herstellungsart des Glashäutchens noch leidlich

gut zu nennen. Der Mittelwerth von δr mag etwa auf eine Einheit der zweiten Decimale sicher sein. — Die Tabelle V lehrt, dass δr vom Fransenabstand $D r$, d. h. vom Keilwinkel des Glashäutchens, nicht merkbar abhängt.

Da für den Fresnel'schen Vector $A_{01} = 0$ ist, so ergibt sich, dass derselbe bei der Reflexion an der Grenze Glas—Silber eine Beschleunigung A_{02} von 0,365 Wellenlängen erfährt, der Neumann'sche Vector dagegen eine Beschleunigung von 0,865, oder — was dasselbe ist — eine Verzögerung von 0,135 Wellenlängen, da für ihn $A_{01} = \pm \pi$ ist.

8. Der Vergleich mit den Resultaten anderer Beobachter zeigt Folgendes: Wernicke und Wiener haben eine dünne theilweise mit Silber belegte Glas- resp. Glimmerplatte mit weissem Lichte beleuchtet und das reflectirte Licht spectral zerlegt. Das Spectrum zeigte sich von Interferenzfransen durchzogen, welche an der Grenze der Silberbelegung einen Sprung machten. Nach Wernicke ist die relative Fransenschiebung etwa 0,25, und zwar sind die Interferenzfransen auf dem Silberbelag um diese Grösse gegen die Interferenzfransen auf den unbelegten Stellen nach dem blauen Ende des Spectrums zu verschoben.

Wie nun die Formeln (7) und (8) lehren, ist, abgesehen von den Werthen A_{10} , A_{01} , A_{02} , nur der Werth des Quotienten $l_0 : \lambda_0$, d. h. der Werth des Verhältnisses der Dicke der Glashaut zu der Wellenlänge des angewandten Lichtes, maassgebend für die Lage einer Interferenzfranse. Bei der von mir benutzten Anordnung ist l_0 variabel und λ_0 constant, bei der von Wernicke und Wiener benutzten Anordnung ist umgekehrt l_0 constant und λ_0 variabel. Da es aber nur auf den Quotienten $l_0 : \lambda_0$ ankommt bei der Lage einer Interferenzfranse, so erkennt man, dass eine Verschiebung derselben bei der Wernicke'schen Anordnung nach dem blauen Ende des Spectrums zu, d. h. nach kleinerem λ_0 zu, entsprechen muss einer Verschiebung der Interferenzfranse bei meiner Anordnung nach den dickeren Stellen der Glashaut zu, d. h. nach grösseren l_0 . — Da wir nun (p. 615) δr positiv gerechnet haben, wenn die Interferenzfransen auf dem Silberbelag an dickeren Stellen der Glashaut liegen, als die Fransens innerhalb des silberfreien Streifens A , so werden wir dement-

sprechend die von Wernicke gefundene relative Fransenverschiebung positiv nennen müssen, da die Fransen des Silberbelags nach dem blauen Ende zu gegen die Fransen der unbelegten Stellen verschoben sind.

Das Resultat Wernicke's stimmt also qualitativ mit dem von mir gefundenen $\delta r = + 0,365$, sein Werth ist allerdings numerisch kleiner; vielleicht kann dies dadurch veranlasst sein, dass, wie Wernicke angibt, seine Silberschichten durchsichtig waren, und daher, falls sie hinreichend dünn gewesen sind, noch nicht die Eigenschaften massiven Silbers besaßen. Nach Wiener sind die Interferenzfransen eines mit dickem Silber belegten Glimmerblättchens um im Mittel 0,65 Fransenbreiten gegen die Fransen der unbelegten Stellen verschoben und zwar nach dem rothen Ende des Spectrums zu. Sie sind also um 0,35 Fransenbreite nach dem blauen Ende des Spectrums verschoben, es würde also nach Wiener $\delta r = + 0,35$ sein. Diese Zahl stimmt sehr gut mit dem von mir erhaltenem Werthe; es ist allerdings zu berücksichtigen, dass beide Werthe (der Wiener'sche und der meinige) deshalb nicht direct vergleichbar sind, weil Wiener Glimmer verwendete, während ich Glas benutzte ($n_0 = 1,50$). Aus der unten im theoretischen Theile mitgetheilten Formel (41) ergibt sich, dass der hierdurch hervorgebrachte Unterschied in δr nicht sehr gross sein kann. Nach der Theorie folgt nämlich für Glas—Silber $\delta r = + 0,377$. für Glimmer—Silber, wenn man als mittleren Brechungsexponenten des Glimmers für Natriumlicht die Zahl 1,57 annimmt, $\delta r = + 0,371$; also müsste in der That bei der Reflexion im Glimmer an Silber δr etwas kleiner sein, als bei der Reflexion in Glas an Silber.

9. *Eine Untersuchung auf Oberflächenschichten* zwischen dem Silber und dem Glase wurde in der Weise vorgenommen, dass an drei gleichseitigen Glasprismen je eine Seite versilbert wurde und dann die Reflexionsparameter bei dem Einfallswinkel 60° an der Grenze Glas—Silber ermittelt wurden für Natriumlicht, welches linear unter dem Azimuth 45° gegen die Einfallsebene polarisirt war. — Die Reflexionsparameter (Azimuth ψ der wiederhergestellten Polarisation und relative Phasenänderung Δ der senkrecht und der parallel zur Einfallsebene polarisirten Componente des reflectirten Lichtes)

müssen sich für die Grenze Glas—Silber berechnen lassen aus den Werthen, welche an der Grenze Luft—Silber beobachtet werden, falls störende Oberflächenschichten fehlen. Die Existenz derselben kann man also prüfen, indem man zunächst die Reflexionsparameter für Luft—Silber an möglichst reiner Silberoberfläche beobachtet, dann daraus die Reflexionsparameter für die Grenze Glas—Silber berechnet, und dieses Resultat mit den beobachteten Werthen der letzteren vergleicht. Besonders muss das Vorhandensein einer Oberflächenschicht den Werth von Δ beeinflussen.¹⁾

Besonders bequem ist nun die Berechnung der Grösse

$$S = \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} P,$$

wo φ den Einfallswinkel bezeichnet und P eine Hilfsgrösse ist; welche definirt ist durch:

$$\cos P = \cos \Delta \sin 2\psi,$$

wobei ψ und Δ die Reflexionsparameter sind. Die Grösse S muss nämlich²⁾ vom Einfallswinkel unabhängig und umgekehrt proportional dem Brechungsexponenten desjenigen Mediums sein, in welchem das Licht einfällt, um dann am Metall reflectirt zu werden.

Es ergab sich nun an den Rückflächen der Silberbelegungen der Prismen, nachdem sie mit einem reinen Lederlappen polirt waren, in Luft für $\varphi = 70^\circ$ im Mittel:

$$\Delta = \pi - 69^\circ 6', \quad 2\psi = 85^\circ 58', \quad \text{d. h. } S = 3,74.$$

Dieses sind auch nahezu die Werthe der Reflexionsparameter, welche ein rein geschmirgelter und polirter Silberspiegel in Luft für $\varphi = 70^\circ$ besitzt.³⁾ Auf der Glasseite der Silberbelegung erhielt ich bei $\varphi = 60^\circ$ folgende Werthe der Reflexionsparameter Δ' und $2\psi'$:

Tabelle VI.

Prisma	n	Δ'	$2\psi'$	S'	$S:S'$
Nr. 1	1,531	$\pi - 62^\circ 39'$	$83^\circ 15'$	2,46	1,52
" 2	1,531	$\pi - 61^\circ 54'$	$82^\circ 48'$	2,46	1,52
" 3	1,524	$\pi - 61^\circ 51'$	$83^\circ 20'$	2,48	1,51

1) Vgl. P. Drude, Wied. Ann. **39**. p. 488, 1890.

2) Vgl. P. Drude, Wied. Ann. **36**. p. 544. 547. 1889.

3) P. Drude, Wied. Ann. **39**. p. 513. 1890.

Es bedeutet n den Brechungsexponenten der Glasprismen. Da dieser in der That nahezu gleich ist dem Verhältniss $S:S'$, wo S sich bezieht auf die Reflexion in Luft an Silber, S' auf die Reflexion in Glas an Silber, so ist zu schliessen, dass merkbare Oberflächenschichten nicht zwischen dem Glase und der Silberbelegung vorhanden gewesen sind.

Dieses Resultat ist von Wichtigkeit, weil von Voigt¹⁾ die Wirkung störender Oberflächenschichten vermuthungsweise herangezogen ist, um einen Widerspruch zwischen gewissen Beobachtungen Wiener's und der Theorie zu erklären.

Ich werde unten im „theoretischen Theil“ diesen Widerspruch näher besprechen; jedenfalls geht aus den soeben mitgetheilten Untersuchungen hervor, dass man eine Erklärung nicht auf die Wirkung von so dicken Oberflächenschichten basiren darf, wie sie Voigt vermuthet ($\frac{1}{2}$ Wellenlänge dick), da diese die Reflexionsparameter des Silbers im Glase in erheblicher Weise ändern und die in der Tabelle VI erwiesene Gesetzmässigkeit stören müssten.

C. Phasenänderung bei der Reflexion an der Grenze Luft — dünnes Silber.

10. Es ist ohne weiteres klar, dass die Phasenänderung, welche das Licht bei der Reflexion an einer auf Glas liegenden Silberschicht erleidet, denselben Werth annehmen muss, wie die durch Reflexion am Glase herbeigeführte Phasenänderung, wenn die Silberschicht sehr dünn — sagen wir: unendlich dünn — ist. Es erhebt sich nun die Frage: In welcher Weise variirt die durch Reflexion an einer Silberschicht herbeigeführte Phasenänderung, wenn die Dicke der Schicht allmählich von Null an bis zu grösseren Werthen wächst, speciell: geht die Phasenänderung bei der Dicke Null auf dem kürzesten Wege, d. h. nur durch dazwischenliegende Werthe, in die Phasenänderung an massiven Schichten über oder nicht? — Von vornherein, aus irgend welchen Plausibilitätsgründen, kann man keine Beantwortung dieser Frage geben. Es erscheint vielleicht plausibeler, sie mit „ja“ zu beantworten, doch werden wir unten im „theoretischen Theil“ sehen, dass gerade Ueber-

1) W. Voigt, Wied. Ann. 35. p. 97. 1888.

legungsgründe, nämlich die Theorie, die Frage mit „nein“ beantwortet.

Jedoch soll zunächst besprochen werden, was die Erfahrung hierüber lehrt.

Ich habe zwei sehr dünne Silberschichten nach derselben Methode untersucht, wie sie unter A. §§ 1—4 beschrieben ist. Es unterblieb nur die Politur mit dem Lederlappen, da die Schichten dadurch zu stark verletzt wurden.

Eine solche Silberschicht ergab eine relative Fransenverschiebung von $\delta r = +0,0371$. — Als sie in Jodsilber verwandelt wurde, zeigte sie im reflectirten weissen Lichte Farben der ersten Newton'schen Ordnung. Im reflectirten Natriumlichte ergab sie eine relative Fransenverschiebung von $\delta r = +0,297$. Nach Tabelle II betrug also die Dicke l_2' der Jodsilberschicht $l_2' = 0,182 \cdot \lambda$, daher die doppelte Dicke der Silberschicht $2l_2 = 0,089 \cdot \lambda$ (d. h. $l_2 = 26,3 \cdot 10^{-6}$ mm).

Nach Formel (5) berechnet würde daher folgen:

$$\frac{A_{12} - A_{10}}{2\pi} = -0,052,$$

d. h. kleiner, als für massives Silber.

Für eine andere Silberschicht, deren Dicke zu $28 \cdot 10^{-6}$ mm bestimmt wurde, ergab sich an der Silberschicht $\delta r = +0,005$, d. h.

$$\frac{A_{12} - A_{10}}{2\pi} = -0,090,$$

also etwa ebenso gross, als an massivem Silber. — An einer sehr dünnen Stelle ($l_2 = 12 \cdot 10^{-6}$ mm) betrug $\delta r = +0,04$ für Silber, dagegen nach Verwandlung in Jodsilber $\delta r = +0,205$. Daraus berechnet sich $A_{12} - A_{10}$ zu Null. — Es ist sehr schwer, für sehr dünne Silberschichten auch bei denselben Dicken constante Zahlen zu bekommen, wie auch Wiener l. c. p. 643 angibt.

Ich habe daher bei anderen Versuchen nur auf den Sinn der relativen Fransenverschiebung δr an der Silberschicht geachtet. Die Glasplatte wurde schief in das Silberbad eingetaucht, sodass nach dem Herausnehmen eine keilförmige Silberschicht sich gebildet hatte, deren Dicke allmählich von Null bis zu demjenigen Werthe etwa zunahm, wie sie die in Tabelle III angeführten Silberschichten besaßen. Innerhalb

eines Streifens A , der senkrecht zur Keilkante der Silberschicht verlief, wurde das Silber fortgewischt und eine Glasplatte in der oben beschriebenen Weise darübergelegt. — Die Plattencombination zeigte an den verschiedenen Stellen des Streifens A eine verschiedene relative Fransenverschiebung δr , was zu erwarten war, da die Silberdicke nicht constant war. Es erwies sich δr beständig als positiv, d. h. die Interferenzfransen innerhalb A lagen überall nach dünneren Stellen des Luftkeils zu, als die Interferenzfransen ausserhalb A . — Für sehr geringe Silberdicken war die relative Fransenverschiebung δr natürlich sehr gering, es konnte aber deutlich constatirt werden, dass an gewissen Stellen der Platte, wo δr positiv, aber sehr klein, z. B. kleiner als $+0,02$ war, doch schon ein Silberbelag von gewisser Dicke vorhanden war. Denn wenn die Platte mit Jod behandelt wurde, so trat an derselben Stelle eine weit grössere, gut messbare positive Fransenverschiebung δr auf, die oft den fünffachen Betrag von dem an der Silberschicht beobachteten Werthe δr besass. Es war also deutlich eine Jodreaction vorhanden. Diese dünne Jodsilberschicht sass meist so fest, dass sie kaum durch Reiben mit einem trockenen Tuche zu entfernen war, während bei der ursprünglichen, sehr dünnen Silberschicht dies meist leicht gelang.

Das von mir erhaltene Resultat, dass δr beständig positiv ist (wenn die Silberdicke nicht zu gross wird), weicht ab von dem Resultat Wiener's, der (l. c. p. 642) für $l_2 = 35 \cdot 10^{-6}$ mm δr zu Null angibt und für $l_2 = 29 \cdot 10^{-6}$ mm δr negativ zu $-0,07$. Während also meine Versuche die oben p. 620 aufgeworfene Frage in bejahendem Sinne beantworten, würden die Wiener'schen Versuchen die entgegengesetzte Antwort geben. Diese Abweichung kann durch eine Verschiedenheit der physikalischen Eigenschaften der dünnen, in beiden Fällen benutzten Silberschichten erklärt werden (Wiener stellte dieselben meist durch Zerstäuben einer Silberkathode her). In welcher Weise sich eine solche Erklärung aussprechen würde, soll unten im „theoretischen Theil“ erörtert werden.

D. Phasenänderung bei der Reflexion an der Grenze Glas — dünnes Silber.

11. In der unter B. §§ 5—7 beschriebenen Weise habe ich die Abhängigkeit der relativen Fransenverschiebung δr von der Dicke der Silberbelegung der Glashaut untersucht. Dieselbe variirte von Null bis zu solchen Dicken, in denen das Silber kaum noch Licht hindurchliess.

Es ergab sich für alle (vier) untersuchten Glashäute, dass von sehr kleinen Dicken des Silberbelags an, wo δr gleich Null war, δr zunächst negativ wurde, d. h. die Fransen auf den belegten Stellen an dünneren Stellen der Glashaut lagen, als auf dem unbelegten Streifen *A*. — In diesem Sinne nahm der absolute Betrag von δr beständig zu, überschritt den Werth $-\frac{1}{2}$, bis dass er an dickeren Stellen des Silberbelags etwa den Werth $-\frac{2}{3}$ erreichte, was gleichbedeutend mit $+\frac{1}{3}$ ist, d. h. dem Werthe, welcher an massiven Silberschichten constatirt ist, wie oben unter B. beschrieben ist. Der Sinn, in welchem die Dicke der Glashaut zunahm, ist nach der oben im § 6 beschriebenen Methode constatirt. —

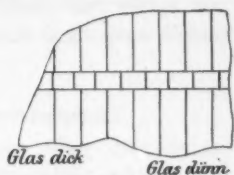


Fig. 3.

Das Bild, welches eine Glashaut mit rückwärtigem, keilförmigen Silberbelag zeigte, ist in Fig. 3 verdeutlicht.

Dieses Resultat steht im Einklange mit dem von Wiener erhaltenen, nach dem bei einem Glimmerstück, welches mit einem keilförmigen Silberbelag versehen ist, die Interferenzfransen, welche bei spectraler Zerlegung des reflectirten weissen Lichtes sichtbar werden, mit wachsender Dicke des Belags sich immer mehr nach dem rothen Ende des Spectrums zu verschieben, bis dass die Fransen der dickbelegten Stellen um $\frac{2}{3}$ Streifenbreite in diesem Sinne gegen die Fransen der unbelegten Stellen verschoben sind, was dasselbe bedeutet, als dass erstere Fransen gegen letztere um $\frac{1}{3}$ nach dem blauen Ende des Spectrums zu verschoben wären, in welcher Fassung das Resultat für massiven Silberbelag oben auf p. 618 ausgesprochen ist.

Das Charakteristische dieses Verhaltens wird auch dadurch

gekennzeichnet, dass für gewisse Dicken des Silberbelags der Werth $\frac{1}{2}$ für die relative Fransenverschiebung δr eintritt, dass also der Werth von δr nicht auf dem kürzesten Wege vom Werthe Null, den er für verschwindende Dicke des Silberbelags besitzt, in denjenigen Werth ($+\frac{1}{3}$) übergeht, welchen δr für massiven Silberbelag aufweist.

Wernicke ist zu dem entgegengesetzten Resultat gelangt, nach dem für keine Dicke des Silberbelags der Werth $\frac{1}{2}$ vorkommt.

Wir werden im „theoretischen Theil“ sehen, dass von vornherein dieses Resultat Wernicke's eher zu erwarten gewesen wäre, als das entgegenstehende. — Ich habe es aber, wie gesagt, in keinem Falle bestätigt gefunden.

(Fortsetzung folgt.)

4. Beiträge zur Kenntniss der Linienspectren; von J. R. Rydberg.

Unter diesem gemeinschaftlichen Titel wird eine Reihe kleiner Mittheilungen spectralanalytischen Inhalts veröffentlicht werden. Die ersten beziehen sich hauptsächlich auf die Messungen von Kayser und Runge (Ueber die Spectren der Elemente, Abhandl. der Akad. der Wissensch. zu Berlin, 1888—1892¹⁾) und bezwecken dieses Material vollständiger, als bisher geschehen ist, zu bearbeiten. Zugleich werde ich die Gelegenheit benutzen, auf verschiedene von den Hrn. Kayser und Runge gegen meine früheren Arbeiten auf diesem Gebiete gemachte Anmerkungen zu erwidern und einige von ihnen bei der Anordnung der Spectrallinien begangene Fehler zu berichtigen.

I. Eine neue Serie des Magnesiumspectrums.

Bei meinen früheren Untersuchungen über die Linienspectren der Grundstoffe²⁾ habe ich Gelegenheit gehabt, die völlige Uebereinstimmung darzulegen zwischen den Serien verschiedener Art, die in den Spectren der bisher untersuchten Grundstoffe gefunden worden sind. Unter diesen Serien finden sich die doppelten und dreifachen, die ich nach ihrem Aussehen mit den Namen *diffuse* und *scharfe* Gruppe bezeichnet, in allen Spectren wieder. Die Alkalimetalle besitzen ausserdem eine dritte Gruppe, die ich *Hauptgruppe* genannt und die mit den übrigen in allerengstem Zusammenhange steht. Ausser diesen Serien fehlt es nicht an Andeutungen von anderen Gruppen, die wahrscheinlich den Arten angehören, die ich am angeführten Orte (Recherches, p. 139) angezeigt habe. Unter allen Umständen gibt es aber unter den gemessenen

1) Diese Abhandlungen werden unten als KR. I—VI citirt.

2) J. R. Rydberg, Recherches sur la constitution des spectres d'émission des éléments chimiques. K. Svenska Vetensk. Akad. Handl., 23. Nr. 11. Diese Abhandlung wird unten unter dem Titel „Recherches“ citirt werden.

Spectrallinien eine bedeutende Anzahl, von deren Zusammengehörigkeit mit einander oder mit Serien schon bekannter Art wir keine Vorstellung haben.

Es mag daher von besonderem Interesse sein, dass man bei Mg eine Reihe neuer Art mit Sicherheit anzugeben im Stande ist, die ausserdem aus Linien bedeutender Stärke gebildet ist. Ich gebe unten die Wellenlängen (λ) und die Wellenzahlen (n) nach Kayser und Runge an nebst den Differenzen Δn der Wellenzahlen aufeinanderfolgender Glieder der Serie. Die Intensitäten (i) sind gegeben nach denselben Bestimmungen (fallende Scala von 1 bis 6) und nach Watts, Index of Spectra (steigende Scala von 1 bis 10. Bestimmungen von Liveing und Dewar), m ist die Ordnungszahl der Glieder in der Serie.

m	i			λ	n	Δn
	Funkenspectrum Watts	Bogenspectrum				
		Watts	K. u. R.			
3	8	6	3	5528,75	18087,27	3174,26
4	8	8	2	4703,33	21261,53	1715,46
5	4	8	2	4352,18	22976,99	1016,42
6	4	8	6	4167,81	23993,41	646,54
7	4	4	5	4058,45	24639,95	441,06
8	—	—	5	3987,08	25081,01	

Wenn die oben gegebenen Werthe von Δn mit der Tabelle der Serien (Recherches, p. 48—51) verglichen werden, sieht man sogleich, dass die Abweichungen bedeutend sind, sodass die Serie nur mit sehr ungenügender Annäherung durch die Formel $n = n_0 - N_0(m + \mu)^{-2}$ wiedergegeben werden kann. Ebenso wenig ist die Formel von Kayser und Runge $n = a - bm^{-2} - cm^{-4}$ zu gebrauchen, wenn man nicht das erste Glied der Reihe ganz ausser Acht lässt. Bessere Uebereinstimmung findet man, wenn in der ersten Formel auch die Constante N_0 variirt wird. Völlig genügend wird sie jedoch erst nach dem Einführen noch einer Constante, sodass man von der Gleichung

$$10^6 \cdot \lambda^{-1} = n = a - b(m + \mu)^{-2} - c(m + \mu)^{-4},$$

eine Combination der beiden vorhergehenden Formeln, Gebrauch macht.

Die ersten vier Linien geben als Werthe der Constanten

$$10^8 \cdot \lambda^{-1} = n = 26631,44 - 111856,92(m + 0,406)^{-2} \\ + 147764,05(m + 0,406)^{-4}.$$

Man findet hieraus folgende Werthe der Wellenlängen der beiden bei der Rechnung nicht gebrauchten Linien.

<i>m</i>	λ beob.	λ ber.	Differenz	Fehlergrenze
7	4058,45	4058,25	- 0,20	1,00
8	3987,08	3987,56	+ 0,48	1,00

Die Fehlergrenzen bei den Bestimmungen von Kayser und Runge für die übrigen Linien ($m=3, 4, 5, 6$) sind resp. 0,10, 0,05, 0,05, 0,10.

Eine genauere Berechnung ist, wie man sieht, nicht nöthig, da die bleibenden Abweichungen bei den letzten beiden Linien innerhalb der angegebenen Fehlergrenzen gelegen sind.

Der sehr genügenden Uebereinstimmung ungeachtet, ist es jedoch ziemlich sicher, dass eine Extrapolation für niedrigere m -Werthe keine sehr genaue Ergebnisse geben kann. Ob eine von H. Becquerel (Compt. rend. 99. p. 374—376. 1884) beobachtete Linie, deren Wellenlänge er zu 8990 anschlügt, mit dem Glied $m=2$ der vorhergehenden Serie, welche $\lambda = 8533,85$ gibt, identisch ist, hat man also für jetzt keine Möglichkeit zu bestimmen.

Die Unregelmässigkeiten in den Intensitäten der Linien¹⁾ (z. B. die Linie 3 schwächer als 4, 6 schwächer als 7 nach KR.) hängen wahrscheinlich von den Bestimmungsmethoden ab.

II. Die scharfe Gruppe des Strontiumspectrum.

Bei ihrer Untersuchung des Strontiumspectrum haben Kayser und Runge nur eine Reihe dreifacher Linien gefunden (IV, p. 32), welche sie als erste Nebenserie (meiner diffusen Gruppe entsprechend) bezeichnen, während bei allen übrigen der untersuchten Linienpectren auch eine scharfe Gruppe (zweite Nebenserie nach Kayser und Runge) vorkommt. Sie machen selbst auf diese Eigenthümlichkeit aufmerksam, glauben aber darin eine Analogie zum Verhalten

1) Vgl. Recherches, p. 68.

der Alkalimetalle höheren Atomgewichts zu sehen. Dass sie nicht auch die scharfe Gruppe gefunden haben, scheint um so erstaunenswerther, als sie sogar drei der zugehörigen Glieder selbst gemessen haben, als Doppellinien oder Triplets von denselben Schwingungsdifferenzen wie die Glieder der diffusen Gruppe. Zwei von diesen drei Gliedern sind aber nur doppelt, die dritte schwächste Componente ist nicht beobachtet worden. Ich gebe hier die Ordnungszahlen und die Werthe von $10^8 \cdot \lambda^{-1}$ nach Kayser und Runge nebst ihren Differenzen ν_1 und ν_2 .

<i>m</i>	4	5	6	7
Sr [S ₁]	22531,56	—	27558,69	28533,11
ν_1	394,39		394,18	395,55
Sr [S ₂]	22925,95	—	27952,87	28928,66
ν_2	186,89			
Sr [S ₃]	23112,84	—	—	—

Zur Berechnung der Serien gebrauche ich hier die Formel von Kayser und Runge

$$10^8 \cdot \lambda^{-1} = a - b m^{-2} - c m^{-4},$$

um ihre Tabelle der Constanten zu vervollständigen. Bei anderer Gelegenheit werde ich bald auf die Serienformeln zurückkommen und dabei auch die Serien von Sr neu berechnen. Nach der oben angeführten Formel erhält man unter Anwendung des Mittelwerthes $\nu_1 = 394,25$ aller genau gemessenen Triplets und mit gleicher Berücksichtigung der oben angeführten Schwingungszahlen als Gleichungen der drei Serien der scharfen Gruppe

$$\begin{aligned} \text{Sr [S}_1\text{]} \quad 10^8 \lambda^{-1} &= 31066,16 - 118044 m^{-2} - 296136 m^{-4} \\ \text{Sr [S}_2\text{]} &= 31460,41 - 118044 m^{-2} - 296136 m^{-4} \\ \text{Sr [S}_3\text{]} &= 31647,30 - 118044 m^{-2} - 296136 m^{-4} \end{aligned}$$

Die Constanten stimmen also mit denjenigen der entsprechenden Gleichungen der diffusen Gruppe

$$\begin{aligned} \text{Sr [D}_1\text{]} \quad 10^8 \lambda^{-1} &= 31030,64 - 122328 m^{-2} - 837473 m^{-4} \\ \text{Sr [D}_2\text{]} &= 31424,67 - 122328 m^{-2} - 837473 m^{-4} \\ \text{Sr [D}_3\text{]} &= 31610,58 - 122328 m^{-2} - 837473 m^{-4} \end{aligned}$$

in derselben Weise überein, wie die Constanten der Serien bei den nächststehenden Grundstoffen Mg und Ca (KR. IV, p. 55).

Die berechneten Wellenlängen nebst den Differenzen Beob.—Rechn. sind

<i>m</i>	4	5	6	7
Sr [S ₁]	4438,21 + 0,01	3865,39	3628,62 ± 0,00	3504,62 + 0,08
Sr [S ₂]	4361,88 - 0,01	3807,37	3577,45 ± 0,00	3456,86 - 0,08
Sr [S ₃]	4326,61 - 0,01	3780,47	3553,69	3434,67

Das Triplet von der Ordnungszahl 5 ist von Kayser und Runge nicht beobachtet worden, was ohne Zweifel davon herrührt, dass es von den in demselben Gebiete des Spectrums gelegenen starken Cyanbanden verdeckt worden ist. Dass diese Unvollständigkeit kein Zufall ist, geht daraus hervor, dass die Gebiete der grossen Bande des Kohlenbogens in allen untersuchten Spectren viel ärmer an Linien der betreffenden Grundstoffe scheinen, als die angrenzenden, wozu sonst kein Grund vorhanden ist.

III. Die zusammengesetzten Triplets der zweiwerthigen Grundstoffe.

1. In meiner ausführlichen Darstellung des Baues der Linienpectren sind die zusammengesetzten Triplets von Ca, Cd und Hg, welche das erste Glied der diffusen Gruppen bilden, schon mehrfach erörtert worden (Recherches, p. 22, 135 bis 137). Dabei habe ich Vermuthungen über den Zusammenhang der Componenten (p. 22), sowie über die Natur dieser Liniengruppen im allgemeinen (p. 135—137) ausgesprochen. Seitdem sind neue Messungen dieser Linien durch Kayser und Runge¹⁾ ausgeführt und bei den letztgenannten beiden Grundstoffen sowie bei Zn und Sr neue zusammengesetzte Triplets entdeckt worden. Durch diese Bereicherung des Materials sind wir im Stande, verschiedene Punkte aufzuklären, wo früher nur Vermuthungen möglich war.

Eine Untersuchung des wahren Zusammenhanges der fraglichen Linien hat aber ein grosses allgemeines Interesse für die Kenntniss des Baues der Linienpectren, weil Kayser und

1) KR. IV. 1891.

Runge, ohne die aus ihren Messungen hervorgehenden Gesetze zu erkennen, die Constanz der Differenzen der Schwingungszahlen in Zweifel gezogen und verschiedene Werthe dieser Differenzen bei den scharfen und diffusen Gruppen angenommen haben (KR. IV, p. 54). Da aber diese Constanz der Differenzen der ganzen Anordnung der Linienspectren zu Grunde liegt, darf sie nicht ohne Weiteres aufgegeben werden, besonders darum, weil sie das einzige uns bisher bekannte Mittel abgibt, den Zusammenhang der Linien sicher zu erkennen (vgl. Recherches, p. 24).

2. Die zusammengesetzten Triplets von Ca, Sr, Zn, Cd scheinen nach den vorliegenden Messungen zu beurtheilen in einerlei Weise gebaut zu sein. Die entsprechenden Triplets von Hg folgen einer anderen Regel. Als Beispiel der ersten Art führen wir die Wellenzahlen eines der Triplets von Cd an mit den zugehörigen Intensitäten (nach Kayser und Runge) und den gewählten Indices.

Cd [D, 2]					
Index	<i>i</i>	<i>n</i>	Index	<i>i</i>	<i>n</i>
13	4	27665,73	23	2	28837,06
12	2	27677,52	22	1	28848,96
11	1	27695,77			
			33	1	29379,45

Man hat hier zuerst eine dreifache Linie der ersten Linie der einfachen Triplets entsprechend. Von den drei Componenten, die ich mit 11, 12, 13 bezeichne, ist die brechbarste immer die stärkste, die am wenigsten brechbare die schwächste. Die zweite Linie der einfachen Triplets wird durch eine Doppellinie repräsentirt, deren Componenten mit 22 und 23 bezeichnet werden; die brechbare Linie ist auch die stärkere. Der dritten Linie der scharfen Triplets entspricht endlich nur eine einfache Linie, 33.

Von diesen am vollständigsten bekannten Triplets gibt es bisher nur vier, nämlich eins bei jedem der Grundstoffe Ca, Sr, Zn, Cd. Daneben kennt man nach den Messungen von Kayser und Runge bei Sr und Cd zwei Triplets bei denen die Linie 13 nicht gesehen ist. Bei einem anderen Triplet von Cd ist die zweite Linie (22 und 23) zwar doppelt gesehen, die Componenten aber einzeln für sich gemessen worden. Die Berechtigung, bei diesen unvollständigeren Gruppen

dieselben Bezeichnungen zu gebrauchen, wie bei den vorigen, wird aus den unten zu besprechenden Beziehungen unzweideutig hervorgehen.

3. Um diese Beziehungen festzustellen, werden uns sichere Werthe der Differenzen ν_1 und ν_2 der Wellenzahlen nöthig sein. Wir werden also damit anfangen, diese Zahlen zu bestimmen, indem wir von allen Differenzen ν_1 und ν_2 die den diffusen Serien nicht zugehörig sind, Gebrauch machen. Ausser der scharfen Gruppe gibt es nämlich bei Ca und Sr auch ein Paar andere Triplets, die unzweifelhaft Differenzen derselben Grösse wie die übrigen besitzen.¹⁾ Die hieraus gewonnenen Mittelzahlen können jedoch nicht als definitiv betrachtet werden, weil dieselben Differenzen, wie wir sehen werden, auch in den diffusen Gruppen vorkommen. Die aus allen sicher bestimmten Differenzen berechneten Werthe von ν_1 und ν_2 werden am Ende der Abhandlung gegeben werden (Nr. 8).

Ca.

1	ν_1	2	ν_2	3
(10) 16227,29	106,01	(5) 16333,30	52,11	(5) 16385,41
(3) 23154,58	105,89	(3) 23260,47	52,21	(3) 23312,68
(8) 23241,33	105,92	(8) 23347,25	—	—
(5) 25164,26	105,94	(5) 25270,20	52,09	(5) 25322,29
(5) 28671,70	105,44	(5) 28777,14	52,27	(5) 28829,41
(10) 30429,72	105,75	(10) 30535,47	52,02	(10) 30587,49
(5) 33256,29	105,73	(5) 33362,02	—	—
—	—	(10) 33336,00	52,31	(5) 33388,31

Mittel $\nu_1 = 105,81 \pm 0,05$

$\nu_2 = 52,17 \pm 0,03$

Sr.

(3) 20507,14	393,99	(5) 20901,13	186,71	(3) 21087,84
(3) 20781,34	394,24	(3) 21175,58	—	—
(3) 22531,56	394,39	(3) 22925,95	186,89	(3) 23112,84
(10) 27558,69	394,18	(10) 27952,87	—	—
(3) 29705,06	394,39	(3) 30099,45	186,97	(3) 30286,42
(3) 29838,72	394,32	(5) 30233,04	—	—

Mittel $\nu_1 = 394,25 \pm 0,04$

$\nu_2 = 186,86 \pm 0,05$

Zn.

(3) 20786,95	389,35	(5) 21176,30	189,49	(5) 21365,79
(5) 32550,07	388,77	(5) 32938,84	190,20	(5) 33129,04
(5) 36865,00	388,80	(5) 37253,80	189,99	(5) 37443,79
(10) 38940,96	389,94	(10) 39330,90	189,48	(10) 39520,38
(15) 40101,54	388,88	(15) 40490,42	—	—

Mittel $\nu_1 = 389,15 \pm 0,15$

$\nu_2 = 189,79 \pm 0,12$

1) In einer folgenden Abhandlung werden wir auf diese Gruppen zurückkommen.

Cd.

1	ν_1	2	ν_2	3
(5) 19661,58	1171,36	(5) 20832,94	542,03	(5) 21374,97
(8) 27399,21	1171,48	(5) 28570,69	—	—
(5) 30744,35	1170,98	(20) 31915,33	541,35	(10) 32456,68
(20) 33272,00	1172,28	(50) 34444,28	—	—
(15) 33765,08	1171,13	(10) 34936,21	541,64	(10) 35477,85
(3) 34863,25	1171,62	(3) 36034,87	541,97	(5) 36576,84
(5) 36864,32	1170,79	(10) 38035,11	543,05	(10) 38578,16
(10) 37989,73	1170,52	(20) 39160,25	—	—
(5) 42930,43	1170,42	(10) 44100,85	543,40	(5) 44644,25
Mittel $\nu_1 = 1171,18 \pm 0,13$		$\nu_2 = 542,24 \pm 0,22$		

Die Mittelwerthe sind unter Annahme der Gleichwerthigkeit aller Messungen berechnet worden. Wie man aus den neben den Wellenzahlen angeführten Fehlergrenzen der Wellenlängen (in Hundertstheilen einer Ångström'schen Einheit) ersieht, zeigt sich nämlich kein Zusammenhang zwischen der Unsicherheit der Messungen und den Abweichungen von den Mittelwerthen von ν . Von den schwächsten Triplets, bei denen die Unsicherheit in den Wellenzahlen bis auf mehrere Einheiten ansteigt, sind einige ausser Acht gelassen.

4. Jetzt kehren wir zu den zusammengesetzten Triplets zurück und führen das ganze zu Gebote stehende Material bei den verschiedenen Grundstoffen in derselben Ordnung wie oben an. Die eingeklammerten Zahlen sind mit Benutzung der definitiven Werthe von ν_1 und ν_2 (Nr. 8) berechnet worden.

Ca.

Nur ein Triplet der fraglichen Art ist bis jetzt gemessen.

n	ν_1	n	ν_2	n
13 22437,57	105,97	23 22543,54	52,21	33 22595,75
Diff. 3,68		3,71		
12 22441,25	106,00	22 22547,25		
Diff. 5,50				
11 22446,84				
Mittel $\nu_1 = 105,99$		$\nu_2 = 52,21$		

Sr.

Drei Triplets sind bekannt mit resp. 6,5 und 4 Linien.

n	ν_1	n	ν_2	n
13 20113,23	393,91	23 20507,14	187,24	33 20694,38
Diff. 15,15		15,53		
12 20128,38	394,29	22 20522,67		
Diff. 22,96				
11 20151,34				
13 (24793,75)	(394,21)	23 25187,96	186,89	33 25374,85
Diff. (4,70)		4,64		
12 24798,45	394,15	22 25192,60		
Diff. 12,68				
11 24811,13				
13 (26973,81)	(394,21)	23 27368,02	186,64	33 27554,66
Diff. (4,34)		4,34		
12 (26978,15)	(394,21)	22 27372,36		
Diff. (5,99)				
11 26984,14				

Mittel $\nu_1 = 394,12$

$\nu_2 = 186,92$

Zn.

Zwei zusammengesetzte Triplets sind bekannt. Der eine enthält jedoch nur 4 Linien.

n	ν_1	n	ν_2	n
13 29886,07	389,16	23 30275,23	190,10	33 30465,33
Diff. 3,76		3,30		
12 29889,83	388,70	22 30278,53		
Diff. 4,37				
11 29894,20				
13 (35698,31)	(389,09)	23 36087,40	190,09	33 36277,49
Diff. (1,43)		1,43		
12 (35699,74)	(389,09)	22 36088,83		
Diff. (1,79)				
11 35701,53				

Mittel $\nu_1 = 388,93$

$\nu_2 = 190,10$

Cd.

Wie bei Sr sind auch bei Cd drei Triplets gemessen mit resp. 6, 5 und 4 Linien.

n	ν_1	n	ν_2	n
13 27665,73	1171,83	23 28837,06	542,39	33 29379,45
Diff. 11,79		11,90		
12 27677,52	1171,44	22 28848,96		
Diff. 18,25				
11 27695,77				

n	ν_1	n	ν_2	n
13 (33534,92)	(1171,15)	23 34706,07	542,81	33 35248,88
Diff. (5,69)		5,55		
12 33540,61	1171,01	22 34711,62		
Diff. 7,99				
11 33548,60				
13 (36170,68)	(1171,15)	23 (37341,83)	(542,27)	33 37884,10
Diff. (4,97)		(4,35)		
12 36175,65	1170,58	22 37346,18		
Diff. 8,93				
11 36179,58				
Mittel $\nu_1 = 1171,08$		$\nu_2 = 542,35$		

Nach der gewählten Anordnung der Componenten sind die zweiten Indices (p) in jeder Horizontalreihe constant. Der zweite Index ist immer gleich mit oder grösser als der erste.

Die Differenzen der Linien derselben Horizontalreihe sowie ihre Mittelwerthe für jeden Grundstoff sind an ihren Plätzen angegeben; desgleichen die Differenzen in den Verticalreihen.

5. Vergleichen wir diese unter ν_1 und ν_2 angeführten Mittelwerthe mit den entsprechenden Mittelwerthen von ν_1 und ν_2 , die wir oben gefunden haben, so sehen wir sogleich, dass sie mit einander aufs genaueste übereinstimmen. Die Abweichungen sind nämlich

	Ca	Sr	Zn	Cd
ν_1	+ 0,18	- 0,18	- 0,22	- 0,10
ν_2	+ 0,04	+ 0,06	+ 0,31	+ 0,11

Eine bessere Uebereinstimmung ist bei der geringen Zahl der Bestimmungen nicht zu erwarten. Wir sind also dazu berechtigt, folgende Regel als für die untersuchten Grundstoffe geltend aufzustellen:

Bei den zusammengesetzten Triplets der diffusen Gruppe sind die Differenzen der Wellenzahlen zwischen den Componenten von demselben Index p constant und mit den entsprechenden Differenzen der scharfen Gruppe identisch oder, wenn wir die verschiedenen Differenzen in der Weise bezeichnen, dass z. B. die

Differenzen zwischen den Linien 23 und 13 mit ν_{13}^{23} bezeichnet wird,

$$\nu_{13}^{23} = \nu_{12}^{22} = \nu_1, \quad \nu_{23}^{33} = \nu_2.$$

Es geht hieraus hervor, dass in demselben Triplets auch

$$\nu_{13}^{12} = \nu_{23}^{22}.$$

Nur die Linien 13, 23, 33 bilden also vollständige Triplets mit Werthen von ν_1 und ν_2 , die mit denjenigen der scharfen Gruppe übereinstimmen. Die Linien 12 und 22 geben Doppellinien mit demselben Werthe von ν_1 . Die letzte und stärkste Linie 11 steht dagegen allein ohne von einer Linie constanter Schwingungsdifferenz begleitet zu sein.

6. Gehen wir jetzt zu den Differenzen in den Verticalreihen über, so sehen wir, dass bei demselben Triplet die Differenz ν_{12}^{11} grösser ist als ν_{13}^{12} . Die Ausnahme Cd_4 ist der Unsicherheit der Zahlen wegen ohne Bedeutung.

	Ca		Sr		Zn		Cd		
	2	2	3	4	2	3	2	3	4
ν_{12}^{11}	5,59	22,96	12,68	(5,99)	4,37	(1,79)	18,25	7,99	3,93
ν_{13}^{12}	3,70	15,34	4,64	4,34	3,53	1,43	11,85	5,55	(4,66)

Die eingeklammerten Zahlen sind unter Anwendung der Mittelzahlen von ν_1 und ν_2 berechnet worden. Die kleineren Differenzen sind natürlich sehr unsicher.

In der obigen Tabelle sind die Ordnungszahlen der Triplets in ihren Serien bei den verschiedenen Grundstoffen angegeben. Es zeigt sich, dass sowohl ν_{12}^{11} wie ν_{13}^{12} mit wachsender Ordnungszahl abnehmen, ganz wie wir es schon früher bei der secundären Serie von Tl (Recherches, p. 64, 65) gefunden haben. Wir dürfen daraus folgern, dass der Bau dieser Liniengruppen in der That identisch ist, sodass wir z. B. die Componenten der ersten Thalliumdoppellinien der diffusen Gruppe in der folgenden Weise zu bezeichnen haben:

n	ν	n
12 28332,0	7795,6	22 36127,6
Diff. 82,0		
11 28414,0		

Die völlige Uebereinstimmung der Spectren aller untersuchten Grundstoffe hat uns schon zu der Annahme geführt, dass die Doppellinien wie die Triplets nur die Anfangsglieder regelmässiger Serien sind (Recherches, p. 135).

7. Wir haben bisher die Triplets von Hg ganz ausser Acht gelassen, weil ihre Anordnung mit derjenigen der übrigen zweierwerthigen Grundstoffe nicht übereinstimmt. Sie werden hier in derselben Ordnung, die wir oben beobachtet haben, behandelt werden.

Suchen wir also zuerst die Werthe von ν_1 und ν_2 aus allen übrigen Doppellinien zu bestimmen. Die bekannten Zahlenwerthe sind folgende:

n	ν_1	n	ν_2	n
18311,77	4631,59	22943,36	1767,64	24711,00
27168,60	4631,85	31800,45	—	—
29924,89	4633,30	34558,19	1767,00	36325,19
32780,65	4633,72	37414,37	—	—
33209,68	4630,41	37840,09	1767,01	39607,10
34182,07	4633,13	38815,20	1766,75	40581,95
35717,35	4636,31	40353,66	1767,56	42121,22
36234,12	4632,91	40867,03	1769,44	42636,47

Mittel $\nu_1 = 4632,90$

$\nu_2 = 1767,57$

Zwei zusammengesetzte Triplets sind bekannt. Ich habe sie folgendermaassen geordnet:

n	ν_1	n	n	ν_2	n
13 27298,16	4630,93	23a 31929,09	23b 31931,74	1768,14	33 33699,88
Diff. 62,07		62,92			
12 27360,23	4631,78	22 31992,01			
Diff. 34,70					
11 27394,93					
13 33029,24	4631,43	23a 37660,67	23b 37680,54	1768,90	33 39449,44
Diff. 42,71		43,88			
12 33071,95	4632,60	22 37704,55			
Diff. 22,66					
11 33094,61					

Mittel $\nu_1 = 4631,69$

$\nu_2 = 1768,52$

Ganz wie bei den im Vorigen behandelten Triplets treffen wir auch hier dieselben Werthe von ν_1 und ν_2 , die wir oben gefunden haben. Die Abweichungen sind völlig innerhalb den Fehlergrenzen der Bestimmungen. Hierauf beschränkt sich aber auch die Uebereinstimmung. Die Differenzen der drei Linien 11, 12 und 13 wachsen mit steigenden Indexwerthen, statt abzunehmen. Der Linie 23, die im vorigen Falle mit 13 eine Differenz ν_1 , mit 33 eine Differenz ν_2 bildete, entsprechen hier zwei Linien, die ich mit 23a und 23b bezeichnet habe. Dagegen scheinen die entsprechenden Differenzen der Verticalreihen, wie sonst, mit steigender Ordnungszahl des Triplets abzunehmen.

Als Resultat hiervon geht aber hervor, dass neue Messungen nöthig sind, um über die Triplets von Hg nähere Auskunft zu gewinnen, besonders da dazu kommt, dass mehrere von den fraglichen Linien nicht früher gemessen worden sind.

8. Nach diesen speciellen Untersuchungen über den Bau der zusammengesetzten Triplets bleibt nun noch übrig, die daraus zu ziehenden allgemeineren Folgerungen etwas näher zu besprechen.

Zuerst haben wir das wichtige Ergebniss gewonnen, dass die Werthe von ν_1 und ν_2 , insofern es aus den Messungen von Kayser und Runge zu beurtheilen möglich ist, bei den zweierthigen Grundstoffen constant sind, oder vielleicht besser ausgedrückt die Messungen von Kayser und Runge geben keinen Anlass, an der Constanz von ν_1 und ν_2 zu zweifeln.

Wir können darum die von Kayser und Runge (IV, p. 54) gegebenen Doppelwerthe von ν_1 und ν_2 , sowie die beinahe willkürlich erscheinende Zusammenstellung der Componenten nicht anerkennen. Mit Berücksichtigung aller sicheren Bestimmungen (vgl. oben Nr. 3, 4 und 7) erhält man folgende definitive Werthe der Differenzen und ihrer Verhältnisse:

	Ca	Sr	Zn	Cd	Hg
ν_1	105,85	394,21	389,00	1171,15	4632,50
ν_2	52,17	186,89	189,89	542,27	1767,81
$\frac{\nu_1}{\nu_2}$	2,029	2,109	2,049	2,160	2,620

Weiter haben wir durch die wieder bestätigte Constanz der Schwingungsdifferenzen einen sicheren Leitfaden gewonnen, um bestimmen zu können, welche Linien bei den zusammengesetzten Triplets einander entsprechen. Wenn wir vom Hg-Spectrum absehen, kann man nicht davon abkommen, dass die Linien 11, 12, 13 Anfangsglieder einer Serie bilden, ganz wie ich es schon früher angenommen habe (*Recherches*, p. 135), als noch kein drittes Glied beobachtet worden war. Dann müssen wir auch annehmen, dass den Componenten 22 und 23 andere schwächere Linien folgen, sowie dass 33 das erste Glied einer Serie ausmacht. Durch die Messungen von Kayser und Runge ist aber dargethan worden, dass diese Serien nicht einander ganz gleich sind, wie ich aus den früheren Bestimmungen glaubte folgern zu können, sondern dass jede folgende ein Glied weniger besitzt als die vorhergehende.

Ist es aber wahr, wie wir gefunden haben, dass die Differenzen $\nu_{12}^{22} = \nu_{13}^{23}$ und also dass $\nu_{13}^{12} = \nu_{23}^{22}$, und nehmen wir an, dass diese Serien convergiren, so müssen sie nothwendig ganz parallel verlaufen und ihre Asymptoten um ν_1 , resp. ν_2 differiren. Bei kleineren Differenzen der Componenten muss dann ein zusammengesetztes Triplet ganz wie ein einfaches aussehen, nur dass die Linien nach Roth hin unscharf sind. Dieses Aussehen bieten die entsprechenden Linien auch bei Li und Na z. B. dar, während die Linien der scharfen Triplets nach beiden Seiten gleichförmig verbreitert sind.

Ob die Triplets der scharfen Gruppe auch zusammengesetzt sind, kann gegenwärtig nicht mit völliger Sicherheit festgestellt werden. Es scheint aber sehr wahrscheinlich, dass sie alle nur die stärksten Anfangsglieder ebensolcher Serien sind wie die vorher beschriebenen, nur dass die Componenten enger zusammengedrängt sind. Dafür spricht der Umstand, dass die sogenannten scharfen Linien auch nach Roth hin verbreitert sind bei den Spectren, wo die Componenten der diffusen Triplets von einander weiter abstehen.

5. *Hydrodynamisch-akustische Untersuchungen;* *von Walter König.*

(Hierzu Taf. XII Fig. 1–5.)

IV. Weitere Untersuchungen über das Drehungsmoment, das eine Scheibe in einem Flüssigkeitsströme erfährt.

Im dritten Theile meiner hydrodynamisch-akustischen Untersuchungen¹⁾ habe ich die Formel für das Drehungsmoment abgeleitet, zu dem sich die auf die Oberfläche eines ruhenden Rotationsellipsoids in einer strömenden Flüssigkeit ausgeübten Drucke zusammensetzen. Eine stetige Strömung einer idealen, reibungslosen Flüssigkeit war dabei vorausgesetzt. Die Formel für ein abgeplattetes Rotationsellipsoid ergab einen endlichen Werth auch für den Grenzfall einer unendlich dünnen Scheibe, und es lag nahe, in diesen theoretischen Ergebnissen die Erklärung für das von Lord Rayleigh zuerst beobachtete Verhalten von Scheiben, die im Schwingungsbauche einer tönenden Luftsäule drehbar aufgehängt sind, zu erblicken. Diese Ueberlegung gab die Veranlassung zu einer experimentellen Untersuchung, deren Ziel die Prüfung der aufgestellten Formel war. Allerdings war schon bei der Ableitung jener Formel die Bemerkung gemacht worden, dass die Formel für eine unendlich dünne Scheibe streng genommen ihre Gültigkeit verliert, indem in diesem Falle die stetige Form der Flüssigkeitsbewegung nicht mehr bestehen bleiben kann. Doch schien es denkbar, dass bei Anwendung nicht zu dünner Scheiben mit abgerundeten Rändern die Formel wenigstens für mässige Geschwindigkeiten verwendbar sein könnte. Andererseits aber schien es geboten, auch die Möglichkeit einer unstetigen Form der Flüssigkeitsströmung in Betracht zu ziehen, und im weiteren Verlaufe der Untersuchung stellte sich geradezu die Nothwendigkeit heraus, auf experimentellem Wege eine Entscheidung darüber herbeizuführen, ob man es bei den beobachteten Erscheinungen mit der stetigen oder der unstetigen

1) W. König, Wied. Ann. **43**. p. 49–60. 1891.

Form der Strömung zu thun hat. Die Theorie lehrt nämlich, dass das Verhalten der Rayleigh'schen Scheibchen qualitativ sich ebensogut unter der Annahme einer un stetigen Strömungsform, wie unter der früher gemachten Annahme der Stetigkeit der Strömung aus der hydrodynamischen Druckvertheilung erklären lässt; quantitativ aber liegen die Verhältnisse in den beiden Fällen verschieden. Ich muss, bevor ich die Versuche beschreibe, diese zweite Möglichkeit der Erklärung näher auseinandersetzen.

A. Theoretisches.

Die Behandlung derjenigen hydrodynamischen Probleme, bei denen die Ränder fester Wände zur Entstehung von Discontinuitätsflächen, zur Strahlbildung, Veranlassung geben, ist von Hrn. v. Helmholtz gelehrt worden. Die Anwendung auf den Fall einer in einem Flüssigkeitsstrome ruhenden Scheibe ist von Kirchhoff und anderen gemacht worden; die genauen Formeln für die Grösse des resultirenden Druckes und die Lage seines Angriffspunktes bei beliebigem Winkel zwischen Stromrichtung und Platten normale sind zuerst wohl von Hrn. Thiesen¹⁾, etwas später von Lord Rayleigh²⁾ angegeben worden. Leider ist die Lösung des Problems bisher nur für eine zweidimensionale Bewegung gelungen. Die Formeln gelten also nur für eine unendlich lange, von geraden, parallelen Rändern begrenzte Scheibe, die so im Flüssigkeitsstrome orientirt ist, dass ihre Ränder auf der Strömungsrichtung senkrecht stehen. Diese Formeln lehren Folgendes: Es bildet sich hinter der Scheibe ein todter Raum aus, der gegen die strömende Flüssigkeit durch zwei von den Rändern der Scheibe ausgehende Discontinuitätsflächen abgegrenzt ist. Wenn W die Geschwindigkeit ist, mit der die Flüssigkeit in der Unendlichkeit strömt, so strömt die Flüssigkeit auch mit der gleichen Geschwindigkeit in der Discontinuitätsfläche; das Wasser im toten Raume steht daher unter einem Drucke $p = \text{const.} - \frac{1}{2} \mu W^2$ und drückt auf die Hinterwand der Scheibe mit diesem, für alle

1) M. Thiesen, Rep. f. Meteor. 4. Nr. 9. p. 1—73. 1875.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 2. p. 430—441. 1876; Basset, Treatise on hydrodynamics. 1. p. 134.

Elemente der Scheibe gleichen Betrag. Der Druck der strömenden Flüssigkeit auf die Vorderseite der Scheibe dagegen ist von Element zu Element verschieden, entsprechend der verschiedenen Geschwindigkeit, mit der die Flüssigkeit an den verschiedenen Stellen strömt. Die Summation dieser Drucke ergibt einen Ueberdruck von der Seite der strömenden Flüssigkeit her; die Grösse der Resultirenden ist, wenn l die Breite der Platte, μ die Dichtigkeit der Flüssigkeit und ϑ den Winkel der Plattennormale mit der Richtung der Flüssigkeitsströmung in der Unendlichkeit bedeutet:

$$(1) \quad P = \frac{\pi \mu \cdot l \cdot \cos \vartheta \cdot W^2}{4 + \pi \cos \vartheta}.$$

Der Angriffspunkt dieser Resultirenden fällt aber nicht in den Mittelpunkt der Platte, sondern in einen Punkt, der zwischen der Mitte und dem der strömenden Flüssigkeit zugekehrten Rande der Platte liegt und von der Mitte um eine Grösse

$$(2) \quad x = \frac{3 l \cdot \sin \vartheta}{4 (4 + \pi \cos \vartheta)}$$

absteht. Ist die Platte drehbar um eine durch ihre Mitte gehende Axe, so wirkt auf sie ein Drehungsmoment:

$$(3) \quad M_u = . P x = \frac{3 \pi \mu l^2 W^2 \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta}{4 \cdot (4 + \pi \cos \vartheta)^2},$$

und der Sinn dieses Drehungsmomentes ist so, dass die Platte sich senkrecht gegen die Flüssigkeitsströmung zu stellen sucht. Die Erscheinung ist also qualitativ dieselbe, wie bei einer stetigen Strömung, wenn eine solche um eine unendlich dünne Platte herum möglich wäre. Um die Grösse des Drehungsmomentes in beiden Fällen miteinander vergleichen zu können, ist es nöthig, den speciellen hier vorliegenden Fall auch unter der Annahme einer stetigen Strömung zu berechnen. Zu diesem Zwecke kann man wieder von den schon früher benutzten Formeln von Kirchhoff für die Bewegung eines Ellipsoids in einer Flüssigkeit ausgehen. Nimmt man die eine Axe des Ellipsoids unendlich gross und setzt man eine Strömung voraus, die ausschliesslich senkrecht zu dieser Axe erfolgt, so hat man eine zweidimensionale Strömung um eine ruhende Ellipse herum, und man erhält für das Drehungsmoment, zu dem die

Flüssigkeitsdrucke auf den Umfang der Ellipse sich zusammensetzen, den Ausdruck:

$$(4) \quad M = \pi (a^2 - c^2) \mu W^2 \sin \vartheta \cos \vartheta,$$

unter a und c die beiden Halbaxen der Ellipse, unter ϑ den Winkel der c -Axe mit der Richtung der Strömung in der Unendlichkeit verstanden. Die Annahme $c = 0$ führt dann auf den Fall einer unendlich dünnen Platte von der Breite $l = 2a$ und das Drehungsmoment würde, wenn eine stetige Strömung in diesem Falle überhaupt möglich wäre, betragen:

$$(5) \quad M_s = \frac{\pi \mu l^3 W^2 \sin \vartheta \cos \vartheta}{4}.$$

Es ist also:

$$(6) \quad M_u = \frac{3}{(4 + \pi \cos \vartheta)^2} \times M_s.$$

Das Drehungsmoment ist also bei unstetiger Strömung kleiner, als es bei stetiger sein würde. Das Verhältniss beider Werthe hängt vom Winkel ϑ ab; sein Betrag liegt zwischen den Grenzwerten $\frac{3}{16}$ und $\frac{3}{51}$. Das wesentlichste aber ist, dass die Abhängigkeit des Drehungsmomentes vom Winkel ϑ in den beiden Fällen eine ganz verschiedene ist. Bei stetiger Strömung ist das Drehungsmoment stets für $\vartheta = 45^\circ$ am grössten, und die anderen Werthe liegen symmetrisch zu beiden Seiten des Maximalwerthes. Bei unstetiger Strömung besteht diese Symmetrie nicht mehr und das Maximum liegt nicht bei 45° , sondern bei $57^\circ 29'$. Dieser Unterschied ist vor allem wichtig.

Die vorstehenden Erörterungen gelten, wie schon hervorgehoben wurde, nur für eine zweidimensionale Flüssigkeitsbewegung. Eine Anwendung auf eine runde Scheibe, wie sie bei den weiterhin zu beschreibenden Versuchen benutzt wurde, ist ohne weiteres nicht möglich. Immerhin aber geben diese Betrachtungen einen Anhalt dafür, worin man den Unterschied des Verhaltens der Scheiben bei stetiger und bei unstetiger Strömung zu suchen hat, und in diesem Sinne werden die theoretischen Ergebnisse bei der experimentellen Untersuchung Verwerthung finden.

B. Experimentelles.

Die praktische Prüfung der Formeln verlangt die Messung des Drehungsmomentes und die gleichzeitige Messung der

Strömungsgeschwindigkeit W bei constantem Strome, oder der maximalen Strömungsgeschwindigkeit W_1 bei Wechselstrom. Der einfacheren Ausführung halber wurden die Versuche zunächst mit constantem Strome angestellt. Die ursprüngliche Formulirung der Aufgabe ging dahin, die Drehungsmomente in absolutem Maasse zu bestimmen und mit denjenigen zu vergleichen, die sich aus den gleichzeitig gemessenen Werthen von W nach der Formel (21) der früheren Abhandlung¹⁾ für eine stetige Strömung berechnen lassen. Die ersten Versuche dieser Art sind von Hrn. F. V. Dwelshauvers-Dery sowohl für Luft- als für Wasserströmung mit Scheiben von verschiedenem Durchmesser angestellt und in seiner Dissertation²⁾ beschrieben worden. Das Ergebniss dieser Versuche war, dass bei Luftströmungen bis zu 3,6 cm Geschwindigkeit die berechneten Werthe ein wenig kleiner, als die beobachteten ausfielen, immerhin aber beide von gleicher Grössenordnung waren, dass dagegen im Wasserstrom die berechneten Werthe unvergleichlich viel grösser waren, als die beobachteten. Meine eigenen Versuche habe ich nur mit Luftströmen angestellt; die Wasserversuche leiden bei den kleinen Dimensionen, unter denen man sie im Laboratorium nur anstellen kann, an zu vielen Fehlerquellen, um sicher zu sein. Zunächst habe ich die Versuche des Hrn. Dwelshauvers wiederholt unter Verbesserung der von ihm angewandten Methoden und Apparate und unter sorgfältigster Ausführung sämtlicher Messungen. Dabei wurden die Versuchsbedingungen verschiedentlich variirt, um herauszufinden, welche Umstände auf das Resultat von Einfluss sein können. Die Versuche sind im physikalischen Institut der Universität Leipzig ausgeführt worden. Die Beobachtungsmethode war die folgende:

Ein starkes Wassertrommelgebläse saugte einen Luftstrom durch ein weites Messingrohr vom Querschnitt q . Um die mittlere Geschwindigkeit des Stromes in dem Rohre messen zu können, war zwischen das Rohr und den Saugapparat eine Gasuhr eingeschaltet, deren Umdrehungszeit mit Hülfe eines Chronoskopes ermittelt wurde. Die Capacität der Gasuhr war laut Angabe ihres Zifferblattes 1 l; vielfache Bestimmungen

1) W. König, Wied. Ann. 43. p. 51. 1891.

2) F. V. Dwelshauvers-Dery, Dissertation. Leipzig. 1891.

dieser Grösse ergaben stets einen erheblich kleineren Werth, ca. 960 ccm. Diese Bestimmungen wurden in der Weise ausgeführt, dass mittels eines Aspirators ein bestimmtes Quantum Luft durch die Gasuhr hindurchgesaugt wurde. Auf die Druckverschiedenheit im Aspirator und in der Uhr musste dabei natürlich Rücksicht genommen werden. Ebenso gab die Druckverschiedenheit im Rohr und in der Uhr bei den Strömungsversuchen zu einer kleinen Correction Veranlassung. Da die Capacität der Gasuhr nicht ganz constant war, sondern gewisse Schwankungen zeigte, so wurde bei den Strömungsversuchen vor und nach jeder Beobachtungsreihe eine dreimalige Bestimmung der Capacität ausgeführt. Ist L der so gefundene Mittelwerth der Capacität, d. h. die bei einer Umdrehung durchströmende Luft, ist bei einem Strömungsversuche τ die Zeit einer Umdrehung, ist b der Luftdruck im Rohr und $b - h$ der Druck in der Gasuhr, so ist

$$(7) \quad W = \frac{L}{q \cdot \tau} \cdot \frac{b - h'''}{b}.$$

Um die saugende Wirkung möglichst gleichmässig über den Rohrquerschnitt zu vertheilen, wurde auf das Ende des Rohres luftdicht eine Blechbüchse aufgeschoben, die zunächst das Rohrende mit einem Drahtnetz überspannte; hinter diesem Drahtnetze bildete die Büchse einen sonst überall luftdicht abgeschlossenen Raum, der mit Watte vollgestopft wurde. In diesen Raum mündete von hinten her der Schlauch, der nach der Gasuhr führte. Die Luft trat also aus dem Rohre zunächst durch das Drahtnetz in die Watte, und erst dann in die enge Schlauchmündung. Eine gleiche Vorrichtung konnte auch vor der Einströmungsöffnung angebracht werden; bei anderen Versuchen war die Einströmungsöffnung nur mit einem straff gespannten Leinengewebe überdeckt, bei noch anderen blieb sie ganz offen. Ueber den Einfluss, den diese Veränderungen auf das Resultat hatten, vgl. weiter unten.

In der Mitte des Rohres hängt die Scheibe, deren Drehungen unter dem Einflusse des Luftstromes gemessen werden sollen. Die Vorrichtung, die hierzu dient, zeigt Fig. 1. An die Scheibe sind, als Fortsetzungen ihres verticalen Durchmessers, zwei sehr dünne Stahlstäbchen angelöthet. Das eine geht nach oben bis in die Glasröhre G und ist hier an den

Coconfaden geknüpft, der von dem Torsionskopfe *K* herunterhängt. Das andere Stäbchen geht nach unten in das Gehäuse *M*, und hier hängt an ihm ein stärkerer Stab, der einen Magneten, einen Spiegel und an seinem untersten Ende eine runde horizontale Messingscheibe trägt. Letztere taucht in eine passende Mischung von Petroleum und flüssigem Paraffin und bewirkt damit die Dämpfung der Schwingungen. Die Einführung des Scheibchens in das Stromrohr geschieht von oben her, und erfordert eine dementsprechend weite, runde oder mindestens schlitzartige Oeffnung. Um die Wandung des Stromrohres nicht mit einer zu grossen Oeffnung zu unterbrechen und dadurch vielleicht Unregelmässigkeiten im Verlauf der Strömung hervorzurufen, sind die beschriebenen Theile, das Glasrohr *G* und das Gehäuse *M* nicht an das Stromrohr selbst, sondern an einen kurzen, etwas weiteren Rohrstutzen *S* angefügt. Das Stromrohr ist in der Mitte durchgeschnitten, und die beiden Hälften werden von beiden Seiten her in den Rohrstutzen hineingeschoben, bis sie sich in der Mitte wieder berühren. Zwei feine Löcherchen oben und unten gewähren den beiden Stahlstäbchen gerade soviel Spielraum als nöthig ist. Um durch diese Löcher keine dauernde Luftströmung zu erhalten, ist oben der Torsionskopf luftdicht in die Glasröhre eingefügt; und das Gehäuse unten hat vorne einen abgeschliffenen Metallrand, auf den eine Glasplatte mit Fett luftdicht aufgelegt werden kann. Bei dem älteren Apparat war das Gehäuse *M* unmittelbar an den Rohrstutzen *S* angelöthet. Dann bewirkte aber die Strömung in dem Rohre offenbar auch Bewegungen der Luft in dem Gehäuse; denn es ergaben sich — wenn auch nur geringfügige — Ablenkungen auch dann, wenn ein einfaches, rundes Stäbchen ohne Scheibe in den Apparat eingesetzt wurde. Um diesen Fehler zu vermeiden, wurde bei den späteren Apparaten ein längeres, dünnes Metallrohr *H* zwischen Rohrstutzen *S* und Gehäuse *M* eingefügt. Da übrigens diese Ablenkungen mit der Stromrichtung ihr Zeichen wechselten, während die von der Wirkung auf das Scheibchen herrührende Ablenkung stets denselben Sinn hat, so liess sich diese Fehlerquelle und alle ähnlichen, von der Unsymmetrie der Scheibe oder von anderen Ursachen herrührenden auch dadurch eliminiren, dass man stets die

Ablenkung für die beiden entgegengesetzten Stromrichtungen maass und das Mittel aus beiden Werthen nahm. Diese Vorichtsmaassregel wurde bei sämtlichen Versuchsreihen durchgeführt. Die Berechnung der Mittelwerthe gestaltete sich dadurch etwas umständlicher, dass es nicht möglich war, die Geschwindigkeit ganz genau auf bestimmte Werthe zu reguliren. Es musste daher folgendes Verfahren eingeschlagen werden. Für jede Stromrichtung wurde eine besondere Reihe von Beobachtungen durchgeführt, indem die Ablenkungen für verschiedene Geschwindigkeiten gemessen wurden. Aus jeder Reihe wurden sodann durch graphische Interpolation die Werthe der Ablenkung für bestimmte Werthe der Geschwindigkeit ermittelt, und aus den beiden, so für die gleiche Geschwindigkeit erhaltenen Werthe das Mittel genommen.

Um die Grösse des von der Strömung ausgeübten Drehungsmomentes in absolutem Maasse angeben zu können, ist schliesslich noch die Kenntniss der Grösse der magnetischen Richtkraft erforderlich, die der hydrodynamischen das Gleichgewicht hält. Diese Grösse wurde in bekannter Weise durch Bestimmung des Trägheitsmomentes und der Schwingungsdauer des Systems ermittelt. Ist F diese Richtkraft, a der Radius der Scheibe, c ihre halbe Dicke, ist φ der Winkel, um den das System durch die hydrodynamische Wirkung aus der Ruhelage abgelenkt wird, und ϑ_0 der Winkel der Platten-normale mit der Röhrenaxe in der Ruhelage des Systems, so besteht die Gleichung:

$$(8) \quad F \cdot \sin \varphi = \frac{4}{3} a^3 \left(1 - 0,2977 \frac{c}{a} \right) \mu W^2 \sin 2(\vartheta_0 - \varphi).$$

Für $\vartheta_0 = 45^\circ$ und für kleine Ausschläge lässt sich demnach der Ausschlag s beim Scalenabstande r in erster Annäherung durch die Formel ausdrücken:

$$(9) \quad s = \frac{8}{3} \frac{\mu a^3 \left(1 - 0,2977 \frac{c}{a} \right) r W^2}{F}.$$

Es wurden zunächst mit dem älteren Apparat zwei Versuchsreihen mit zwei Scheiben von verschiedener Grösse ausgeführt. Der Index 1 soll sich auf die Versuchsreihe mit der kleineren, der Index 2 auf diejenige mit der grösseren Scheibe

beziehen. Die Dimensionen der verschiedenen Grössen waren bei den beiden Reihen die folgenden:

$$\begin{array}{ll} a_1 = 0,510 \text{ cm} & a_2 = 0,615 \text{ cm} \\ c_1 = 0,033 \text{ cm} & c_2 = 0,035 \text{ cm} \\ r_1 = 2050 \text{ mm} & r_2 = 2094 \text{ mm} \\ F_1 = 1,1679 \text{ cm g sec}^{-2} & F_2 = 1,1324 \text{ cm g sec}^{-2}. \end{array}$$

Der Querschnitt des Stromrohres war in beiden Fällen der gleiche, $q = 15,907 \text{ cm}^2$. Die Luftdichtigkeit aber war etwas verschieden:

$$\mu_1 = 0,001282 \quad \mu_2 = 0,001201.$$

In beiden Fällen war die Scheibe möglichst genau unter 45° gegen die Röhrenaxe eingestellt. Die hier gegebenen Werthe in der Formel (9) eingeführt, ergeben die Scalenausschläge

$$(9a) \quad s_1 = 0,72 \times W^2 \quad \text{und} \quad s_2 = 1,35 \times W^2$$

in Millimetern, wenn die Stromgeschwindigkeit W in cm/sec ausgedrückt wird. Tabelle I enthält in der 2. und 4. Columne die wirklich beobachteten Ausschläge, d. h. diejenigen Ausschläge, die sich aus den Beobachtungen nach dem oben beschriebenen Interpolationsverfahren für die Geschwindigkeiten 3, 4, 5, 6, 7 und 8 cm/sec herleiten liessen. Zum Vergleich sind in den Columnen 3 und 5 die nach Formel (9a) berechneten Ausschläge hinzugefügt, also diejenigen Ausschläge, die für die betreffenden Werthe von W zu erwarten sein würden, wenn man es mit einer stetigen, der früher entwickelten Theorie entsprechenden Strömung zu thun hätte. Die letzte Columne enthält das Verhältniss der mit der grossen und mit der kleinen Scheibe bei gleichem W beobachteten Ausschläge. Dieses Verhältniss ist augenscheinlich constant; sein Mittelwerth beträgt 1,885. Andererseits folgt aus den Formeln (9a) als theoretischer Werth:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{1,35}{0,72} = 1,874.$$

Die nahe Uebereinstimmung der beiden Werthe führt zu dem Schluss, dass die Formel (9), soweit sie die Abhängigkeit des hydrodynamischen Drehungsmomentes von den Dimensionen der Scheibe ausdrückt, der Wirklichkeit entspricht, d. h., dass das hydrodynamische Drehungsmoment der 3. Potenz des Scheibenradius proportional ist. Dagegen lehrt der Vergleich

der Columnen 2 mit 3 und 4 mit 5, dass die beobachteten Drehungsmomente ihrem absoluten Werthe nach erheblich grösser sind, als die theoretischen, und das Gesetz $s = C \cdot W^2$ findet gleichfalls in den Beobachtungen keine Bestätigung; denn Fig. 2, in der die Ausschläge als Ordinaten, die Stromgeschwindigkeiten als Abscissen aufgetragen sind, zeigt, dass die beobachtete Curve nicht dem Parabelgesetz entspricht, sondern flacher verläuft.

Tabelle I.

W	Kleine Scheibe		Grosse Scheibe		$\frac{s_2}{s_1}$ beob.
	s_1 beob.	s_1 ber.	s_2 beob.	s_2 ber.	
cm/sec	mm	mm	mm	mm	
3	12,2	6,5	23,9	12,2	1,96
4	21,6	11,6	38,7	21,6	1,79
5	29,6	18,1	56,1	33,8	1,89
6	39,5	26,0	74,4	48,7	1,88
7	50,0	35,4	95,3	66,2	1,90
8	60,9	46,2	114,9	86,3	1,89

Es wurde nun zunächst untersucht, ob die Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung auf eine ungleichmässige Vertheilung der Stromgeschwindigkeit über den Querschnitt der Stromröhre zurückzuführen waren. Die bei den obigen Versuchen benutzte Stromröhre war im ganzen nahezu 1 m lang und an beiden Enden mit den beschriebenen Wattefiltern versehen. Es erschien möglich, dass in einer längeren Röhre auch bei gleichmässig vertheilter Einstömungsgeschwindigkeit sich doch in den hinteren Theilen der Röhre eine ungleichmässige Vertheilung mit einem Ueberwiegen der Geschwindigkeit in der Rohrmitte herausbildete. Daher wurden Versuche mit einem ganz kurzen Rohre, unter Benutzung eines neuen, verbesserten Apparates, angestellt. Das Rohr war bei einem Querschnitt von 14,879 cm² nur 5 cm lang, die Luft strömte wieder durch die Wattefilter ein und aus. Bei dieser Anordnung war der Unterschied zwischen Beobachtung und Berechnung aber noch viel grösser als vorher. Die beobachteten Ausschläge waren bei $W = 2$ cm/sec etwa zweimal grösser als die berechneten und wuchsen so viel schneller als W^2 , dass sie für $W = 9$ cm/sec fünfmal zu gross waren. Das

Wattefilter wurde nunmehr entfernt, und es wurden einige Versuchsreihen angestellt, bei denen die Oeffnung entweder ganz frei oder mit einer dünnen, straff gespannten Leinwand bedeckt war. Tabelle II enthält die Ergebnisse der Beobachtungen von vier Versuchsreihen. Die Luft strömte bei allen vier Reihen durch das Wattefilter aus, und das Drahtnetz der Ausströmungsöffnung lag 25 cm hinter der Scheibe. Die Einstromungsöffnung lag bei der ersten und zweiten Reihe 2,5 cm vor der Scheibe und war bei der ersten Reihe ganz frei, bei der zweiten mit der Leinwand überspannt. Bei der dritten und vierten Reihe war die Einstromungsöffnung durch Einschieben eines Rohrstutzens bis auf ca. 18 cm Abstand von der Scheibe vorgeschoben; sie war bei der dritten Reihe frei, bei der vierten mit der Leinwand überspannt. Die in der Tabelle als beobachtet angegebenen Werthe der Ablenkungen sind wieder die durch graphische Interpolation erhaltenen Mittelwerthe aus den beiden bei entgegengesetzten Strömungsrichtungen ausgeführten Beobachtungsreihen. Die letzte Columnne enthält die nach Formel (9) berechneten Werthe der Ablenkungen. Die Constanten des Apparates waren hierbei die folgenden:

$$a = 0,577 \text{ cm}, \quad c = 0,027 \text{ cm}, \quad r = 2055 \text{ mm}, \\ F = 0,8203 \text{ cm gr sec}^{-2}, \quad \mu = 0,001196, \quad s = 1,51 \times W^2.$$

Tabelle II.

W	Beobachtete s				Be-rechnete s
	1	2	3	4	s
cm/sec	mm	mm	mm	mm	mm
3	19,0	11,7	23,0	24,2	13,6
4	29,1	17,2	37,5	37,6	24,2
5	41,0	22,8	51,2	51,0	37,8
6	53,3	29,2	65,4	65,4	54,4
7	66,2	35,8	81,0	79,5	74,0
8	77,5	42,6	95,1	92,7	96,7
9	91,1	49,0	109,7	106,0	122,4
10	105,5	55,3	125,3	123,0	151,1
11	124,3	61,0	141,4	141,0	182,8

Die Zahlen der dritten und vierten Beobachtungsreihe sind sehr nahe einander gleich. Daraus folgt, dass, wenn sich die Scheibe ca. 18 cm hinter der Oeffnung befand, der Unterschied in der Bedeckung der Oeffnung von keinem Einfluss

mehr war. Hängt die Scheibe nur 2,5 cm hinter der Einstromungsöffnung, so sind die Ablenkungen kleiner, und eine Bedeckung der Oeffnung mit Leinwand drückt sie dann noch auf die Hälfte herunter. Ein Vergleich mit den Zahlen der letzten Columnne zeigt endlich, dass in allen Fällen die Curve der Beobachtungen wesentlich flacher, als die Curve der berechneten Werthe verläuft (vgl. Fig. 3).

Der eigentliche Schluss aber, den man aus diesen Versuchen ziehen muss, ist ein durchaus negativer, nämlich der, dass es nicht möglich ist, auf dem eingeschlagenen Wege, mittels Strömung der Luft in Röhren, die Beziehung der wirklich beobachteten Drehungsmomente zu den theoretisch berechneten festzustellen, weil nur die *mittlere* Geschwindigkeit W im Rohre gemessen werden kann, der Werth, der für die hydrodynamische Wirkung in Betracht kommenden Geschwindigkeit aber ganz abhängig von den Versuchsbedingungen und durchaus uncontrollirbar ist. Hinsichtlich der Genauigkeit der Ergebnisse möchte ich dazu nur noch bemerken, dass gelegentliche Wiederholungen einzelner Versuche und Versuchsreihen stets unter gleichen Verhältnissen zu gleichen Resultaten geführt haben. Um also eine sichere Kenntniss über die absoluten Werthe der fraglichen Drehungsmomente für bestimmte Luftgeschwindigkeiten zu erlangen, müssen die Versuche entweder mit viel grösseren Mitteln angestellt werden — weitere Röhren und starke Aspiratoren, die viel grössere Geschwindigkeiten zu erreichen gestatten, würden vielleicht bessere Resultate ergeben — oder man muss direct im Freien beobachten und die Windgeschwindigkeit gleichzeitig auf anemometrischem Wege bestimmen, was aber bei der Unsicherheit der Constanten der gebräuchlichen Anemometer auch nicht ohne Bedenken ist. Das gleiche gilt von Versuchen mit Wasserströmung, wie sie Hr. Dwelshauvers angestellt hatte.

Die Versuche in dem angedeuteten Sinne weiterzuführen, ist mir nicht möglich gewesen. Dagegen gestattet der Apparat, auf einem ganz anderen Wege die Thatsachen mit den theoretischen Möglichkeiten zu vergleichen. Bei der bisherigen Beurtheilung der Versuchsergebnisse ist nur die Frage nach dem Werthe der wirksamen Geschwindigkeit in Betracht ge-

zogen worden und die andere Frage nach der Form der Strömung ist noch unerörtert geblieben. Die Abweichungen der Beobachtungen von der Theorie können aber auch dadurch bedingt sein, dass man es gar nicht mit der vorausgesetzten stetigen Strömung zu thun hat. Diese Frage lässt sich sehr einfach dadurch beantworten, dass man die Abhängigkeit des Drehungsmomentes vom Winkel ϑ untersucht. In den theoretischen Betrachtungen am Anfange dieser Abhandlung ist gezeigt worden, dass bei stetiger Strömung das Drehungsmoment proportional mit $\sin 2\vartheta$, bei unstetiger Strömung aber proportional mit $\sin 2\vartheta / (4 + \pi \cos \vartheta)^2$ ist. Diese Formeln gelten allerdings nur für eine zweidimensionale Strömung, also für eine unendlich lange, von geraden, der Drehungsaxe parallelen Rändern begrenzte Platte. Aber man wird mit Sicherheit erwarten können, dass auch eine runde Platte bei unstetiger Strömung an Stelle des zu $\vartheta = 45^\circ$ symmetrischen Verlaufes des Drehungsmomentes einen unsymmetrischen Verlauf mit einer entsprechenden Verschiebung des Maximums aufweisen wird. Indem man also die Abhängigkeit des Drehungsmomentes vom Winkel ϑ untersucht, wird man die Frage entscheiden können, ob eine stetige oder unstetige Strömung vorliegt.

Dieser Ueberlegung gemäss habe ich eine grössere Anzahl von Beobachtungsreihen für verschiedene Werthe des Winkels ϑ ausgeführt. Jede Beobachtungsreihe bestand, wie die früher mitgetheilten, aus zwei Sätzen für entgegengesetzte Stromrichtungen, jeder Satz aus den Beobachtungen der Ablenkung s für 10—12 verschiedene Werthe der Stromgeschwindigkeit W . Aus diesen beiden Sätzen wurden dann jedesmal durch graphische Interpolation die Mittelwerthe der s für die Geschwindigkeiten 3, 4, 5 etc. bis 11 cm/sec abgeleitet. Vor Beginn und nach Schluss einer jeden Beobachtungsreihe wurde der Winkel i gemessen, den die Ebene der Scheibe mit der durch die Spiegelnormale gehenden Verticalebene bildete. Zu diesem Zwecke wurde das ganze in dem Apparat hängende System herausgenommen und an einem Gestell auf einer grösseren Tischplatte so aufgehängt, dass seine Mitte genau über dem einen Eckpunkte eines grossen Papierquadrates von 0,5 m Seitenlänge sich befand. Die diesem Eckpunkt gegenüberliegenden Seiten des Quadrates waren aus

Maassstäben mit Millimetertheilung gebildet. Eine passende, leichte Arretirung verhinderte Schwingungen des Systems, ohne seine verticale Lage zu ändern. Indem man nun einerseits durch Visiren über die Scheibe hinweg den Schnittpunkt der Scheibenebene mit den Maassstäben, andererseits durch Visiren senkrecht zum Spiegel den Schnittpunkt der durch die Spiegelnormale gehenden Verticalebene mit den Maassstäben feststellte, erhielt man Ablesungen, die den gesuchten Winkel i mit einer Genauigkeit von Bruchtheilen eines Grades zu berechnen gestatteten. Dieser Winkel würde direct gleich dem gesuchten Winkel ϑ sein, wenn bei der Aufhängung im Apparat die Spiegelnormale genau senkrecht zur Röhrenaxe oder senkrecht zu der der Röhrenaxe parallelen, gläsernen Verschlussplatte des Gehäuses stände. Der Winkel η zwischen der Spiegelnormale und der Normale der Glasplatte ist aber überhaupt nicht constant, sondern ändert sich durch die Drehung des Systems bei den Versuchen. Daher musste auch noch η ermittelt werden, um als Correction mit dem richtigen Vorzeichen zu i hinzugefügt den genauen Werth von ϑ zu ergeben. Der Winkel η wurde für die Ruhelage des Systems dadurch bestimmt, dass das Bild der Scala im Spiegel mit dem Bilde in der Glasplatte verglichen wurde. Aus diesem Werthe konnten dann mit Hülfe der gemessenen Ablenkungen der Werth von η und damit der genaue Werth von ϑ für jede einzelne Beobachtung berechnet werden.

Das Verfahren setzt voraus, dass der Winkel zwischen der gläsernen Verschlussplatte und der Röhrenaxe gleich Null sei. Ist dies nicht der Fall, sondern ist der Winkel $= \pm \epsilon$, so sind alle Werthe von ϑ um diesen constanten Betrag zu gross oder zu klein. Auf das Resultat ist diese constante Differenz in der Hauptsache ohne Einfluss. Auch lehren die in Fig. 4 dargestellten Beobachtungsergebnisse, dass dieser Fehler nur geringfügig sein kann.

Da diese ganzen, etwas umständlichen Beobachtungen sich über einen langen Zeitraum erstreckten, unterlagen sowohl die Luftdichte als auch die Richtkraft des Systems gewissen kleinen Schwankungen. Die erstere wurde durch Beobachtung der Temperatur und des Luftdrucks, die letztere dadurch controllirt, dass bei jeder Beobachtungsreihe die Ablenkung des

Systems durch einen bestimmten, in eine genau fixirte Lage gebrachten Magneten gemessen wurde. Den geringfügigen Schwankungen beider Elemente wurde durch entsprechende Correctionen an den Werthen der Ablenkungen Rechnung getragen, um diese Werthe unter sich vollkommen vergleichbar zu machen. Endlich sind bei den grösseren Ablenkungen Correctionen angebracht, um die Ausschläge auf die Proportionalität mit dem Sinus des Drehungswinkels zu reduciren.

Die ganze Untersuchung ist zweimal durchgeführt worden. Das erste Mal hing die Scheibe 18 cm hinter der ganz freien Einstromungsöffnung und 2,5 cm vor der Ausstromungsöffnung des Rohres. Das zweite Mal hing die Scheibe in der Mitte eines 1 m langen Rohres mit leinwandüberdeckter Einstromungsöffnung.¹⁾ Beide Reihen haben die gleichen Resultate ergeben. Es sollen im Folgenden nur die Ergebnisse der zweiten, genaueren Serie angegeben werden. Diese bestand aus zehn Beobachtungsreihen für folgende Werthe von i : $42,5^\circ$, $32,7^\circ$, $55,1^\circ$, $64,5^\circ$, $19,2^\circ$, $72,7^\circ$, $80,6^\circ$, $10,8^\circ$, $56,9^\circ$ und $45,6^\circ$. Die Ergebnisse sind in Tabelle III in der Weise gruppiert worden, dass jede Gruppe aus allen Reihen diejenigen Werthepaare von s und ϑ umfasst, die denselben Werthe der Geschwindigkeit W zugehören. Jede Gruppe ist nach steigenden Werthen von ϑ geordnet. Fig. 4 gibt den Zusammenhang zwischen s und ϑ in graphischer Darstellung.

Tabelle III.

$W = 3 \text{ cm/sec}$		$W = 4 \text{ cm/sec}$		$W = 5 \text{ cm/sec}$	
ϑ	s	ϑ	s	ϑ	s
	mm		mm		mm
$11,5^\circ$	9,7	$11,4^\circ$	15,0	$11,4^\circ$	21,2
$20,1^\circ$	15,6	$20,0^\circ$	23,5	$19,8^\circ$	34,2
$33,2^\circ$	22,9	$33,0^\circ$	36,3	$32,8^\circ$	52,3
$42,7^\circ$	26,3	$42,5^\circ$	41,1	$42,3^\circ$	59,5
$46,6^\circ$	26,1	$46,4^\circ$	42,0	$46,1^\circ$	61,6
$55,7^\circ$	25,5	$55,5^\circ$	40,7	$55,2^\circ$	62,6
$57,6^\circ$	25,4	$57,4^\circ$	40,2	$57,1^\circ$	60,4
$65,4^\circ$	21,6	$65,2^\circ$	34,6	$65,0^\circ$	52,8
$73,3^\circ$	15,8	$73,1^\circ$	25,1	$73,0^\circ$	39,3
$81,5^\circ$	8,5	$81,4^\circ$	14,0	$81,3^\circ$	21,0

1) Die Dimensionen waren nahezu die gleichen, wie die auf p. 649 angegebenen. Doch kommen hier die absoluten Werthe nicht in Betracht, da es nur auf die relativen Werthe der Ablenkungen ankommt.

$W = 6 \text{ cm/sec}$		$W = 7 \text{ cm/sec}$		$W = 8 \text{ cm/sec}$	
ϑ	s	ϑ	s	ϑ	s
	mm		mm		mm
11,3°	28,3	11,2°	36,2	11,0°	44,9
19,7°	46,0	19,5°	57,0	19,3°	70,7
32,6°	68,9	32,3°	86,8	32,1°	105,5
41,9°	79,7	41,6°	103,0	41,3°	126,9
45,9°	82,5	45,5°	107,9	45,2°	134,4
54,9°	87,1	54,5°	114,1	54,1°	147,7
56,8°	84,1	56,4°	112,6	56,0°	147,2
64,6°	75,1	64,3°	101,9	63,9°	129,6
72,7°	56,3	72,4°	76,9	72,1°	102,3
81,2°	29,7	81,1°	40,8	80,9°	53,6

$W = 9 \text{ cm/sec}$		$W = 10 \text{ cm/sec}$		$W = 11 \text{ cm/sec}$	
ϑ	s	ϑ	s	ϑ	s
	mm		mm		mm
10,9°	53,4	10,8°	63,8	10,6°	75,6
19,1°	84,1	18,9°	99,0	18,7°	115,8
31,8°	125,1	31,5°	147,1	31,2°	168,2
41,0°	150,1	40,7°	175,1	40,3°	202,5
44,8°	161,3	44,4°	188,2	44,0°	215,5
53,7°	177,7	53,2°	212,7	52,7°	247,5
55,5°	178,3	55,1°	211,0	54,6°	244,7
63,4°	164,4	62,9°	202,9	62,4°	242,9
71,7°	127,8	71,3°	158,5	70,8°	194,8
80,7°	68,6	80,5°	85,4	80,2°	104,0

Der Anblick der Curven in Fig. 4 lehrt auf das Deutlichste, dass bei geringen Geschwindigkeiten die Form der Strömung im Wesentlichen dem Gesetze der stetigen Strömung entspricht — für $W = 3$ und 4 cm/sec . liegt das Maximum des Drehungsmomentes offenbar bei $\vartheta = 45^\circ$ — dass dagegen für grössere Geschwindigkeiten, $W = 9, 10$ und 11 cm/sec , der Verlauf der Curve ganz unzweideutig dem entspricht, was man für eine unstetige Strömung erwarten kann. Das Maximum liegt nicht mehr bei 45° , sondern ausgesprochenenmaassen zwischen 50° und 60° und sogar ziemlich nahe bei dem Werthe $57,5^\circ$, der für eine unendlich lange rechteckige Scheibe nach der Theorie zu erwarten sein würde. Daraus dürfte der Schluss zu ziehen sein, dass auch für eine runde Scheibe das Drehungsmoment mindestens eine ähnliche Function des Winkels ϑ sein muss, wie sie durch Formel (3) dargestellt wird. Eine strenge Befolgung des Gesetzes

$$M = C \times \frac{\sin 2 \vartheta}{(4 + \pi \cos \vartheta)^2}$$

findet allerdings auch für die Reihe $W = 11$ cm/sec nicht statt, ebensowenig, wie die Reihe $W = 3$ oder $W = 4$ cm/sec. dem Gesetze

$$M = C' \cdot \sin 2 \vartheta$$

vollkommen entspricht. Man erkennt dies aus Tabelle IV, welche in der zweiten Reihe die Werthe des Verhältnisses:

$$s : \frac{\sin 2 \vartheta}{\left(\frac{4}{\pi} + \cos \vartheta\right)^2}$$

für die Beobachtungsreihe $W = 11$, und in der dritten Reihe die Werthe des Verhältnisses: $s : \sin 2 \vartheta$ für die Beobachtungsreihe $W = 3$ enthält, beide Zahlenreihen aus den Beobachtungen berechnet für die in der ersten Reihe angegebenen Werthe von ϑ .

Tabelle IV.

$\vartheta =$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$s : \frac{\sin 2 \vartheta}{\left(\frac{4}{\pi} + \cos \vartheta\right)^2} (W = 11)$	1088	931	858	845	880	890	815	661
$s : \sin 2 \vartheta (W = 3)$	24,9	24,3	25,2	25,8	26,4	28,1	28,3	28,9

Die in der zweiten und dritten Reihe dieser Tabelle enthaltenen Werthe würden bei voller Bestätigung der obengenannten Gesetze constant sein. Statt dessen sieht man, dass sie für $W = 3$ mit ϑ zunehmen, für $W = 11$ dagegen mit wachsendem ϑ abnehmen. Besser als aus dieser Tabelle ist der Anschluss der Beobachtungen an die obigen Formeln aus Fig. 5 zu ersehen. Die hier gezeichneten Curven stellen den Verlauf der Drehungsmomente nach den beiden oben genannten Gesetzen dar, und zwar sind die Constanten so gewählt worden, dass die eine Curve ($C = 869$) sich ungefähr der Beobachtungsreihe $W = 11$ cm/sec, die andere ($C' = 26,5$) der Beobachtungsreihe $W = 3$ cm/sec anschliesst. Die Kreuze bedeuten die beobachteten Werthe. Die Darstellung lässt deutlich erkennen, dass auch schon bei der kleinsten Geschwindigkeit der Verlauf von der theoretischen Curve für eine stetige Strömung im Sinne einer Neigung zur unstetigen Strömungsform abweicht. Schon für $W = 3$ cm/sec ist der Anstieg von

0 bis 45° flacher, als der Sinuscurve entspricht, der Abstieg beginnt erst nach 60° und ist entsprechend stärker. Verfolgt man ferner die anderen Curven in Fig. 4, so sieht man, wie sich mit wachsender Geschwindigkeit die Form der unstetigen Curve immer schärfer herausbildet. Der Uebergang aus der stetigen in die unstetige Strömungsform ist also kein plötzlicher, sondern ein allmählicher. Die Wirkung der Reibung, die ja der Entstehung einer Discontinuität in der Strömung entgegenarbeitet, dürfte diese Art des Ueberganges wohl erklärlich erscheinen lassen. Für $W = 11$ cm/sec lagern sich die Beobachtungen ziemlich gut um die theoretische Curve herum; doch sind auch hier offenbar noch systematische Abweichungen vorhanden. Man könnte versucht sein, folgende Ueberlegung anzustellen, um den Anschluss noch befriedigender zu gestalten. Ist die Strömung eine unstetige, so bildet sich hinter der Scheibe ein todter Raum; der von der strömenden Flüssigkeit erfüllte Querschnitt des Rohres ist dadurch an und hinter der Scheibe verengt, um den Querschnitt q' des toten Raumes. Demnach müsste die Geschwindigkeit in der Weise berechnet werden, dass in Formel (7) an Stelle von q im Nenner $q - q'$ gesetzt würde. In unmittelbarer Nähe der Scheibe, an deren Ränder sich ja die Unstetigkeitsfläche ansetzt, wird q' nahe gleich $f \cdot \cos \vartheta$ gesetzt werden können, unter f die Fläche der Scheibe verstanden. Demnach müsste in Formel (3) als Correctionsglied noch der Factor $q^2 / (q' - f \cdot \cos \vartheta)^2$ hinzugefügt werden. Eine Berechnung mit dieser verbesserten Formel gibt in der That eine weitere Annäherung zwischen der theoretischen Curve und den Beobachtungen; nur die mittleren Werthe um $\vartheta = 50-60^\circ$ herum weichen dann noch stärker von der Curve ab. Doch wäre es überhaupt ein müßiges Beginnen, die Discussion der Beobachtungen nach dieser Richtung hin fortsetzen zu wollen, da ja die eigentliche Formel, auf deren Prüfung es doch ankäme, diejenige für eine runde Scheibe bei unstetiger Strömung, nicht bekannt ist. Solange die theoretische Behandlung dieses Falles nicht gelungen ist, solange ist es nicht möglich, zu entscheiden, ob die Abweichungen der Beobachtungen von der Function $\sin 2\vartheta / (4 + \pi \cos \vartheta)^2$ einer unzutreffenden Anwendung dieser Formel auf eine runde Scheibe zuzuschreiben sind, oder ob ihre Erklärung einfach in äusseren

Versuchsbedingungen zu suchen ist. Der Umstand, dass die Strömung nicht unendlich ausgedehnt ist, sondern in einem Rohre von immerhin beschränktem Querschnitte vor sich geht, dürfte gewiss nicht ohne Einfluss auf die Resultate sein. Wie gross dieser Einfluss ist, könnte aber nur durch vergleichende Versuche mit wesentlich weiteren Röhren gefunden werden, und um in solchen gleiche Geschwindigkeiten zu erhalten, wäre ein viel kräftigerer Aspirator erforderlich gewesen, als er mir zu Gebote stand. Diese Frage konnte also nicht entschieden werden. Doch die Regelmässigkeit der Resultate und ihr angenäherter Anschluss an die Formel (9) machen es entschieden unwahrscheinlich, dass der besagte Umstand von sehr beträchtlichem Einfluss gewesen sein könnte.

Es möge also genügen, aus diesen Beobachtungen den Schluss zu ziehen, dass bei ganz geringen Geschwindigkeiten die Strömungsform die stetige ist, dass sie bei zunehmender Geschwindigkeit allmählich in die unstetige übergeht, und dass die Form der Abhängigkeit des Drehungsmomentes vom Winkel für eine runde Scheibe bei unstetiger Strömung der für eine unendlich lange, rechteckige Scheibe geltenden Function jedenfalls sehr ähnlich sein muss. An der Hand dieser Resultate lassen sich nunmehr auch die anderen vorher mitgetheilten Versuche besser beurtheilen. Aus Fig. 2 und 3 konnte der Schluss gezogen werden, dass die Beobachtungen bei constantem ϑ nicht dem Gesetze $s = \text{const.} \times W^2$ entsprächen, sondern flacheren Verlauf zeigten. Wenn mit wachsendem W die Strömung aus der stetigen in die unstetige Form übergeht, so ist dieses Verhalten ganz erklärlich; denn dann ändert sich mit wachsendem W die Constante in der Formel $s = \text{const.} \times W^2$, und es würde auch dem Charakter der unstetigen Strömung entsprechen, dass diese Constante kleiner würde.

Es dürfte wohl von Interesse sein, die gleiche Untersuchung über die Abhängigkeit des Drehungsmomentes vom Winkel, wie sie hier für Gleichstrom durchgeführt ist, auch für Wechselstrom, d. h. im Schwingungsbauche einer tönenden Luftmasse, auszuführen. Dahin zielende Versuche habe ich angestellt, aber noch nicht den erforderlichen Grad von Genauigkeit dabei erreicht. Das ursprüngliche Ziel der Untersuchung aber, auf den Drehungen der Scheibchen eine

auf theoretischen Grundlagen beruhende, bequeme und sichere Methode zur *absoluten* Messung von Stromgeschwindigkeiten oder Schallstärken aufzubauen, hat sich nach den vorliegenden Beobachtungsergebnissen vorläufig als nicht erreichbar erwiesen. Die weitere Ausgestaltung der Theorie der unsteady Flüssigkeitsströmung ist hierfür in erster Linie erforderlich.

Frankfurt a. M., Inst. d. physik. Vereins, Oct. 1893.

et

Kön
selb
noc
kam
und

Kar
folg

ela

Na

per

wir
wir
ein

od
lie

(1)

wo

(2)

15

6. *Experimentaluntersuchungen über die elastische Längs- und Torsionsnachwirkung in Metallen; von Louis Austin.*

(Aus der Strassburger Dissertation.)

(Hierzu Taf. XII Fig. 6–8.)

Die Thatsache, dass die Deformation eines elastischen Körpers, welcher irgend einer Spannung unterworfen wurde, selbst wenn die Elasticitätsgrenze nicht überschritten war, noch längere Zeit nach der Spannung andauert, wurde bekanntlich zuerst von W. Weber¹⁾ an Seidenfäden beobachtet und von ihm mit dem Namen „elastische Nachwirkung“ belegt.

Weitere Beobachtungen von F. Kohlrausch²⁾ an Glas, Kautschuk, Hartkautschuk und verschiedenen Metallen zeigten folgendes:

I. War ein Körper deformirt, so ist die darauf folgende elastische Nachwirkung nahezu der Deformation proportional.

II. Bei verschiedener Zeitdauer der Deformation ist die Nachwirkung nahe proportional einer Potenz dieser Zeit.

III. Diese Nachwirkung wächst bedeutend mit der Temperatur.

IV. Die Curven, welche den Verlauf der elastischen Nachwirkung nach verschieden starken, während gleicher Zeiträume wirkenden Deformationen darstellen, sind in erster Annäherung einander ähnlich.

V. Die Nachwirkung x nach einer constanten Deformation oder während einer constant wirkenden deformirenden Kraft liess sich in allen Fällen durch die Formel ausdrücken:

$$(1) \quad -\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t^n}; \quad x = Ce^{-\alpha t^m},$$

wo $\alpha = am$ und $n = 1 - m$ ist.

Oft genügt die specielle Form ($n = 1$)

$$(2) \quad -\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t}; \quad x = \frac{c}{t^\alpha}.$$

1) W. Weber, Pogg. Ann. **34**. p. 247; **54**. p. 1.

2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. **119**. p. 338; **128**. p. 7, 207. 399; **158**. p. 337; **160**. p. 225.

Hier bedeutet t die Zeit seit dem Aufhören der vorangegangenen Deformation, bez. nach dem plötzlichen Eintreten der deformirenden Kraft, x den Abstand der augenblicklichen Körpergestalt von der endlichen Gleichgewichtsgestalt; a , n , C und c sind Constanten. Die Formel (2) gilt im allgemeinen in denjenigen Fällen, wo der Körper nicht während allzu langer Zeit im Zustande der Spannung verblieb.

Kohlrausch untersuchte hauptsächlich die Nachwirkung bei der Torsion; diejenige bei der Dehnung und Biegung nur an Kautschuk bez. Hartkautschuk.

Die späteren Beobachtungen von zahlreichen Verfassern, soweit sie sich auf die oben unter I bis V gegebenen Verhältnisse bezogen, haben sich durch diese Formeln darstellen lassen.

Eine theoretisch abgeleitete Formel für die elastische Nachwirkung hat Boltzmann¹⁾ gegeben. Dieselbe beruht auf der Annahme, dass eine vorausgegangene Deformation δ , welche während der Zeit $d\theta$ bestanden hatte, eine Nachwirkung hinterlässt, die mit $\delta \cdot d\theta$ und einer Function der seitdem verflossenen Zeit θ proportional ist, ferner, dass verschiedene Nachwirkungen sich einfach superponiren.

Eine specielle Form der Boltzmann'schen Hypothese sagt, dass die Nachwirkung proportional $\delta \cdot (d\theta/\theta)$ ist.

Wenn also ein Körper während der Zeit T die constante Deformation δ erlitten hatte, so wird zu der Zeit t seit dem Aufhören der Spannung eine Nachwirkung x vorhanden sein:

$$x = p \delta \int_t^{t+T} \frac{d\theta}{\theta} = p \delta \log \frac{t+T}{t}$$

wo p eine Constante des Körpers ist.

Beobachtungen über Längsnachwirkung an Metallen sind wohl nur von Miller²⁾ angestellt worden, und zwar in einer Form, die nicht den ganzen Verlauf des Vorganges zu verfolgen gestattete.

Ich habe deshalb auf Veranlassung von Prof. Kohlrausch eine Reihe von Beobachtungen über die Längsnachwirkung

1) Boltzmann, Pogg. Ann. Erg.-Bd. 7. p. 624.

2) Miller, Sitzungsber. d. k. bayr. Akad. 1878.

verschiedener Drahtsorten ausgeführt und zugleich auch die Nachwirkung einer vorausgegangenen Torsion an denselben Drähten untersucht.

Die Hauptfragen, welche ich in der folgenden Untersuchung zu beantworten suche, sind folgende:

I. Folgt die durch eine Dehnung hervorgerufene elastische Nachwirkung denselben Gesetzen, wie die durch Torsion veranlasste?

II. In welcher Weise hängt die Rückkehr zu der Gleichgewichtslage von der ursprünglichen Gestaltsänderung ab?

III. Sind die Curven der elastischen Längsnachwirkung während einer Belastung und nach derselben lange dauernden Belastung congruent?

IV. Welche Grössenbeziehungen bestehen zwischen der durch Torsion und der durch Dehnung erzeugten Nachwirkung?

Apparat.

Die *Längsnachwirkung* wurde in dem Thurm des physikalischen Instituts untersucht, welcher Drähte von 23 m Länge zu benutzen gestattet und durch seine nördliche Lage die Erhaltung einer hinreichend constanten Temperatur ermöglicht.

Die Drähte, welche zu den Untersuchungen benutzt wurden, waren mittels eiserner Klammern an einem 25 cm dicken Balken, der auf zwei diagonal gegenüberstehenden Pfeilern ruhte, befestigt. Um gegen zufällige Verschiebungen des Aufhängepunktes der Drähte gesichert zu sein, wurde mit Hülfe eines Mikroskopes, welches an einem zweiten Balken angebracht war, von Zeit zu Zeit eine an den einzelnen Drähten, in der Nähe des Aufhängepunktes befindliche Marke beobachtet.

Zur Elimination der Temperaturstörungen wurden zwei Drähte desselben Materials benutzt. Der eine trug ein constantes kleines Gewicht und zugleich die Marke, welche als Nullpunkt bei den Beobachtungen diente; derjenige, an welchem die eigentlichen Untersuchungen über die elastische Nachwirkung angestellt wurden, hing 2 mm neben diesem „Thermometerdraht“ und lief durch das hohle Gewicht, welches diesen gespannt hielt. Am unteren Ende des zweiten Drahtes war die Schale befestigt, welche zur Aufnahme der Gewichte diente, und unter dieser stand ein gewöhnlicher grosser Wasser-

dämpfer. Um Torsionsschwingungen zu verhindern, war jeder Draht mit einem leichten Arm versehen, welcher ohne Zwang zwischen zwei an eisernen Stiften befestigten Stäben spielte.

Die Beobachtungen wurden am Ocularmikrometer eines Mikroskopes ausgeführt, welches Ablesungen bis zu 0,001 mm gestattete. Als Marken dienten Glasfäden, welche mit Siegelack an den Drähten befestigt waren.

Die von Hrn. Thompson ¹⁾ bei seiner Untersuchung über das Gesetz der elastischen Dehnung hergestellten Vorrichtungen konnten hierbei mehrfach benutzt werden.

Es war auch der Versuch gemacht worden, die Bestimmungen mit Hülfe von Spiegel und Scala zu bewerkstelligen; zu diesem Zwecke wurde ein leichter Drahtrahmen, der den Spiegel trug, mit drei Nadelspitzen versehen, von denen zwei in konischen Vertiefungen eines an dem Thermometerdraht befestigten Messingstückes ruhten, während die dritte in ähnlicher Weise einen Stützpunkt an dem Versuchsdrahte fand. Wenn der zweite Draht gespannt war, musste der Rahmen an einem dritten Ruhepunkte durch einen Draht gestützt werden, welcher so angebracht war, dass er den Rahmen aufging, wenn der zweite Draht sich ausdehnte. Allein, wenn der gespannte Draht von der Belastung befreit wurde und wieder als Stütze für den Rahmen mit Spiegel diente, so war der Nullpunkt auf der Scala gewöhnlich drei oder vier Millimeter verschoben, was die Anwendung dieser Methode unmöglich machte.

Um eine seitliche Bewegung zu verhindern, bewegten sich die Drähte ohne merkliche Reibung etwas unterhalb der Marken in einem von zwei dünnen, aber hinreichend steifen Glasfäden gebildeten Winkel; die Glasfäden waren an einem Rahmen befestigt, der von dem schon oben erwähnten Stifte getragen wurde.

Die Durchschnittstemperatur des Thurmes wurde aus der mit Hülfe eines zweiten Mikroskopes beobachteten Länge des Thermometerdrahtes berechnet.

Bei den Untersuchungen über die *Torsionsnachwirkung* hing der Versuchsdraht in einem Gehäuse an einem mit einer Theilung versehenen Torsionskopfe und trug an seinem unteren

1) J. O. Thompson, Wied. Ann. 44. p. 555. 1892.

Ende einen Spiegel und ein kleines Spannungsgewicht, welches mit einem Wasserdämpfer verbunden war. Um zu grosse Schwingungsamplituden zu verhindern und das untere Ende des Drahtes bei der Anwendung der Torsion an seiner Stelle zu erhalten, ging von dem den Draht spannenden Gewichte ein seitlicher Arm aus, welcher zwischen zwei aufrechten Drähten spielte.

Anordnung der Messungen.

Die Längsnachwirkung. Die beiden Drähte wurden in der oben näher angegebenen Weise befestigt und dann 24 Stunden hindurch mit einem Gewichte belastet, welches doppelt so schwer war, als irgend eines der bei den folgenden Versuchen zu benutzenden Gewichte; hierauf wurden die Drähte von ihrer Belastung befreit und nach Verlauf von 3 bis 8 Tagen die Beobachtungen begonnen. Der ersten Beobachtung an einer Reihe, welche immer $\frac{1}{3}$ Minute nach Entfernung des Gewichtes gemacht wurde, kann kein grosses Gewicht beigelegt werden, da der Draht dann noch nicht vollständig zur Ruhe gekommen war; diese Zahlen sind deshalb bei der Berechnung der Constanten nicht benutzt worden.

Die Torsionsnachwirkung. Die Drähte, welche zur Beobachtung der Torsionsnachwirkung dienten, wurden an dem Kopfe befestigt, einer bedeutenden Torsion unterworfen und dann nach Ruhepausen von mehreren Tagen in einzelnen Fällen von mehreren Wochen, zur Untersuchung benutzt. Die nach Verlauf einer halben Minute gemachten Beobachtungen sind auch hier nicht hinreichend genau, da der Spiegel dann noch in Bewegung war.

Zwischen zwei Messungsreihen wartete man mindestens so lange, bis der Draht in der Zeit, welche für die neue Reihe erforderlich war, keine merkliche Bewegung mehr zeigte.

Die Bedeutung der angewandten Zeichen ist folgende:

τ bezeichnet die Temperatur, W das Belastungsgewicht, L die demselben entsprechende Verlängerung, φ den Torsionswinkel, T die Dauer der Deformation, t die nach der Aufhebung der Deformation bez. nach Eintritt derselben verflossene Zeit, x die Nachwirkung; x_1 ist die für $t = 1$ beobachtete, c die für $t = 1$ berechnete Nachwirkung, Δ ist gleich

x beob. — x berech., λ ist x_1/L bei der Verlängerung, λ' ist x_1/φ bei der Torsion.¹⁾

**Längsnachwirkung eines 23 m langen, 0,30 mm dicken
Messingdrahtes.**

Zugfestigkeit = 4,7 kg, constantes Spannungsgewicht
= 0,65 kg, Verlängerung für 1 kg = 36,0 mm.

Als Einheit für die Längsnachwirkung wird in den Tabellen 0,01 mm genommen.

Tabelle I giebt die elastische Längsnachwirkung, welche nach verschiedenen starken Belastungen in gleichen Zeiträumen und nach gleicher Belastung in verschiedenen Zeiträumen erhalten wurde.

Tabelle Ia.

Dauer $T = 3$ Min.

$W = 0,5 \text{ kg}$ $10^{-2} \cdot L = 1800 \text{ mm}$				$r = 20,7^\circ$ 2520 mm				$19,3^\circ$ 3600 mm				$19,7^\circ$			
t	x		Δ	x		Δ	x		Δ	x		Δ			
Min.	beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.				
0,5	2,0	2,16	—	3,2	3,43	—	4,6	4,85	—						
1	1,6	1,55	+ 0,05	2,4	2,46	— 0,06	3,2	3,48	— 0,28						
2	1,2	1,11	+ 0,09	1,8	1,76	+ 0,04	2,6	2,50	+ 0,10						
3	1,0	0,91	+ 0,09	1,5	1,45	+ 0,05	2,2	2,05	+ 0,15						
5	0,7	0,72	— 0,02	1,2	1,14	+ 0,06	1,8	1,61	+ 0,19						
7	0,5	0,61	— 0,11	1,0	0,97	+ 0,03	1,4	1,37	+ 0,03						
10	0,3	0,51	— 0,21	0,8	0,81	— 0,01	1,2	1,15	+ 0,05						
15	—	—	—	0,6	0,67	— 0,07	0,9	0,95	— 0,05						
20	—	—	—	0,5	0,58	— 0,08	0,8	0,83	— 0,03						
$c = 1,55$				$c = 2,46$				$c = 3,48$							
$\alpha = 0,48$								$x = \frac{c}{t^\alpha}$							

Da die sämmtlichen von Kohlrausch beobachteten Nachwirkungen nach einer kurz dauernden Deformation sich aus der Formel (2) (p. 659) berechnen liessen, und zwar die meisten mit nahe demselben Exponenten α , so war der Versuch anzustellen, ob die Längsnachwirkung in Metallen dieselbe Beziehung zeigte. Man sieht, dass dies hinreichend genähert der Fall ist. Dass die Nachwirkung nach den grösseren De-

1) x_1 und L bez. x_1 und φ je in gleichem Maass gemessen.

formationen ein wenig langsamer als nach den geringeren verschwindet, stimmt mit den Beobachtungen Kohlrausch's über die Torsion von Metalldrähten.

Tabelle Ib.

$$W = 1 \text{ kg, } 10^{-2} \cdot L = 3600 \text{ mm}$$

$$T = 27 \text{ Min.}$$

$$\tau = 20,0^\circ$$

$$T = 81 \text{ Min.}$$

$$\tau = 19,7^\circ$$

<i>t</i> Min.	<i>x</i>		Δ	<i>x</i>		Δ
	beob.	ber.		beob.	ber.	
1	10,2	10,13	+ 0,07	16,0	15,89	+ 0,11
2	8,8	8,78	+ 0,02	13,8	14,06	- 0,26
3	7,8	7,96	- 0,16	12,8	12,92	- 0,12
5	6,8	6,91	- 0,11	11,4	11,44	- 0,04
7	6,1	6,21	- 0,11	10,6	10,44	+ 0,16
10	5,4	5,48	- 0,08	9,2	9,38	- 0,18
15	4,6	4,67	- 0,07	8,2	8,18	+ 0,02
20	4,0	4,12	- 0,12	7,4	7,34	+ 0,06
30	3,4	3,39	+ 0,01	6,4	6,21	+ 0,19
40	3,2	2,90	+ 0,30	—	—	—
50	2,8	2,55	+ 0,25	5,0	4,87	+ 0,13
70	2,0	2,06	- 0,06	—	—	—
80	—	—	—	3,8	3,75	+ 0,05
110	—	—	—	3,2	3,08	+ 0,12

$$C = 18,80; a = 0,618$$

$$C = 27,00; a = 0,530$$

$$m = 0,30 \quad x = C e^{-a t^m}$$

Ebenso ist mit jenen Beobachtungen in Uebereinstimmung, dass die Nachwirkung nach länger dauernden Deformationen sich der Specialformel (2) nicht fügt, sondern die allgemeine Formel verlangt.

Kohlrausch fand ferner, dass bei einer bestimmten Temperatur der Werth von x_1 nahezu dem Drehungswinkel φ bei der Torsionsnachwirkung oder dem Belastungsgewicht W bei der Längsnachwirkung und ausserdem einer Potenz der Zeitdauer T proportional ist, oder:

$$x_1 = K W T^q.$$

Um diese Beziehung für die Längsnachwirkung zu prüfen, habe ich die Beobachtungen der Tab. I und ferner einige andere benutzt, welche nicht ausführlich wiedergegeben sind.

Alle Beobachtungen (Tab. II) sind auf die Temperatur $20,0^\circ$ reducirt (vgl. S. 667).

Setzt man $x_1 = 2,13 \cdot W T^{0,46}$, so erhält man

Tabelle II.

W	T	x_1 beob.	x_1 ber.	Δ
1 kg	1 Min.	2,14	2,13	+ 0,01
1 "	3 "	3,23	3,53	- 0,30
1 "	9 "	5,80	5,85	- 0,05
1 "	27 "	10,20	9,70	+ 0,50
1 "	81 "	16,12	16,08	+ 0,04
0,7 "	3 "	2,44	2,47	- 0,03
0,5 "	3 "	1,58	1,76	- 0,18

Die Verlängerung des Drahtes für ein Gewicht von 1 kg beträgt 36 mm. Ersetzt man hiernach die Belastung W durch die Verlängerung L , so bekommt man also mit Rücksicht darauf, dass x_1 in 0,01 mm ausgedrückt ist, für 20,0° und $T = 1$ Min.

$$\lambda = \frac{x_1}{L} = 0,00059.$$

Torsionsnachwirkung eines 35 cm langen, 0,3 mm dicken Messingdrahtes.

Von diesen Beobachtungen, welche durchweg den schon bekannten Beziehungen folgten, theile ich nur eine kleine Zahl mit.

Tabelle III zeigt in den Resultaten dreier Beobachtungsreihen den Verlauf der Nachwirkung für verschieden starke Torsion, φ bedeutet den Drehungswinkel, die anderen Zeichen haben dieselbe Bedeutung wie in Tabelle I.

Tabelle III.

Dauer $T = 2$ Min.

$\varphi = 30^\circ$; $\tau = 23,3^\circ$. $\varphi = 60^\circ$; $\tau = 23,2^\circ$. $\varphi = 90^\circ$; $\tau = 23,6^\circ$.

t	x		Δ	x		Δ	x		Δ
Min.	beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.	
0,5	4,0	4,50	—	8,0	8,56	—	12,8	13,23	—
1	2,9	2,99	-0,09	5,5	5,69	-0,19	8,5	8,79	-0,29
2	2,1	1,99	+0,11	4,0	3,78	+0,22	6,0	5,84	+0,16
3	1,8	1,56	+0,24	3,1	2,98	+0,12	4,8	4,60	+0,20
5	1,0	1,16	-0,16	2,4	2,20	+0,20	3,6	3,40	+0,20
7	0,9	0,95	-0,05	2,0	1,81	+0,19	2,9	2,79	+0,11
10	0,8	0,77	+0,03	1,8	1,46	-0,16	2,1	2,26	-0,16
15	—	—	—	1,1	1,15	-0,05	1,8	1,78	+0,02
20	—	—	—	0,9	0,97	-0,07	1,5	1,50	$\pm 0,00$

$c = 2,99$

$c = 5,69$

$c = 8,79$

$$\alpha = 0,59 \quad x = \frac{c}{t^\alpha}$$

x ist hier in Scalentheilen, welche einzeln gleich $0,018^\circ$ sind, gegeben. Der Werth von x_1 für $T=1$ und $\tau=20^\circ$ ist durch den Drehungswinkel ausgedrückt:

$$\lambda' = \frac{0,018 \cdot x_1}{\varphi} = 0,0011.$$

Vergleicht man dieses Resultat mit den entsprechenden für die Dehnung erhaltenen, so ergibt sich: $\lambda' = 1,9 \lambda$

Der Einfluss der Temperatur. Beobachtungen über den Einfluss der Temperatur auf die Dehnungsnachwirkung liessen sich leider nur lückenhaft ausführen.

Tabelle IV gibt Werthe von x_1 bei der Torsion für $\varphi = 120^\circ$ und $T=1$ Min. bei vier, und diejenige bei der Dehnung für $W=1$ kg und $T=3$ Min. bei zwei verschiedenen Temperaturen.

Tabelle IV.

Torsion		Dehnung	
τ	x_1	τ	x_1
23°	7,8	20°	3,3
19°	7,1	—	—
16°	6,7	—	—
11°	5,8	10°	2,4

Die Beobachtungen bestimmen den Werth des Temperaturcoefficienten γ , welcher den Zuwachs der Nachwirkung in Theilen von derjenigen bei 10° für einen Temperaturzuwachs von 1° angibt, für die Torsion nahezu:

$$\gamma = 0,029.$$

Der Werth für die Längsnachwirkung wird $\gamma = 0,037$ gefunden. Die Beobachtungen sind nicht genau genug, um zu entscheiden, ob der Unterschied wirklich vorhanden ist.

Der Einfluss der Temperaturänderungen auf den Werth von α ist, wenn überhaupt vorhanden, äusserst gering; aus einigen meiner Resultate schliesse ich indessen, dass α mit wachsender Temperatur ein wenig abnimmt.

Nachwirkung am Messing nach länger anhaltender Belastung. Die genaue Beobachtung der Nachwirkung nach dauernder Dehnung ist höchst schwierig, da selbst eine kleine Belastung, lange genug angewandt, hinreichend zu sein scheint, um eine

dauernde Veränderung in einem Drahte zu erzeugen. Aus diesem Grunde konnten keine absolut sicheren Schlüsse hinsichtlich des gegenseitigen Verhaltens der Curven während der Belastung und nach der Entlastung gezogen werden.

In Fig. 6 sind drei Paare von Curven wiedergegeben; die ausgezogenen Linien stellen den Verlauf der Nachwirkung während der Belastung, die punktierten Linien den Verlauf nach der Entlastung dar. Die Curven (1) und (2) beziehen sich auf die Temperatur 20°, Curve (3) auf 10°.

Die von Hrn. Kohlrausch¹⁾ an Gummifäden angestellten Untersuchungen zeigten, dass für kleine Gestaltsänderungen die beiden Curven mehr und mehr congruent werden, sodass sie für eine sehr kleine Aenderung wahrscheinlich zusammenfallen würden. In Uebereinstimmung hiermit finden sich in Curve Nr. 3 zwischen Belastungs- und Entlastungscurven nur kleine Unterschiede.

Die grossen Unterschiede in Nr. 1 können meiner Ansicht nach auf dauernde Gestaltungsänderung durch die Belastung zurückkommen.

Längsnachwirkung eines 23 m langen, 0,29 mm dicken Kupferdrahtes.

Zugfestigkeit = 2,3 kg; constantes Spannungsgewicht = 0,44 kg; Verlängerung für 1 kg = 28,0 mm.

Tabelle Va.

Dauer $T = 0,5$ Min.

$W = 0,25$ kg

$W = 0,5$ kg

$W = 0,6$ kg

$L = 700$; $\tau = 18,0^\circ$.

$L = 1400$; $\tau = 20,3^\circ$.

$L = 1680$; $\tau = 18,8^\circ$.

t Min.	x		Δ	x		Δ	x		Δ
	beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.	
0,5	1,2	0,90	—	2,8	2,53	—	4,0	3,47	—
1	0,8	0,71	+0,09	2,0	2,00	$\pm 0,00$	2,6	2,74	-0,14
2	0,6	0,56	+0,04	1,6	1,58	+0,02	2,2	2,16	+0,04
3	0,5	0,49	+0,01	1,4	1,38	+0,02	2,0	1,88	+0,12
5	0,3	0,41	-0,11	1,2	1,16	+0,04	1,6	1,58	+0,02
7	—	—	—	1,0	1,03	-0,03	1,4	1,41	-0,01
10	0,2	0,83	-0,13	0,9	0,92	-0,02	1,3	1,25	+0,05
15	—	—	—	0,8	0,80	$\pm 0,00$	1,1	1,09	+0,01
20	—	—	—	0,7	0,74	-0,04	1,0	1,01	-0,01

$c = 0,713$

$c = 2,002$

$c = 2,737$

$$a = 0,34 \quad x = \frac{c}{t^a}$$

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 158. p. 337. 1876.

Tabelle Vb.

$W = 0,5 \text{ kg}, \quad 10^{-2} L = 1400 \text{ mm}.$
 $T = 3 \text{ Min.}; \quad \tau = 10,0^\circ. \quad T = 20 \text{ Min.}; \quad \tau = 10,1^\circ.$

t	x		A	x		A
	beob.	ber.		beob.	ber.	
1	3,6	3,67	-0,07	7,7	7,67	+0,03
2	3,2	3,10	+0,10	6,7	6,61	+0,09
3	2,8	2,76	+0,04	6,0	5,99	+0,01
5	2,3	2,33	-0,03	5,3	5,21	+0,09
7	2,0	2,05	-0,05	4,6	4,69	-0,09
10	1,8	1,75	+0,05	4,0	4,15	-0,15
15	1,4	1,42	-0,02	3,5	3,53	-0,03
20	1,1	1,18	-0,08	3,0	3,09	-0,09
30	0,9	0,84	+0,06	2,5	2,47	+0,03
50	—	—	—	1,7	1,69	+0,01
70	—	—	—	1,3	1,17	+0,13

$$c = 3,67 \quad p = 0,001370$$

$$c = 7,67 \quad p = 0,002515$$

$$x = c - p L \log t.$$

Während Kupfer einerseits für eine bestimmte Gestaltsänderung eine grössere Nachwirkung zu erkennen gibt, als die anderen untersuchten Metalle, lässt es andererseits infolge seiner niedrigen Elasticitätsgrenze nur die Anwendung von Gewichten zu, welche verhältnissmässig kleiner sind, als die bei Messing benutzten.

Die drei ersten Reihen sind nach Formel (2) berechnet und lassen hinsichtlich der Uebereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Werthen nichts zu wünschen übrig; α ist hier etwas kleiner als Messing.

Die beiden letzten Reihen der Tabelle V habe ich nach der von Boltzmann angegebenen Formel (p. 660) zu berechnen versucht, jedoch gefunden, dass die Formel keine befriedigenden Resultate liefert.

Dagegen gibt die Formel $x = c - p L \log t$ Werthe, welche mit der Beobachtung gut übereinstimmen. Diese Formel ist praktisch gleich derjenigen, von welcher Prof. Kohlrausch¹⁾ in anderer Weise ausging, als er der Formel für $T = \infty$ einen Sinn zu geben suchte.

Die elastische Nachwirkung im Kupfer wächst verhältniss-

1) Kohlrausch, Pogg. Ann. 160. p. 225. 1877.

mässig etwas schneller als das Gewicht W ; sie lässt sich für $T = 0,5$ min. und $\tau = 20,0^\circ$ darstellen durch:

$$x_1 = 2,62 W + 2,97 W^2 = 0,00094 L + 0,00000038 L^2.$$

Wir erhalten dann

Tabelle VIa.

W	x_1 beob.	x_1 ber.	Δ
0,25 kg	0,84	0,84	+ 0,00
0,50 „	1,99	2,05	- 0,06
0,60 „	2,68	2,64	+ 0,04

Die Abhängigkeit von der Dauer T stellen wir für die Belastung 0,5 kg und die Temperatur $20,0^\circ$ dar durch

$$x_1 = 2,71 \cdot T^{0.44}$$

und bekommen

Tabelle VIb.

T	x_1 beob.	x_1 ber.	Δ
0,5	1,99	2,00	- 0,01
1	2,70	2,71	- 0,01
3	4,68	4,39	+ 0,29
20	10,01	10,11	- 0,10

Zusammenfassend können wir also für 20° schreiben:

$$x_1 = (0,00127 L + 0,0000005 \cdot L^2) \cdot T^{0.44}.$$

Torsionsnachwirkung am Kupferdraht.

Tabelle VII.

$T = 1$ Min.

$\varphi = 20^\circ$; $\tau = 20,2^\circ$. $\varphi = 30^\circ$; $\tau = 19,9^\circ$. $\varphi = 40^\circ$; $\tau = 18,6^\circ$.

t	x			x			x		
	beob.	ber.	Δ	beob.	ber.	Δ	beob.	ber.	Δ
0,5	11,5	11,19	—	18,0	17,57	—	25,5	24,79	—
1	7,9	7,86	+ 0,04	12,5	12,34	+ 0,16	17,6	17,41	+ 0,19
2	5,4	5,52	- 0,12	8,8	8,66	+ 0,14	12,5	12,23	+ 0,27
3	4,4	4,49	- 0,09	6,9	7,04	- 0,14	9,8	9,94	- 0,14
5	3,4	3,46	- 0,06	5,1	5,43	- 0,33	7,4	7,66	- 0,26
7	2,9	2,91	- 0,01	4,4	4,57	- 0,17	6,2	6,45	- 0,25
10	2,5	2,43	+ 0,07	3,8	3,81	- 0,01	5,2	5,38	- 0,18
15	2,1	1,98	+ 0,12	3,2	3,10	+ 0,10	4,3	4,37	- 0,07
20	1,9	1,71	+ 0,19	2,8	2,68	+ 0,12	3,5	3,78	- 0,28
	$c = 7,86$			$c = 12,34$			$c = 17,41$		

$$\alpha = 0,51 \quad x = \frac{c}{t^\alpha}.$$

Für grössere Torsionen scheint die Rückkehr zur Ruhelage ein wenig schneller vor sich zu gehen, als für kleinere.

Der Werth von α ist grösser als bei der Dehnung, aber nicht so gross, wie bei Messing; x_1 wächst etwas schneller als der Drehungswinkel, und für $T = 1$ Min. und $\tau = 20,0^\circ$ findet man, da jeder Scalentheil gleich $0,014^\circ$ ist,

$$x_1 = 0,00454 \varphi + 0,000046 \varphi^2.$$

Es ist also für kleine Torsionswinkel von der Dauer 1 Min. bei 20°

$$\lambda' = 0,0045.$$

Für die Längsnachwirkung ergab sich $\lambda = 0,00127$, mithin

$$\lambda' = 3,6 \lambda.$$

Einfluss der Temperatur auf Kupfer. In Tab. VIII sind für verschiedene Temperaturen die Nachwirkungen zusammengestellt, wie sie sich bei der Torsion für $\varphi = 20^\circ$ und $T = 1$ Minute, und bei der Dehnung für $W = 0,5$ kg und $T = 0,5$ Minuten ergeben haben:

Tabelle VIII.

τ	x_1 Torsion	x_1 Dehnung
20°	7,8	2,0
15°	6,8	—
12°	6,2	—
10°	—	1,6

Für γ findet man bei der Torsion 0,034, also nahe denselben Werth, wie für den Temperaturcoefficienten von Messing, für die Dehnung 0,025.

Nachwirkung im Kupfer nach länger dauernder Belastung. Kupfer zeigt in bedeutend stärkerem Maasse als Messing die Eigenschaft, bei anhaltender Belastung eine dauernde Veränderung zu erleiden; die Untersuchung war dementsprechend noch schwieriger; aber die Schlüsse, die wir aus den Beobachtungen ziehen können, sind befriedigender, als es bei Messing der Fall war.

Fig. 2 zeigt zwei Paare von Curven; die ausgezogenen Linien stellen, wie früher, die Nachwirkungscurve während der

Belastung, die punktirten Linien ebenso den Verlauf der Nachwirkung nach der Entlastung dar.

Nr. 1 ($W = 0,3$ kg, $T = 5500$ Minuten. Durchschnittstemperatur $\tau = 10,1^\circ$) zeigt eine dauernde Veränderung, welche nahezu ein Viertel der ganzen Curvenhöhe beträgt, und es ist somit zwecklos, einen Vergleich zwischen den beiden Theilen anzustellen.

Nr. 2 ($W = 0,15$ kg, $T = 2800$ Minuten, Durchschnittstemperatur $\tau = 11^\circ$) lässt eine dauernde Veränderung von einem Sechszehntel der ganzen Curvenhöhe erkennen; dass dies wirklich als eine dauernde Veränderung und nicht etwa als eine Folge der langsameren Rückkehr der punktirten Linie anzusehen ist, kann ich mit Bestimmtheit behaupten, weil ich den Draht länger als eine Woche nach der zuletzt eingetragenen Messung beobachtet und gefunden habe, dass die Stellung der Marke während dieser Zeit sich nicht um $0,001$ mm änderte. Ich halte es daher für wahrscheinlich, dass die Curven, falls keine Veränderung stattgefunden hätte, coincidiren würden; mag dies aber der Fall sein oder nicht, soviel ist jedenfalls sicher, dass *die durch lange dauernde Belastung hervorgerufene Nachwirkung zu ihrem Verschwinden ungefähr ebensoviel Zeit braucht, als vorher zu ihrer Erzeugung erforderlich war.*

Längsnachwirkung an einem 23 m langen und 0,32 mm dicken Silberdraht.

Zugfestigkeit = 3,8 kg; constantes Spannungsgewicht = 0,65 kg; Verlängerung für 1 kg = 38,0 mm.

Der gemeinschaftliche Exponent α , mit welchem die vier ersten Beobachtungen berechnet sind, ist kleiner, als bei Messing und Kupfer. In den ersten drei Reihen ist die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen gut. Die vierte Reihe ($W = 1$ kg) zeigt keine so grosse Uebereinstimmung, und die Vermuthung liegt nahe, dass vielleicht in diesem Falle die Belastungen der Elasticitätsgrenze etwas zu nahe gekommen waren, wodurch die Nachwirkung unregelmässig zu werden scheint.

Es scheint freilich andererseits auch, als ob die Nachwirkung nach grösseren Dehnungen etwas rascher ablaufe.

Ein grösseres α würde die dritte und noch mehr die vierte Reihe verbessern.

Tabelle IXa.

 $T = 1 \text{ Min.}$

$W = 0,4 \text{ kg}$ $r = 10,0^\circ$ $0,6 \text{ kg}$ $9,8^\circ$ $0,8 \text{ kg}$ $9,0^\circ$ 1 kg $9,9^\circ$
 $10^{-2} L = 1520$ 2280 3040 3800

t Min.	x		Δ	x		Δ	x		Δ	x		Δ
	beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.	
0,5	1,6	1,31	—	2,3	2,08	—	2,7	2,37	—	3,8	3,56	—
1	1,1	1,09	+0,01	1,7	1,72	-0,02	2,0	1,97	+0,03	3,0	2,95	+0,05
2	0,9	0,90	+0,00	1,4	1,43	-0,03	1,7	1,63	+0,07	2,6	2,45	+0,15
3	0,8	0,81	-0,01	1,3	1,28	+0,02	1,5	1,46	+0,04	2,3	2,19	+0,11
5	0,7	0,71	-0,01	1,2	1,12	+0,08	1,2	1,28	-0,08	2,0	1,91	+0,09
7	—	—	—	1,0	1,02	-0,02	1,1	1,16	-0,06	1,7	1,74	-0,04
10	0,6	0,59	+0,01	0,9	0,93	-0,03	1,0	1,06	-0,06	1,5	1,58	-0,08
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,2	1,42	-0,22
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,0	1,31	-0,31

 $c = 1,090$ $c = 1,722$ $c = 1,968$ $c = 2,951$

$$\alpha = 0,27 \quad x = \frac{c}{t^\alpha}$$

Tabelle IXb.

 $W = 0,6 \text{ kg}$ $L = 3280$ $T = 10 \text{ Min.}; r = 9,0^\circ. \quad T = 30 \text{ Min.}; r = 7,8^\circ$

t Min.	x		Δ	x		Δ
	beob.	ber.		beob.	ber.	
1	3,4	3,48	-0,08	6,2	6,28	-0,08
2	3,0	2,95	+0,05	5,5	5,54	-0,04
3	2,7	2,64	+0,06	5,2	5,10	+0,10
5	2,2	2,25	-0,05	4,6	4,56	+0,04
7	2,0	1,99	+0,01	4,2	4,20	$\pm 0,00$
10	1,8	1,71	+0,09	3,8	3,81	-0,01
15	1,4	1,40	$\pm 0,00$	3,4	3,38	+0,02
20	1,2	1,18	+0,02	3,2	3,07	+0,13
40	0,6	0,65	-0,05	2,3	2,33	-0,03
60	—	—	—	1,9	1,89	+0,01
80	—	—	—	1,5	1,58	-0,08

 $c = 3,48$ $c = 6,28$ $p = 0,000776$ $p = 0,001082$

$$x = c - p L \log t.$$

Diejenigen Reihen, welche die Nachwirkung für grössere Werthe von T angeben, sind nach der Formel $x = c - p L \log t$

berechnet und zeigen sehr gute Uebereinstimmung mit der Beobachtung.

Auch die Reihen Nr. 1 bis 3 lassen sich hiernach gut darstellen.

Tabelle X.

T	x_1 beob.	x_1 ber.	Δ
0,5	1,56	1,71	- 0,15
1	2,23	2,23	\pm 0,00
8	3,72	3,39	+ 0,33
10	4,52	5,35	- 0,83
30	8,56	8,12	+ 0,44

Die obige Tabelle gibt für verschiedene Werthe von T und für $W = 0,6$ kg und $\tau = 20^\circ$ die entsprechenden Werthe von x_1 .

Die Rechnung geschieht nach:

$$x_1 = 2,23 \cdot T^{0.38}.$$

x_1 ändert sich ungefähr proportional mit W und als allgemeinen Ausdruck bei $\tau = 20^\circ$ können wir schreiben:

$$x_1 = 3,74 \cdot W \cdot T^{0.38},$$

oder durch die Verlängerung ausgedrückt:

$$x_1 = 0,00098 L \cdot T^{0.38} \text{ also } \lambda = 0,00098.$$

Torsionsnachwirkung des Silbers.

Die Resultate, welche drei Beobachtungsreihen bezüglich der Torsionsnachwirkung in dem Silberdrahte für $T=1$ Minute ergeben, sind in Tab. XI enthalten.

Die theoretischen Werthe wurden mit $\alpha = 0,49$ für alle Reihen nach Formel (2) berechnet. x_1 ist sehr nahe proportional zu φ und für $\tau = 20^\circ$ ergibt sich in Scalentheilen $x_1 = 0,129 \varphi$, oder durch Multiplication mit 0,014 (dem Werthe eines Scalentheiles in Bogengraden):

$$\lambda' = 0,014 \frac{x_1}{\varphi} = 0,0018;$$

hieraus folgt für $\tau = 20^\circ$

$$\lambda' = 1,84 \lambda.$$

Tabelle XI.

 $T = 1 \text{ Min.}$ $\varphi = 60^\circ; \tau = 18,2^\circ. \quad \varphi = 90^\circ; \tau = 17,2^\circ. \quad \varphi = 150^\circ; \tau = 20,0^\circ.$

t	x			Δ	x			Δ	x			Δ
	beob.	ber.			beob.	ber.			beob.	ber.		
0,5	9,5	10,28	- 0,78		14,5	14,79	- 0,29		28,0	28,05	- 0,05	
1	7,2	7,32	- 0,12		10,2	10,53	- 0,33		19,8	19,97	- 0,17	
2	5,4	5,21	+ 0,19		7,8	7,50	+ 0,30		14,3	14,22	+ 0,08	
3	4,4	4,28	+ 0,12		6,1	6,16	- 0,06		11,1	11,67	- 0,57	
5	3,3	3,33	- 0,03		4,9	4,79	+ 0,11		9,4	9,08	+ 0,32	
7	2,7	2,82	- 0,12		4,2	4,06	+ 0,14		8,0	7,70	+ 0,30	
10	2,3	2,37	- 0,07		3,6	3,41	+ 0,19		6,8	6,46	+ 0,34	
15	—	—	—		—	—	—		5,4	5,30	+ 0,10	
20	—	—	—		—	—	—		4,6	4,60	$\pm 0,00$	
40	—	—	—		—	—	—		3,6	3,28	+ 0,32	

 $c = 7,32$ $c = 10,53$ $c = 19,97$

$$\alpha = 0,49 \quad x = \frac{c}{t^\alpha}$$

Prof. Kohlrausch¹⁾ fand bei seinen Untersuchungen über die Torsionsnachwirkung bei Silber an einem Drahte, welcher 125 mm lang war und einen Durchmesser von 0,092 mm hatte, für eine Torsion von 1 Minute bei 20° Temp. $\alpha = 0,39$ und $\lambda = 0,00102$, wir dagegen 0,49 und 0,0018.

Dieser Unterschied liess mich vermuthen, dass vielleicht der Durchmesser des Drahtes die Nachwirkung beeinflussen könnte. Ich liess daher ein Stück des zu den obigen Untersuchungen benutzten Drahtes bis fast auf die Hälfte des früheren Durchmessers ausziehen, konnte indess nicht finden, dass diese Reduction des Durchmessers die Nachwirkung irgendwie ändert. Es ist daher eher wahrscheinlich, dass der Umstand, dass mein Draht reines Silber, der von Kohlrausch gebrauchte aber ein wenig legirt war, die erwähnte Verschiedenheit bedingt hat.

Einfluss der Temperatur. Der Einfluss der Temperatur auf die Nachwirkung bei Silber scheint nahe derselbe zu sein, wie bei Messing. Es liegen aber nur Untersuchungen an der Torsion vor.

1) Kohlrausch, Pogg. Ann. 158. p. 342. 1876.

Tabelle XII.

$$q = 120^\circ; \quad T = 1 \text{ Min.}$$

τ	x_1 (Torsion)
20°	15,8
16°	14,4
12°	12,3
8°	11,1

Hieraus folgt als Werth für den Temperaturcoefficienten:

$$\gamma = 0,036.$$

Längsnachwirkung bei länger dauernder Belastung. Fig. 3 zeigt zwei Curven, welche den Verlauf der Nachwirkung während der Belastung und nach der Entlastung für $T = 2880$ Minuten und $W = 0,4$ kg, bez. $W = 0,2$ kg wiedergeben. Die Resultate sind ähnlich wie bei Messing und Kupfer.

Zusammenfassung der erhaltenen Resultate.

Die elastische Längsnachwirkung in Metallen scheint im allgemeinen denselben Gesetzen zu folgen, wie die Torsionsnachwirkung; sie ist nahezu der ursprünglichen Gestaltsänderung proportional; die Curven, welche ihre Abnahme darstellen, sind nahe ähnliche, solange die Dauer der vorausgehenden Deformation klein bleibt. Für längere Dauer sinkt die Curve langsamer.

Die Nachwirkung wächst mit der Temperatur. Die letztere hat auf die Schnelligkeit des Verschwindens der Nachwirkung sehr geringen Einfluss.

Der Verlauf der Nachwirkung x nach einer kurz dauernden Deformation lässt sich für Dehnung und für Torsion darstellen durch Kohlrausch's Formel:

$$-\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t} \quad \text{oder} \quad x = \frac{c}{t^\alpha}.$$

In der folgenden Tabelle stellt λ' bez. λ für Torsion bez. Dehnung die Nachwirkung bei 20° nach einer Deformation Eins, welche 1 Minute bestanden hatte und vor 1 Minute aufgehoben war. γ ist der Zuwachs der Torsionsnachwirkung auf + 1° Temp., ausgedrückt in Bruchtheilen der für 10° geltenden Nachwirkung.

Tabelle XIII.

	α		λ'		λ		γ
	Torsion	Dehnung	Torsion	Dehnung	$\frac{\lambda'}{\lambda}$		
Messing	0,59	0,48	0,0011	0,00059	1,9	0,029	
Kupfer	0,51	0,34	0,0045	0,0013	3,6	0,034	
Silber	0,49	0,27	0,0018	0,00098	1,8	0,036	

Aus dieser Tabelle geht hervor, dass die Längsnachwirkung viel geringer als die Torsionsnachwirkung, und dass α (Torsion) grösser als α (Dehnung) ist.

Die Nachwirkungen in Kupfer, Silber und Messing verhielten sich zu einander ungefähr wie 7:3:2 bei der Torsion und wie 4:3:2 bei der Dehnung. (Die ersteren Beobachtungen sind genauer als die letzteren.)

Der Temperaturcoefficient liegt bei der Torsion für alle drei untersuchten Metalle nicht weit von 1/30. Für die Ausdehnung scheint er ungefähr denselben Betrag zu erreichen.

Die Resultate, betreffend den Verlauf der Nachwirkung während und nach einer lange dauernden Belastung, sind wenig befriedigend, da sie alle eine dauernde Veränderung des Drahtes vermuthen lassen; es geht aus ihnen nur hervor, dass für nicht zu grosse, mehrere Tage dauernde Spannungen die Nachwirkung anscheinend zu ihrem Verschwinden ebensoviel Zeit braucht, wie für ihre Erzeugung, und dass die beiden Curven, wenn die Spannungen klein sind, ungefähr denselben Verlauf nehmen.

Aus den am Silberdrahte angestellten Untersuchungen scheint zu folgen, dass die Nachwirkung von dem Durchmesser des Drahtes wenig beeinflusst wird.

7. *Ueber die Eigenschaften verschiedener Silbermodifikationen; von H. Lüdtke.*

(Inauguraldissertation. Greifswald 1893; für die Annalen bearbeitet vom Hrn. Verf.)

I. Einleitung.

H. Vogel¹⁾ unterscheidet in seiner Abhandlung „Ueber die Zustände, in denen das Silber bei der Reduction seiner Salze auf nassem Wege auftritt“ drei Modificationen des Silbers: 1. das baumförmige, krystallinische Silber; 2. das Spiegelsilber; 3. körnig-pulveriges Silber. Er untersucht weiter, in welcher dieser drei Modificationen das Silber bei den verschiedensten Reductionsverfahren auftritt, und welche Eigenschaften jede Modification zeigt.

Durch verschiedene andere Untersuchungen hat dieser Gegenstand erneutes Interesse hervorgerufen. Man hat gefunden, dass das Silber unter Umständen in allotropem oder colloidalem Zustande ausgeschieden wird. Besonders charakteristisch für diese Formen des Silbers ist, wie Oberbeck²⁾ gefunden hat, die geringe electricische Leitungsfähigkeit im Vergleich mit der des gewöhnlichen Silbers. Durch die verschiedensten Mittel, wie Wärme, Licht, Chemikalien, Druck etc. kann das allotrope Silber in Modificationen umgewandelt werden, die dem gewöhnlichen Silber weit näher stehen und dementsprechend die Electricität gut leiten. Auch nimmt mit der Zeit der Leitungswiderstand der meisten allotropen Silberarten beträchtlich ab.

Von Interesse ist nun, unter den schon von Vogel unterschiedenen Zuständen des Silbers vor allem einmal das Spiegelsilber genauer zu untersuchen. Von einer bestimmten Sorte von Silberspiegeln hat nämlich Oberbeck³⁾ gefunden, dass auch ihr electricischer Leitungswiderstand mit der Zeit in be-

1) H. Vogel, Pogg. Ann. 117. p. 316—341. 1862.

2) A. Oberbeck, Wied. Ann. 46. p. 265—280. 1892; 47. p. 353 bis 379. 1892.

3) A. Oberbeck, Wied. Ann. 46. p. 265—267. 1892.

deutendem Maasse abnahm, was auf eine dem gewöhnlichen Silber seinem Aeussern nach zwar sehr nahestehende, immerhin aber allotrope Silbermodification schliessen lässt.

Auf Veranlassung des Hrn. Prof. Oberbeck habe ich daher die Eigenschaften des Spiegelsilbers etwas eingehender untersucht. Eine Uebersicht über die verschiedenen Methoden zur Herstellung von Silberspiegeln habe ich in dem betreffenden Abschnitte meiner Dissertation zu geben versucht, worauf ich hier nur hinweisen kann. Im Folgenden werde ich zunächst die Natur und das allgemeine Verhalten des Spiegelsilbers besprechen, hierauf folgt die Untersuchung des Leitungswiderstandes und der Veränderungen des Spiegelsilbers durch äussere Einflüsse. Sodann habe ich die electromotorischen Kräfte untersucht, die durch Spiegelsilber und durch anderes allotropes Silber zusammen mit gewöhnlichem Silber in verschiedenen Lösungen erzeugt werden. Endlich folgt noch ein kurzer Hinweis auf das durch Metalle reducirte Silber und zum Schluss eine Uebersicht über die gewonnenen Resultate.

II. Natur und allgemeines Verhalten des Spiegelsilbers.

Schon Vogel hat in seiner oben citirten Abhandlung festzustellen gesucht, ob das nach den gebräuchlichsten Reductionsmethoden mit organischen Substanzen auf nassem Wege abgeschiedene Spiegelsilber krystallinisch oder amorph ist. Die Ränder von Rissen in den Spiegeln zeigen nach Vogel unterm Mikroskop eine scheinbar krystalline Structur. Aetzen der Spiegel mit Salpetersäure oder irgend einer anderen Mineralsäure bewirkt ein Ablösen des Silbers vom Glase, ein Zerfallen in lauter kleine unregelmässige Fetzen und Grauwurden des Spiegels. Von einer krystallinen Structur ist indess beim Aetzen nichts wahrzunehmen. Die Entscheidung über die Frage, ob das Spiegelsilber krystallinisch oder amorph ist, hat sich Vogel deshalb noch vorbehalten.

Nach manchen Methoden erhält man Spiegel, die nur dunkel spiegeln. Das Silber ist ferner nicht immer mit derselben Farbe durchsichtig. Es gibt gelblich, graugrün, violett oder schön blau durchsichtiges Spiegelsilber.

Die Abscheidung von Spiegelsilber hat man allgemein für einen einfachen chemischen Vorgang angesehen, woraus sich

er-

tet

Heber
einer
des
das
sucht
r bei
elche

dieser
t ge-
oder
arak-
eck*)
t im
a die
alien,
a um-
näher
Auch
allo-

unter-
piegel-
Sorte
, dass
in be-

p. 353

der häufig gebrauchte Ausdruck „Niederschlag“ von Spiegelsilber erklärt. Das Spiegelsilber scheidet sich nun aber nicht bloss nach unten ab, sondern an der ganzen Begrenzung der Versilberungsflüssigkeit und zwar sowohl an den Wänden wie an der freien Oberfläche. Die schönsten Spiegel erhält man ja überhaupt, wenn man sich das Silber nach oben an Glas, das gerade die Oberfläche der Flüssigkeit berührt, absetzen lässt. Merkwürdig ist ferner, dass sich das Silber hierbei in cohärenter Form abscheidet, während es durch andere Reductionsmittel in körnig-pulveriger Form niedergeschlagen wird oder in colloidalen Lösung bleibt. Vogel meint, das Spiegelsilber sei das Product einer unmittelbaren und vollständigen Reduction, während das körnig-pulverige Silber ein secundäres Product einer unvollständigen Reduction ist; denn alle Umstände, welche die Reduction erschweren, wie Ammoniaküberschuss, Chlorgehalt etc., erschweren auch die Bildung von Spiegelsilber und befördern die Ablagerung von körnig-pulverigem Silber.

O. Lehmann¹⁾ hat Vermuthungen darüber angestellt, wie der Vorgang beim Versilbern von Glas aufzufassen ist. Er hält denselben für einen electrischen. „Es wäre zu erinnern an die von Becquerel beobachteten Electrocapillareffekte und an den Umstand, dass Glaswände gewöhnlich mit einer äusserst dünnen Lösung von Natronsilicat überzogen sind, welche möglicherweise durch Erzeugung electrischer Ströme auf die Metallfällungen von Einfluss ist. Auffallend ist jedenfalls, dass bei Herstellung der Silberspiegel nach bekannten Methoden der Silberniederschlag nicht allenthalben in der Flüssigkeit sich ausbildet und dann auf das Glas absetzt, sondern von Anfang an dicht der Glasoberfläche anliegt und sich auf derselben verdichtet, sowie dass auf die Güte der Spiegel die Natur des Glases von erheblichem Einfluss ist.“ Richtig ist an diesen Bemerkungen Lehmann's, dass sich bei der Spiegelvesilberung das Silber nur an der Grenzfläche der Versilberungsflüssigkeit abscheidet. Die Aehnlichkeit mit der galvanischen Metallabscheidung ist scheinbar gross. Auch

1) O. Lehmann, Molecularphysik. 1. p. 518 u. 849. Leipzig, 1888.

dort wandert das Metall zur Kathode und wird erst sichtbar, wenn es sich hier absetzt. Die Flüssigkeitsgrenzfläche bei der Spiegelversilberung ähnelt also einer Kathode insofern, als dort die Abscheidung und Verdichtung des Silbers zu einer zusammenhängenden Schicht erfolgt. Sofort fällt jedoch ein Unterschied zwischen der chemischen Zusammensetzung der Versilberungsflüssigkeiten bei der Spiegelversilberung und der galvanischen Versilberung auf. Für alle Spiegelversilberungsrecepte ist charakteristisch, dass eine ammoniakalische Silbernitratlösung genommen wird, die aber keinen Ueberschuss an Ammoniak enthalten darf. Erwünscht ist bei vielen Methoden die Anwesenheit von Kalium-, Natrium- oder Calciumhydrat; höchst schädlich ist dagegen, wie schon frühzeitig gefunden wurde, die Anwesenheit von Chlor in der Versilberungsflüssigkeit. Die verwandten Elemente Brom, Jod und Fluor und besonders Cyan z. B. in der Form von Cyankalium sind ebenso hinderlich bei der Herstellung von Silberspiegeln. Bei der galvanischen Versilberung ist die Anwesenheit der für die Spiegelversilberung so äusserst schädlichen Substanzen, wie z. B. Cyan, gerade durchaus vortheilhaft. Zur galvanischen Versilberung nimmt man ja meist eine Lösung von $\text{KCN} \cdot \text{AgCN}$. Das ist ein höchst charakteristischer Unterschied.

Wenn nun Lehmann die Vermuthung ausspricht, dass vielleicht eine dünne Schicht von Natronsilicat, die alle Gläser überzieht, bei Entstehung des Spiegelsilbers von Bedeutung ist, indem sie durch Erzeugung electrischer Ströme die Metallfällung veranlasst, so ist hiergegen zu erinnern, dass sich das Spiegelsilber nicht bloss an das Glas oder die Gefässwände anlegt, sondern dass sich auch die freie Oberfläche der Flüssigkeit mit demselben bedeckt. Um festzustellen, ob zur Abscheidung von Spiegelsilber das Vorhandensein einer Natronsilicatschicht nothwendig ist, habe ich ferner unter Benutzung des Böttcher'schen Versilberungsreceptes¹⁾ zu ermitteln versucht, ob sich Silber auch an andere Substanzen als Glas in Form eines spiegelnden Ueberzuges anlegt. Glimmerblätter lassen sich, wie ich gefunden habe, sehr schön versilbern.

1) F. Kohlrausch, Prakt. Physik. p. 162. 1887.

Dies ist übrigens schon lange bekannt. Auch Bergkrystall, Porzellan, isländischer Doppelspat etc. lassen sich ganz gut mit einem Silberüberzug versehen. Man erhält hierbei oft recht schöne Spiegel. In einem reinen Platintiegel oder auf Silberblech geht die Abscheidung von Silber genau in derselben Weise vor sich. Ungeeignet, um Spiegelsilber darauf niederzuschlagen, sind alle diejenigen Substanzen, welche sich der Versilberungsflüssigkeit gegenüber nicht neutral verhalten. So lassen sich z. B. die Metalle, welche in den meisten Spannungsreihen zwischen Silber und Kalium stehen und electropositiver als Silber sind, nicht mit einem Ueberzuge von Spiegelsilber überziehen, da sie selber, wie z. B. das Zink, die Silberlösung unter Bildung schwammigen Silbers reduciren. Poröse Substanzen wie Gyps, Kreide, Cartonpapier, Holz etc. eignen sich auch nicht dazu, mit Spiegelsilber belegt zu werden. Glas, welches rauh ist, Schlieren und Ritzen enthält, ist daher bei der Herstellung von Silber spiegeln zu verwerfen. Im übrigen scheidet sich aber das Spiegelsilber auf den verschiedensten festen, indifferenten Substanzen ab, sodass ersichtlich ist, dass eine Natronsilicateschicht des Glases in keiner Weise an der Abscheidung des Silbers theilhaftig ist. Es ist also auch überhaupt sehr zweifelhaft, ob die Abscheidung von Spiegelsilber wirklich als ein electrolytischer Vorgang aufgefasst werden darf.

Was nun weiter die Eigenschaften des Spiegelsilbers betrifft, so erscheint mir eine Beobachtung interessant, die Quincke¹⁾ gemacht hat. Letzterer gibt an, dass die Brechungsexponenten mancher der von ihm untersuchten Gold- und Silberschichten durch blosses Liegen in der Luft eine Veränderung und zwar eine Vergrößerung erfahren hätten. Hierzu ist zu bemerken, dass Quincke mit Silberschichten experimentirte, die nach den Methoden von Petitjean, Liebig oder Martin chemisch niedergeschlagen und unter Erwärmen getrocknet waren.

Bemerkenswerth ist weiter die schon in der Einleitung erwähnte Entdeckung Oberbeck's, dass nach der Böttger's-

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 119. p. 382, 1863.

schen Vorschrift angefertigte Silberspiegel, die in der Kälte hergestellt und an der Luft getrocknet waren, einen sehr hohen electricischen Leitungswiderstand hatten, der mit der Zeit beträchtlich abnahm. Oberbeck glaubt daher annehmen zu müssen, dass das Silber anfänglich eine andere moleculare Beschaffenheit hatte, als gewöhnliches Silber und sich dem letzteren mit der Zeit mehr und mehr näherte. Darnach scheint das Spiegelsilber den von Carey Lea entdeckten und von Oberbeck näher untersuchten sogenannten allotropen Silbermodificationen sehr nahe zu stehen.

III. Der electricische Leitungswiderstand des Spiegelsilbers.

Um den Leitungswiderstand des Spiegelsilbers zu untersuchen, stellte ich eine Reihe von Spiegeln nach der Böttger'schen sowie nach anderen Methoden auf kaltem Wege her. Die Spiegel waren belegte Glasstreifen von 10 bis 20 cm Länge und 2 bis 4 cm Breite. Nach beendiger Versilberung wurde die Flüssigkeit abgegossen, die Spiegel mit destillirtem Wasser abgespült und zum Trocknen auf die eine Kante gestellt oder durch Darüberblasen trockener Luft schneller getrocknet. Die Versilberung sowohl wie das Trocknen geschah also auf kaltem Wege. Die Enden der Spiegel wurden fest mit Stanniol umwickelt und dann wurde der Widerstand der Spiegel in der Wheatstone'schen Brücke mit Benutzung eines Spiegelgalvanometers bestimmt. Durch Kupferstreifen, welche mittels daran befestigter Bleiklötze auf das Stanniol gedrückt wurden und an denen oben der Leitungsdraht angeschraubt war, geschah die Einordnung des Spiegels in die Wheatstone'sche Brückencombination. Zunächst untersuchte ich drei Spiegel *abc*, die nach der Böttger'schen Methode hergestellt waren. Der letzte Spiegel war erst zwei Tage später angefertigt worden als die beiden übrigen. Mit einem Ueberzug von Schellack oder dergleichen wurden die Spiegel nicht versehen. Die Aufbewahrung geschah in Kästen. Die Werthe für die Widerstände der Spiegel *abc* sind in den betreffenden Columnen der folgenden Tabelle, in Ohm ausgedrückt, mitgetheilt.

Tabelle I.

Zeit	a	b	c
8. Nov. 1892. 8 ^h V.	19,9	32,0	—
1 ^h N.	17,1	33,5	—
4 ^h N.	16,8	31,0	—
9. Nov. 1892. 8 ^h V.	13,2	26,5	—
1 ^h N.	13,0	25,3	—
5 ^h N.	12,6	24,9	—
10. Nov. 1892. 5 ^h N.	—	—	398
6 ^h N.	—	—	322
11. Nov. 1892.	10,2	19,3	250
12. „ 1892.	9,43	18,8	157
14. „ 1892.	8,44	18,1	96,2
15. „ 1892.	8,31	17,7	88,7
17. „ 1892.	7,49	16,7	63,8
26. „ 1892.	6,60	15,7	41,0

Die Endwerthe für die Widerstände sind noch lange nicht erreicht. Das Aussehen dieser drei Spiegel war dabei scheinbar wenig verändert. Die Entdeckung Oberbeck's bestätigte sich somit vollkommen. Bei dieser Versuchsreihe hatte ich das Silber sich nach unten absetzen lassen. Die Rückseite der Spiegel ist dann matt und unansehnlich und hat einen graubraunen Farbenton. Ich habe auch Spiegel hergestellt, bei denen sich das Silber nach oben abcheiden musste. Dabei erhielt ich schöne Silberspiegel, deren Rückseite bräunlichgelb aussah und spiegelglänzend war. Die Abnahme der Widerstände dieser Spiegel ging genau in derselben Weise vor sich.

Nach der Methode von Petitjean¹⁾ verfertigte ich ebenfalls drei Spiegel *abc*, wobei sich das Silber nach unten absetzte. Die Werthe für die Widerstände dieser Spiegel sind in der folgenden Tabelle angegeben.

Tabelle II.

Zeit	a	b	c
11. Nov. 1892. 5 ^h N.	153	114	27,8
12. „ 1892. 8 ^h V.	70,9	71,5	14,6
12 ^h M.	65,2	68,3	14,2
14. „ 1892. 8 ^h V.	40,2	46,0	9,64
15. „ 1892.	34,9	43,2	8,81
17. „ 1892.	27,9	34,5	8,03
26. „ 1892.	17,2	28,8	5,42
2. Dec. 1892.	15,3	26,1	4,73
11. „ 1892.	16,3	25,4	4,50
20. „ 1892.	14,7	24,5	4,12

1) Vgl. G. Quincke, Pogg. Ann. 129. p. 46. 1866.

Das Aussehen dieser Spiegel war zuletzt ziemlich dasselbe wie vorher, nur Spiegel *a* war etwas löcherig geworden. Nach der Methode von Petitjean erhält man meist sehr schöne Spiegel. Jedoch entstehen bei diesen schnell kleine Löcher und rothbraune Flecken.

Nach dem Verfahren von Drayton¹⁾ habe ich ebenfalls Spiegel hergestellt, unter Weglassung freilich des im Recept angegebenen Ammoniumcarbonats. Die von mir so erhaltenen Spiegel standen freilich den von mir nach anderen Recepten erhaltenen an Schönheit nach. Auch bei diesen Spiegeln konnte ich eine Widerstandsabnahme mit der Zeit constatiren.

Bei der zweiten Liebig'schen Methode²⁾ liess ich in der Silberlösung den Zusatz von Natronlauge etc. fort und nahm einfach eine einprocentige ammoniakalische Silbernitratlösung. Als Reductionsmischung nahm ich die von Liebig angegebene, doch ohne den Zusatz von weinsaurem Kupfer. 50 g weisser Candiszucker wurden in Wasser zu dünnem Syrup gelöst und mit 3,1 g Weinsäure eine Stunde gekocht und dann auf 500 cm verdünnt. 1 Teil dieser Lösung wurde noch mit 9 Raumtheilen Wasser weiter verdünnt. 6 Vol. Silberlösung mit 1 Vol. Reductionsmischung diente als Versilberungsflüssigkeit. Die hiermit erhaltenen Spiegel zeigten ebenfalls die Abnahme des electrischen Leitungswiderstandes mit der Zeit. Dasselbe geschah auch, wenn der Silberlösung noch Natronlauge zugesetzt wurde. Bei einem Zusatz von weinsaurem Kupfer zur Reductionsflüssigkeit, nach der Art, wie es Liebig empfiehlt, dauerte es bei mir sehr lange, bis sich ein Spiegel bildete; und die so erhaltenen Spiegel zeigten auch keine stetige Abnahme des Widerstandes. Bei der Reduction einer Silberlösung durch Milchzucker nach der ersten Liebig'schen Methode³⁾, jedoch ohne Zusatz von Natronlauge, erhielt ich nur äusserst dünne Spiegel, die überhaupt nicht leiteten. Nach Zusatz von Natronlauge erhielt ich etwas dunkel reflectirende Spiegel, bei gewöhnlicher Temperatur allerdings auch erst im Verlauf von mehreren Stunden. Dieselben waren theils blau, theils grau durchsichtig, leiteten ziemlich gut und

1) Drayton, Pogg. Ann. 66. p. 454—455. 1845.

2) J. v. Liebig, Lieb. Ann. Suppl.-Bd. 5. p. 257—260. 1867.

3) J. v. Liebig, Lieb. Ann. 98. p. 132—139. 1857.

zeigten keine Abnahme des Widerstandes, sondern eher eine kleine Zunahme.

Die Methode von Martin¹⁾ lieferte schon in ganz kurzer Zeit Spiegel, die schön blau durchsichtig waren; letztere zeigten aber keine Abnahme des Widerstandes. Auf die Gründe des abweichenden Verhaltens der beiden zuletzt erwähnten Silberspiegelsorten werde ich später noch näher eingehen.

Es hat sich also gezeigt, dass man nach verschiedenen Versilberungsmethoden Silberspiegel erhält, deren electricischer Leitungswiderstand mit der Zeit bedeutend abnimmt. Wie schon mehrfach erwähnt, hat Oberbeck dies schon bei den Spiegeln entdeckt, die nach der Böttger'schen Methode auf kaltem Wege hergestellt waren. Oberbeck hat ferner die Vermuthung ausgesprochen, dass die betreffenden Silberspiegel ebenfalls aus einer allotropen Silbermodification bestehen. Hierfür spricht schon theilweise das Aussehen der Spiegel. Selbst die Glasseite derselben spiegelt meist in einem Metallglanze, der beim Nebeneinanderhalten dem des natürlichen Silbers doch keineswegs gleicht. Die Rückseite sieht feucht röthlich und trocken gelbroth aus. Also auch äusserlich ähnelt das in der Kälte abgeschiedene Spiegelsilber, dessen Widerstand mit der Zeit abnimmt, sehr den von Oberbeck²⁾ beschriebenen und untersuchten Modificationen des „goldfarbigen“ und „kupferfarbigen“ allotropen Silbers. Wenn nun aber das nach verschiedenen Methoden erhaltene Spiegelsilber allotroper Natur sein soll, so muss seine Ueberführung in natürliches Silber oder in Modificationen, die dem letzteren nahe stehen, durch die verschiedensten äusseren Einwirkungen möglich sein.

IV. Veränderungen des Spiegelsilbers durch äussere Einflüsse.

In analoger Weise, wie Oberbeck³⁾ das allotrope oder colloidale Silber untersucht hat, habe ich das Verhalten des Spiegelsilbers gegen die verschiedensten Einwirkungen zu ermitteln versucht.

1) Martin, Compt. rend. 56. p. 1044—1045. 1863.

2) A. Oberbeck, Wied. Ann. 47. p. 356. 1892.

3) A. Oberbeck, Wied. Ann. 46. p. 265 und 47. p. 353. 1892.

Zunächst ist zu bemerken, dass ein Einfluss der Luftfeuchtigkeit auf die Widerstände der von mir untersuchten Silberspiegel, so weit meine Beobachtungen reichen, nicht stattfindet.

Um den Einfluss der Erwärmung auf das Spiegelsilber festzustellen, verfertigte ich nach der Böttger'schen Methode mehrere Spiegel, indem ich dabei die Versilberungsflüssigkeit stark erwärmte. Die Spiegel waren graugrün durchsichtig und zeigten eine etwas andere Färbung der Rückseite als sonst. Diese Spiegel hatten einen verhältnissmässig kleinen Widerstand, der nicht abnahm, sondern, wenigstens in der ersten Zeit, etwas zunahm. Daraus geht hervor, dass sich bei dieser Methode das Silber in der Wärme in einer ganz anderen Modification abscheidet als bei gewöhnlicher Temperatur, und zwar in einer Modification, die die Electricität weit besser leitet und dem gewöhnlichen Silber weit näher steht.

Der Einfluss der Erwärmung auf die Natur des Spiegelsilbers äussert sich aber auch dann noch, wenn sich das Silber bereits abgeschieden hat. Ein nach der Böttger'schen Methode in der Kälte frisch bereiteter und getrockneter Spiegel wurde etwa eine Stunde lang in eine ziemlich warme Ofenröhre gelegt. Vorher betrug sein Widerstand 310,5 Ohm, nach der Erwärmung nur 2,75 Ohm. Jetzt zeigte der Spiegel keine Abnahme des Widerstandes mit der Zeit mehr. Die Erwärmung eines Spiegels in Wasser bewirkt ebenfalls eine bedeutende Abnahme des Widerstandes. Ich bestimmte den Widerstand zweier frisch nach der Böttger'schen Methode bereiteter Spiegel *a* und *b* und erwärmte dieselben dann in einem Gefäss mit Wasser bis auf 85°. Nach dem Trocknen wurde der Widerstand der Spiegel wieder bestimmt. Dabei ergaben sich die Werthe der folgenden Tabelle.

Tabelle III.

Zeit	<i>a</i>	<i>b</i>	Bemerkungen.
28. Nov. 1892. 3 ^h N.	2600	2150	Vor der Erwärmung.
4 ^h N.	32,6	14,7	Nach der Erwärmung.

Auch diese Spiegel zeigten jetzt keine Abnahme des Widerstandes mehr. Hierbei wird man unwillkürlich an das künst-

liche Altern von Widerständen aus frisch gezogenem Drahte durch Kochen derselben erinnert.

Um die Einwirkung des Lichtes auf das Spiegelsilber festzustellen, setzte ich mehrere Spiegel mit ihrer belegten Seite der directen Bestrahlung durch das Sonnenlicht aus. Analog wie bei dem anderen allotropen Silber erniedrigte sich auch bei diesen Spiegeln der electriche Leitungswiderstand erheblich durch Einwirkung des Lichtes.

Weiter habe ich die Einwirkung verschiedener Chemikalien auf das Spiegelsilber untersucht. Will man nun die Einwirkung von Säuren auf unsere Spiegel prüfen, so muss man ziemlich verdünnte Säuren nehmen und letztere nur kurze Zeit einwirken lassen, weil sich sonst das Silber in Fetzen vom Glase ablöst. Drei nach der Böttger'schen Methode mit allen Vorsichtsmaasregeln kalt hergestellte Spiegel, die tiefblau durchsichtig waren und eine matte, graubraune Rückseite hatten, tauchte ich momentan in zehnprocentige Salzsäure und spülte sie sofort mit destillirtem Wasser ab. Jetzt waren die Spiegel hellgraugrün durchsichtig, die Farbe der Rückseite goldig glänzend und nach dem Trocknen gelblich weiss. Der erste Spiegel war dabei ganz unversehrt geblieben, von den beiden anderen waren Stücken abgeplatzt. Vorher und nachher bestimmte ich den Widerstand der Spiegel (vgl. Tabelle IV).

Tabelle IV.

Einwirkung von Salzsäure.

Zeit	a	b	c	Bemerkungen.
27. Nov. 1892. V.	1400	458	32.3	Vorher.
$\frac{5}{4}$ Stunde später	4,81	7,15	2,00	Nachher.

Man kann die Salzsäure noch weit verdünnter nehmen, um dieselbe Wirkung zu erzielen. Ganz ebenso wirkt verdünnte Salpetersäure oder Schwefelsäure. Die organischen Säuren, z. B. verdünnte Essigsäure oder Weinsäure, wirken bei weitem nicht so energisch auf das Spiegelsilber.

Der Contact mit Säuren bewirkt also eine weitgehende Umwandlung des Spiegelsilbers nach der Richtung des natürlichen Silbers. Es zeigt sich somit auch in diesem Punkte

die vollständige Uebereinstimmung des von uns betrachteten Spiegelsilbers mit den sogenannten allotropen Silbermodificationen.

Nun wird aber das allotrope Silber nicht bloss durch Säuren, sondern namentlich auch durch die Chloride weitgehend verändert. Ebenso verhält sich das allotrope Spiegelsilber. Durch Eintauchen mehrerer Spiegel in verdünnte Kochsalzlösung wurde die Leitungsfähigkeit derselben momentan erheblich verbessert. Entsprechend wie die Chloride wirken Bromide und Jodide. Als ganz besonders wirksam erwiesen sich vor allem die Cyanide. Sowohl die allotropen Silberpräparate Oberbeck's wie auch allotrope Spiegel (nach Böttger's resp. Petitjean's Methode hergestellt) wurden momentan umgewandelt. Ein Spiegel, der vorher einen Widerstand von 259 Ohm hatte, wurde einen Moment in 0,5 proc. Cyankaliumlösung getaucht und besass darauf nur einen Widerstand von 7,33 Ohm. Das Reflexionsvermögen wurde durch das momentane Eintauchen bedeutend gesteigert. Die Spiegel waren silberweiss spiegelnd geworden. Die Rückseite zeigte anfänglich schöne Farben dünner Blättchen, bei längerer Einwirkung aber einen gelblich weissen Metallglanz. Bei dünnen Spiegeln, stärkerer Concentration und längerer Einwirkung der Cyankaliumlösung beobachtete ich oft einen Zerfall des Spiegels, d. h. ein Ablösen des Silbers in Fetzen vom Glase. An diesen dünnen Silberspiegeln sowohl wie an den allotropen Silberpräparaten kann man sehr schön die chemische Einwirkung des Cyankaliums auf Silber beobachten. Legt man Silberspiegel in concentrirte Cyankaliumlösung, so ist, namentlich wenn man erwärmt, in nicht allzulanger Zeit alles Silber aufgelöst. Erwähnen will ich noch, dass die erwähnte Eigenschaft der Cyanide, Chloride, Bromide und Jodide, die allotropen Metallmodificationen nach der Richtung der natürlichen Metalle zu verwandeln, jedenfalls in naher Beziehung dazu steht, dass die Bildung von Spiegelsilber durch ihre Anwesenheit verhindert wird, da die Ausscheidung desselben ja ursprünglich in allotroper Form erfolgt, was bei Anwesenheit der erwähnten Substanzen nicht möglich ist. Andererseits beruht die Verwendung der Cyanide und Chloride bei der electrolytischen Abscheidung der Metalle vielleicht gerade

auf dieser ihrer Eigenschaft, die Bildung allotroper Metallmodificationen zu verhindern.

Was nun die anderen Chemikalien betrifft, so bewirken weitaus die meisten mehr oder weniger schnell eine Umwandlung des Spiegelsilbers, z. B. Kaliumsulfat und Natriumthiosulfat. Verhältnissmässig langsam und nicht sehr energisch wirken Ammoniak und Natronlauge. Nur wenige Substanzen verhalten sich dem Spiegelsilber gegenüber neutral, z. B. Alkohol oder absolut reines destillirtes Wasser. Bei der Aufbewahrung der Spiegel in reiner Silbernitratlösung im Dunkeln wird auch die freiwillige Abnahme des Widerstandes der Spiegel verhindert, ja es tritt sogar eine Vergrösserung des Widerstandes ein. Dies kommt daher, dass kleine Theilchen des Spiegels vom Glase losgelöst und in der Flüssigkeit suspendirt bleiben. Dies Verhalten des Spiegelsilbers in Silbernitratlösung ist auch ein Beweis für die colloidale Natur des Silbers.

Die Einwirkung von Druck auf das Spiegelsilber habe ich auch untersucht und habe dabei gefunden, dass z. B. durch das Poliren der Spiegel die ursprüngliche Natur des Silbers bedeutend verändert wird.

Aus allen diesen Versuchen kann man den Schluss ziehen, dass das Spiegelsilber ein äusserst empfindlicher Körper ist und hierin vollständig den näher untersuchten allotropen Silbermodificationen gleicht. Die oben mitgetheilten Beobachtungen der freiwilligen Widerstandsabnahme mancher Spiegelsorten mit der Zeit kann daher nur beobachtet werden, wenn man alles vermeidet, was die Natur des Spiegelsilbers modificirt. Nach der einen Liebig'schen Methode und bei dem Verfahren von Martin erhielt ich Silber, das keine Widerstandsabnahme zeigte. Bei letzterem Versilverungsrecept wird nun aber auch eine durch Salpetersäure invertirte Rohrzuckerlösung benutzt; es kommen also Spuren von Salpetersäure in die Versilverungsflüssigkeit. Die Salpetersäure war ausserdem nicht absolut chlofrei, wie die chemische Untersuchung ergab. Es ist also klar, dass das so erhaltene Silber schon bedeutend verändert sein musste. Aehnlich lagen die Verhältnisse bei der einen Liebig'schen Methode.

Bei dem Spiegelsilber müssen wir zwei Modificationen unterscheiden; die eine, in der das Silber ursprünglich ab-

geschieden wird, leitet die Electricität nur schlecht; die andere, in die die erste durch die verschiedensten Einwirkungen übergeht, leitet erheblich besser und steht darin dem natürlichen Silber weit näher. Zweifelsohne hat die ungeheure Veränderlichkeit der ersten Modification ihren Grund darin, dass wir es mit einer ursprünglich allotropen und zwar colloidalen Silbermodification zu thun haben. Beim Uebergang in die zweite Modification findet jedenfalls ein Zerfall der ursprünglich vorhandenen Complexmoleculé statt. Die grosse Veränderlichkeit der Colloide ist ja bekannt; ich brauche nur an das momentane Gerinnen von z. B. Aluminiumhydroxyd durch Spuren von Säuren, Salzen oder Basen zu erinnern.

V. Die electromotorischen Kräfte, welche durch festes, colloidales Silber mit natürlichem Silber in Flüssigkeiten erzeugt werden.

Zur weiteren Untersuchung der Natur des colloidalen Silbers habe ich festzustellen versucht, ob durch gewöhnliches Silber und colloidales Silber als Electroden in einer Flüssigkeit eine electromotorische Kraft erzeugt wird oder nicht. Ich benutzte die Compensationsmethode, bei der zum Compensiren zwei Daniell'sche Elemente genommen wurden, deren electromotorische Kraft vor und nach dem Versuche mit der eines von der physikalisch-technischen Reichsanstalt zu Charlottenburg geaichten Normalelementes von Clark verglichen wurde. Als Silberelectrode benutzte ich ein Stück reinen Silberblechs, welches mir vom hiesigen Institut zur Verfügung gestellt wurde. Die Reinigung dieser Electrode wurde zunächst mit feinem Schmirgelpapier vorgenommen. Hierauf wurde die Electrode mit destillirtem Wasser abgespült und mit Filtrirpapier getrocknet. Die letzte Reinigung geschah dann durch Putzen mit einer reinen Glasbürste, die mir hierbei gute Dienste leistete. Um das Spiegelsilber in möglichst reiner Form zu erhalten, benutzte ich bei allen Bestimmungen Spiegel, bei denen sich das Silber nach oben hatte absetzen müssen. Nach Beendigung der Versilberung wurden die Spiegel mit destillirtem Wasser sorgfältig abgespült und zum Trocknen hingestellt. Als Flüssigkeit benutzte ich zunächst 0,042 proc. Schwefelsäure. Es fand sich nun bei Spiegeln, die nach dem Böttger'schen Recepte in der Kälte hergestellt waren, dass

in dem Elemente (Spiegelsilber | H_2SO_4 | Silber) das Spiegelsilber positiver, das Silber negativer Pol war, entsprechend, wie man beim Daniell'schen Elemente das Kupfer als positiven, das Zink als negativen Pol bezeichnet. Da nun die Schwefelsäure das Spiegelsilber, wie wir oben gesehen haben, stark verändert, so kann die auftretende electromotorische Kraft nicht constant sein, sondern muss ziemlich schnell abnehmen. In den betreffenden Columnen der folgenden Tabelle sind die Werthe für die electromotorische Kraft der Spiegel *abc* mit gewöhnlichem Silber in Volt gemessen mitgetheilt.

Tabelle V.

Zeit	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Anfangs	0,1083	0,1014	0,0954
Nach 1 Minute	0,1088	0,0970	0,0956
„ 2 Minuten	0,0965	0,0931	0,0943
„ 3 „	0,0889	0,0878	0,0930
„ 4 „	0,0818	0,0818	0,0836
„ 5 „	0,0748	0,0734	0,0747

Fragt man nach der Ursache der hier beobachteten electromotorischen Kraft, so muss dieselbe offenbar in der Verschiedenheit der beiden Electroden gesucht werden. Die Natur der beiden Silbersorten ist verschieden. Das natürliche Silber wird durch die äusserst verdünnte Säure vermuthlich fast gar nicht angegriffen, das allotrope Spiegelsilber wird aber durch die Einwirkung der Säure nach der Richtung des natürlichen Silbers hin umgewandelt. Dieser Vorgang an der einen Electrode trägt zu der Entstehung einer electromotorischen Kraft bei, deren Grösse anfänglich ungefähr + 0,1 Volt beträgt. Spiegel, die schon vorher durch irgend ein Mittel vollständig verändert waren, gaben bei der Bestimmung Werthe, die von Null nur wenig verschieden waren.

Allotrope Silberspiegel, die nach der Methode von Petiteau hergestellt waren, gaben ganz entsprechende Werthe wie Böttger'sche Spiegel für die electromotorische Kraft zusammen mit natürlichem Silber in 0,042 proc. Schwefelsäure. Dasselbe war der Fall bei Spiegeln, die der letzten Liebig'schen Methode gemäss mit Benutzung einer Reductionsflüssigkeit hergestellt waren, die durch Kochen einer Rohrzuckerlösung

mit Weinsäure erhalten war, bei der aber der Zusatz von weinsaurem Kupfer fortgelassen war.

Ganz analoge, nur etwas kleinere Werthe erhielt ich für die electromotorischen Kräfte, wenn ich statt der verdünnten Schwefelsäure 0,05 proc. Kaliumsulfatlösung nahm.

Wie wir nun aber oben gesehen haben, bewirken Silber-salzlösungen keine Umwandlung des allotropen Silbers; sie verursachen keine Abnahme des Widerstandes, sondern sogar meist eine Zunahme desselben. Ganz entsprechend ergab die Beobachtung der electromotorischen Kräfte in Silbernitratlösung, dass das Spiegelsilber negativer und das natürliche Silber positiver Pol war. Die dabei beobachteten Werthe für die electromotorischen Kräfte betrugen ungefähr $-0,007$ bis $0,01$ Volt, wobei das negative Vorzeichen ausdrücken soll, dass die hier auftretende electromotorische Kraft der oben mitgetheilten entgegengesetzt ist.

Wie sich das feste, colloidale Silber in seiner ursprünglichen Modification durch seine verhältnissmässig geringe Leitungsfähigkeit als verschieden von dem gewöhnlichen Silber erweist, so zeigt sich dies auch bei der Untersuchung der electromotorischen Kräfte.

Schliesslich habe ich dann noch eine grosse Anzahl der von Oberbeck hergestellten und auf ihren electricen Leitungswiderstand untersuchten Silberpräparate auch auf ihre electromotorische Kraft mit natürlichem Silber untersucht. Hierbei ergab sich, dass sich dieselben ganz entsprechend verhalten wie das Spiegelsilber. Nicht behandeltes allotropes Silber war in Silbernitratlösung ebenfalls negativer Pol gegen normales Silber und lieferte electromotorische Kräfte von etwa $-0,01$ bis $-0,02$ Volt. Silberpräparate, die durch Behandeln mit irgend einem Mittel gutleitend geworden waren, gaben nur sehr geringe electromotorische Kräfte in verdünnter Schwefelsäure, erwiesen sich also als dem natürlichen Silber ziemlich nahestehend. Die meisten nichtbehandelten allotropen Silberpräparate, soweit sie leitend waren, waren in verdünnter Schwefelsäure und vielen anderen Flüssigkeiten positiver Pol gegen das natürliche Silber und ergaben in 0,042 procentiger Schwefelsäure electromotorische Kräfte von anfänglich ungefähr $+0,1$ Volt, entsprechend wie die allotropen Spiegelsilber-

modificationen. Aus alledem geht hervor, dass sich das allotrope Spiegelsilber nicht nur hinsichtlich der Aenderung seines Leitungswiderstandes, sondern auch hinsichtlich der electromotorischen Kräfte mit dem natürlichen Silber in Flüssigkeiten ganz ebenso verhält, wie die von Oberbeck untersuchten Silberformen.

VI. Das schwammige Silber.

In dem betreffenden Abschnitte meiner Dissertation habe ich kurz auf die mannichfachen Eigenthümlichkeiten der schwarzen, schwammigen Formen unseres Metalles hingewiesen, in denen es bei der Reduction seiner Lösungen durch andere Metalle, speciell durch Zink, auftritt. Eine genauere Untersuchung der erwähnten Silbermodificationen habe ich nicht unternommen, da mich dieselbe zu weit geführt hätte und dieselbe ausserdem auch manche Schwierigkeiten bietet. Die schwarzen, schwammigen Niederschläge ändern nun, wie schon Vogel¹⁾ angibt, ihre Farbe sehr leicht in grau um, zum Theil freiwillig, sehr schell und vollständig durch Behandeln mit verdünnten Säuren. Ich habe nun einmal versucht, das durch Reduction von Silbernitrat mit Zink erhaltene schwarze, schwammige Silber auf Streifen von Cartonpapier aufzutragen und die electriche Leitungsfähigkeit zu untersuchen. Da durch die Behandlung die schwarze Modification schon theilweise in die graue übergeht, so zeigten die getrockneten Präparate recht verschiedene Werthe für die Leitungsfähigkeit. Bemerkenswerth ist nun, dass durch das Behandeln mit Säuren nicht nur eine Farbenänderung des Silbers von schwarz in grau, sondern auch eine bedeutende Herabminderung des Leitungswiderstandes bewirkt wird. Die Mineralsäuren verursachen momentan eine Umwandlung des Silbers, langsamer wirken die organischen Säuren, wie z. B. verdünnte Essigsäure. Alle diese Erscheinungen habe ich aber nicht weiter verfolgt, da das Silber durch das Auswaschen und Auspinseln, wie es scheint, schon ziemlich verändert wird.

VII. Zusammenstellung der gewonnenen Resultate.

Zum Schlusse sei noch einmal eine kurze Uebersicht über die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit gegeben.

1) H. Vogel, Pogg. Ann. 117. p. 318. 1862.

1. Die Annahme Lehmann's, dass eine dünne Natronsilikatschicht, die alle Gläser überzieht, vielleicht electrolytisch an der Abscheidung des Spiegelsilbers theilhaftig ist, ist wohl nicht zutreffend, da sich Spiegelsilber auch auf anderen indifferenten Substanzen wie Glimmer, Porzellan, Quarz, isländ. Doppelspat, Platin, Silber etc. abscheidet.

2. Der Leitungswiderstand mehrerer Sorten von Silberspiegeln nimmt mit der Zeit in bedeutendem Maasse ab. Bei Spiegeln, die durch Reduction mit Milchzucker nach der Liebig'schen Methode, oder die nach der Methode von Martin hergestellt waren, wurde keine Abnahme des Widerstandes constatirt.

3. Durch Wärme, Licht, Chemikalien etc. kann das allotrope Spiegelsilber leicht in eine andere gutleitende Silbermodification umgewandelt werden.

4. Das allotrope Spiegelsilber und andere allotrope Silberpräparate rufen mit gewöhnlichem Silber in verdünnten Säuren und den meisten Salzlösungen eine electromotorische Kraft von anfänglich ungefähr 0,1 Volt hervor, wobei das allotrope Silber positiver Pol ist. In Silbernitrat ist die entstehende electromotorische Kraft geringer und das allotrope Silber ist negativer Pol. Bereits umgewandeltes Spiegelsilber gibt mit gewöhnlichem Silber nur unbedeutende Werthe für die electromotorischen Kräfte.

5. Alle Eigenschaften des Spiegelsilbers deuten darauf hin, dass es in seiner ursprünglichen Modification dem festen, colloidalen Silber durchaus gleicht.

6. Das schwarze, schwammige Silber, welches durch Reduction von Silbernitratlösung mit Zink erhalten wird, geht durch Contact mit Säuren in eine graue Modification über. Dieser Vorgang ist von einer Verbesserung der electrischen Leitungsfähigkeit begleitet.

Am Schlusse meiner Arbeit ist es mir ein Bedürfniss, Hrn. Prof. Dr. Oberbeck meinen wärmsten Dank auszusprechen für die Anregung zu dieser Arbeit und die Bereitwilligkeit, mit der er mich bei derselben in jeder Hinsicht unterstützt hat.

8. *Ueber Thermoketten aus Electrolyten und unpolarisirbaren Electroden; von A. Gockel.*

(Hierzu Taf. XII Fig. 9–10.)

Die im Nachstehenden beschriebenen Versuche, die sich an frühere Untersuchungen¹⁾ anschliessen, waren ursprünglich begonnen worden, um zu ermitteln, ob und welcher Zusammenhang besteht zwischen der beim Durchgang eines Stromes an der Grenze von Electrolyten und Electrode entwickelten oder verbrauchten Wärmemenge und der thermoelectrischen Kraft der betreffenden Combination oder mit anderen Worten, um zu prüfen, ob auch für Electrolyten enthaltende Ketten eine der von W. Thomson für den Peltiereffect in metallischen Leitern entwickelten ähnliche Formel gilt. Die bezüglichlichen experimentellen Untersuchungen von Bouty²⁾, Gill³⁾ und Jahn⁴⁾ haben diese Frage noch offen gelassen. Ich begann damit, die thermoelectrischen Kräfte von Elementen, gebildet aus Electrolyten und unpolarisirbaren Electroden zu bestimmen. Verschiedene Gesichtspunkte, die theilweise erst während der Arbeit selbst hervortraten, insbesondere auch den Wunsch, die von Nernst⁵⁾ entwickelten Beziehungen zwischen Thermoketten mit Electrolyten verschiedener Concentration eingehender zu prüfen, veranlassten mich, der Arbeit eine weitere Ausdehnung zu geben, als dies für den oben-erwähnten Zweck nöthig gewesen wäre. Ich gebe daher in Nachstehendem die Resultate meiner thermoelectrischen Messungen in der Hoffnung, dass diese, auch für sich allein betrachtet, nicht ohne Werth sind.

1) Gockel, Wied. Ann. **24**. p. 618. 1885.

2) Bouty, Journ. de phys. **9**. p. 229. 1880.

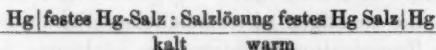
3) Gill, Wied. Ann. **40**. p. 115. 1890.

4) Jahn, Wied. Ann. **34**. p. 785. 1888.

5) Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. **4**. p. 169. 1889.

Untersuchungsmethode.

Die untersuchten Ketten waren nach dem Schema zusammengesetzt:



und befanden sich in Glasröhren von der beistehenden Form. Die Pt-Drähte waren durch Einschmelzen in Glas von der Berührung mit der Flüssigkeit geschützt. Der Durchmesser der Röhre *EF* schwankt zwischen 2 und 5 cm je nach der Leitfähigkeit der angewandten Lösung. Die Röhren *AB* und

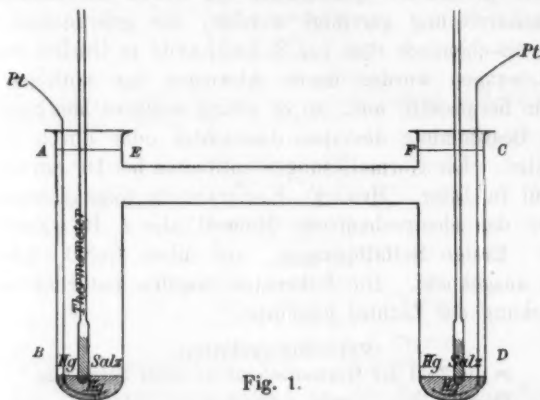


Fig. 1.

CD tauchten in verschieden temperirte Wasserbäder. Die Bestimmung der thermoelectrischen Kraft geschah durch Compensation vermittels eines Calomelementes, das von Zeit zu Zeit mit einem Lat. Clark verglichen wurde. Im Hauptstromzweig waren 10 000 Ohm eingeschaltet. Als Messinstrument diente ein Thomson-Galvanometer; je nach Bedarf konnte eine Rolle mit Draht von 0,15 mm oder von 0,07 mm Durchmesser verwendet werden. Die gebrauchten Thermometer waren Normalthermometer von A. Treffurth in Ilmenau, theils in $\frac{1}{6}$, theils in $\frac{1}{10}^{\circ}$ getheilt. Sie stimmten in dem ganzen Intervall von 0° bis 50° sehr gut überein. Bezüglich der übrigen Details der Untersuchung kann ich auf meine früheren Arbeiten¹⁾

1) Gockel l. c. u. Wied. Ann. 40. p. 450. 1890.

verweisen; auch die Berechnung des Werthes dp/dv (thermo-electrische Kraft in Volt für 1° C. Temperaturdifferenz) wurde wie früher durchgeführt, doch wurde die thermoelectrische Kraft Pt-Hg diesesmal ganz vernachlässigt, da sie nicht grösser als die sonstigen unvermeidlichen Fehler ist. Da ich nur bis zu Temperaturdifferenzen von höchstens 35° C. ging, konnten die Curven, welche die Abhängigkeit der thermo-electrischen Kraft von der Temperatur angeben, wie früher nachgewiesen, als gerade Linien aufgefasst werden.

Materialien.

Das gebrauchte Quecksilber war durch Ausschütteln mit Chromsäurelösung gereinigt worden, die gebrauchten Salze waren als chemisch rein von Schuchardt in Görlitz bezogen. Die Lösungen wurden durch Abwiegen der nöthigen Salz-mengen hergestellt, und, wo es nöthig erschien, der Salzgehalt durch Bestimmung des spec. Gewichtes oder durch Titriren controlirt. Die Normallösungen enthielten bei 18° ein Gramm-molecul in Liter. Hrn. F. Kohlrausch folgend wurde als Einheit das electrochemische Molecul also z. B. $\frac{1}{2}$ ZnSO_4 gewählt. Einige Sulfatlösungen, vor allem CuSO_4 -Lösungen waren ausgekocht. Die Silbersalze wurden natürlich vor der Einwirkung des Lichtes geschützt.

Versuchsergebnisse.

m die Zahl der Grammmolecul in Liter Salzlösung.

Element	m	dp/dv
$\text{Hg} \text{Hg}_2\text{Cl}_2, \text{KCl}$	3	+ 0,000 391 V.
	1	+ 0,000 600 "
	0,5	+ 0,000 717 "
	0,2	+ 0,000 680 "
	0,1	+ 0,000 700 " (Nernst) ¹⁾
$\text{Hg} \text{Hg}_2\text{Cl}_2, \text{NaCl}$	4,4	+ 0,000 180 "
	2,0	+ 0,000 212 "
	0,1	+ 0,000 400 " (Nernst)
	0,1	+ 0,000 670 " (Gockel).

Die Ergebnisse mit NaCl-Lösungen sind, wie auch Nernst bemerkt hat, sehr schwankend. Auf die Ursache dieser Erscheinung komme ich noch zurück.

Element	m	dp/dv
$\text{Hg} \text{Hg}_2\text{Cl}_2, \text{NH}_4\text{Cl}$	4	+ 0,000 527 V.
	2	+ 0,000 490 "

1) Nernst, l. c. p. 174.

Element	m	dp/dv	
Hg Hg ₂ Cl ₂ , NH ₄ Cl	1	+ 0,000 539	V.
	0,5	+ 0,000 546	"
	0,1	+ 0,000 623	"
Hg Hg ₂ Cl ₂ , LiCl	0,1	+ 0,000 660	" (Nernst)
	0,01	+ 0,000 875	" (Nernst)
Hg Hg ₂ Cl ₂ , $\frac{1}{2}$ CaCl ₂	7,0	+ 0,000 312	"
	6,0	+ 0,000 336	"
	5,2	+ 0,000 458	"
	2,0	+ 0,000 551	"
	0,2	+ 0,000 625	"
Hg Hg ₂ Cl ₂ , $\frac{1}{2}$ SrCl ₂	2	+ 0,000 515	"
	1	+ 0,000 641	"
	0,2	+ 0,000 650	"
Hg Hg ₂ Cl ₂ , $\frac{1}{2}$ ZnCl ₂	7,0	+ 0,000 739	"
	5,5	+ 0,000 833	"
	3,5	+ 0,000 676	"
	2,0	+ 0,000 438	"
	1,0	+ 0,000 675	"
	0,2	+ 0,000 779	"
Hg Hg ₂ Cl ₂ , $\frac{1}{2}$ PbCl ₂	bei 18° concentrirte Lösung + 0,000 667 V.		
Hg Hg ₂ Cl ₂ , $\frac{1}{2}$ CdCl ₂	2,7	+ 0,000 681	V.
	1,4	+ 0,000 702	"
	0,5	+ 0,000 721	"
	0,25	+ 0,000 789	"
Hg Hg ₂ Cl ₂ , HCl	6,6	+ 0,000 257	"
	5,4	+ 0,000 244	"
	3,4	+ 0,000 181	"
	1,2	+ 0,000 239	"
	0,5	+ 0,000 318	"
	0,2	+ 0,000 351	" (Nernst)
	0,1	+ 0,000 416	"
	0,01	+ 0,000 603	" (Nernst)
Hg HgCl ₂ concentrirt bei 18° C.	+ 0,000 660 V.		

Die Sublimatlösung schied an der Berührungsfläche mit dem Quecksilberchlorid aus, sodass in Wirklichkeit das Element Hg | Hg₂Cl₂, HgCl₂ vorhanden war, setzte man schon in Voraus Hg₂Cl₂ zu, so blieb die thermoelectrische Kraft dieselbe.

Element	m	dp/dv	
Hg Hg ₂ Br ₂ , KBr	1	+ 0,000 856	V.
	0,5	+ 0,000 890	"
	0,1	+ 0,001 073	"
Hg Hg ₂ Br ₂ , NaBr	1	+ 0,000 885	"
	0,5	+ 0,000 882	"
	0,1	+ 0,000 944	"
Hg Hg ₂ Br ₂ , NH ₄ Br	1	+ 0,000 925	"
	0,5	+ 0,000 966	"
	0,1	+ 0,001 022	"
Hg Hg ₂ J ₂ , KJ	0,1	+ 0,001 259	"
Hg Hg ₂ J ₂ , KJ	0,1	+ 0,001 549	"

Wie Sublimat scheidet auch diese Doppelsalzlösung an der Grenze von Lösung und Quecksilber Jodür aus.

Element	<i>m</i>	<i>dp/dv</i>
Hg Hg ₂ SO ₄ , $\frac{1}{2}$ Na ₂ SO ₄ bei 18° C. concentrirt		+ 0,000 231 V.
	0,3	+ 0,000 347 V.
Hg Hg ₂ SO ₄ , $\frac{1}{2}$ (NH ₄) ₂ SO ₄	0,2	+ 0,000 339 "
	0,1	+ 0,000 378 "
Hg Hg ₂ SO ₄ , $\frac{1}{2}$ MgSO ₄ bei 18° C. concentrirt		+ 0,000 288 V.
	1,0	+ 0,000 310 V.
	0,2	+ 0,000 323 "
Hg Hg ₂ SO ₄ , $\frac{1}{2}$ ZnSO ₄ bei 18° C. gesättigt		electromotorische Kraft sehr schwach und unbestimmbar.
	4	+ 0,000 262 V.
	2	+ 0,000 240 "
	1	+ 0,000 235 "
	0,2	+ 0,000 356 "
Hg Hg ₂ SO ₄ , $\frac{1}{2}$ CdSO ₄	5,0	+ 0,000 443 "
	3,0	+ 0,000 345 "
	2,0	+ 0,000 322 "
	1,0	+ 0,000 348 "
	0,2	+ 0,000 387 "
Hg Hg ₂ SO ₄ , $\frac{1}{2}$ CuSO ₄ bei 18° C. gesättigt		+ 0,000 193 V.
	1	+ 0,000 309 V.
	0,2	+ 0,000 352 "
Hg Hg ₂ SO ₄ , $\frac{1}{2}$ H ₂ SO ₄	1	+ 0,000 339 "
	0,2	+ 0,000 326 "

Versuche mit gesättigter Ag₂SO₄-Lösung lieferten keine brauchbaren Resultate, die thermoelectrischen Kräfte waren sehr schwach und inconstant.

Versuche mit Silbersalzen.

Ag | AgCl, KCl 0,1 + 0,000 681 V.

Mit stärker concentrirten Lösungen lassen sich offenbar wegen der Löslichkeit des Chlorsilbers in der Lösung des Alkalisalzes keine constanten Resultate erzielen; man erhält sogar schwache negative Werthe, d. h. der Strom geht an der erwärmten Stelle vom Metall zum Salz, eine Erscheinung die schon Bouty bei den aus Ag und Ag-Salzen combinirten Thermoelementen bemerkt hat.

Element	<i>m</i>	<i>dp/dv</i>
Ag AgCl, $\frac{1}{2}$ SrCl ₂	0,2	+ 0,000 318 V.
Ag AgCl, $\frac{1}{2}$ CdCl ₂	1,5	+ 0,000 353 "
	1,0	+ 0,000 310 "
	0,3	+ 0,000 458 "
Ag AgCl, $\frac{1}{2}$ ZnCl ₂	1,0	+ 0,000 143 "

Einfluss der Electrode.

Die Elemente

Hg Hg ₂ Cl ₂ , $\frac{1}{2}$ CdCl ₂
Ag amalgam Hg ₂ Cl ₂ , $\frac{1}{2}$ CdCl ₂
Ag amalgam Ag ₂ Cl ₂ , $\frac{1}{2}$ CdCl ₂

lieferten bei gleicher Concentration der CdCl_2 -Lösung dieselben thermoelectrischen Kräfte, es stimmt das damit überein, dass Silberamalgam sich auch sonst electromotorisch wie Quecksilber verhält.

Nichtwässrige Lösung.

$\text{Hg}|\text{Hg}_2\text{Br}_2, \text{KBr}$ in Glycerin normal $+ 0,000\,612\text{ V.}$
für die entsprechende wässrige Lösung.

Cyansalze.

Es wäre von Interesse gewesen auch die Abhängigkeit der thermoelectrischen Kraft von Elementen, gebildet aus Hg resp. Ag und den löslichen Salzen dieser Metalle, von der Concentration der Salzlösung zu untersuchen. Da eingehendere Untersuchungen dieser Art bis jetzt nur von Ebeling¹⁾ für Zn- und Cu-Salze vorliegen. Leider liefern die Ag-Salze, wie schon Bouty festgestellt hat, keine constanten Werthe, auch die Hg-Salze versprechen wegen ihrer Neigung basische Salze zu bilden, keine sichern Resultate, ich führe daher nur einige Versuche an, die ich mit Cyansalzen unternahm.

Element	<i>m</i>	dy/dv
$\text{Hg} \frac{1}{2}\text{Hg}(\text{Cy})_2$	0,6	$- 0,000\,139\text{ V.}$

In verdünnteren Lösungen lassen sich thermoelectrische Kräfte nicht mehr sicher nachweisen; die Elemente sind sehr empfindlich gegen Erschütterungen

Element	<i>m</i>	dy/pv
$\text{Ag} \text{AgCy}, \text{KCy}$	1	$- 0,000\,510\text{ V.}$

In verdünnteren Lösungen schwache Zunahme der thermoelectrischen Kraft.

Resultate.

1. Ein Blick auf die Tabelle (vgl. Fig. 1) lehrt, dass im allgemeinen die thermoelectrische Kraft mit der Verdünnung der Lösung zunimmt. Man könnte geneigt sein, diese Zunahme auf Rechnung des mit der Verdünnung wachsenden Zerfalles der Molecüle zu setzen, und diese Auffassung wird begünstigt dadurch, dass die weniger dissociirten Sulfate auch erheblich geringere Thermokräfte liefern, als die stärker dissociirten Haloide, und dass ebenso die thermoelectrische Kraft des

1) Ebeling, Wied. Ann. 30. p. 530. 1887.

Elementes $\text{Hg}|\text{Hg}_2\text{Br}, \text{KBr}$ sinkt, wenn die wässrige Salzlösung durch eine ebenso stark concentrirte Lösung des Salzes in Glycerin ersetzt wird. Gegen die Auffassung, dass der Dissociationsgrad für die Stärke der Thermokraft entscheidend ist, scheinen die hohen Werthe der thermoelectrischen Kraft zu sprechen, welche die Combinationen mit concentrirteren Lösungen von ZnCl_2 und CdSO_4 ergeben. Ob und welche Nebenumstände etwa hier das Resultat beeinflussen, scheint mir noch eine offene Frage zu sein.

2. Es geht zweitens aus der Tabelle hervor, dass in verdünnten Lösungen gleich concentrirte Lösungen, welche analog zusammengesetzte Salze derselben Säure enthalten, auch annähernd dieselben Werthe für die thermoelectrischen Kräfte liefern. Zum Beweis stelle ich die betreffenden Zahlen für Chloride und Sulfate zusammen.

Element	m	dy/dv
$\text{Hg} \text{Hg}_2\text{Cl}_2, \text{KCl}$	0,1	+ 0,000 700 V.
NaCl	0,1	+ 0,000 670 "
NH_4Cl	0,1	+ 0,000 623 "
LiCl	0,1	+ 0,000 660 " (Nernst)
CaCl_2	0,2	+ 0,000 625 "
SrCl_2	0,2	+ 0,000 650 "
BaCl_2	0,2	+ 0,000 644 "
ZnCl_2	0,2	+ 0,000 777 "
CdCl_2	0,2	+ 0,000 789 "
$\text{Hg} \text{Hg}_2\text{SO}_4, \text{Na}_2\text{SO}_4$	0,3	+ 0,000 347 "
$(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$	0,2	+ 0,000 339 "
MgSO_4	0,2	+ 0,000 323 "
ZnSO_4	0,2	+ 0,000 356 "
CdSO_4	0,2	+ 0,000 387 "
CuSO_4	0,2	+ 0,000 352 "

Das Resultat ist umso bemerkenswerther, als ja eine ganz ähnliche Beziehung auch für das Leitvermögen gilt.

3. Ebeling¹⁾ hat darauf hingewiesen, dass, während im allgemeinen die schlechtesten Leiter thermoelectrisch am wirksamsten sind, manche der von ihm untersuchten Lösungen, an derselben Concentrationsstelle, an der sie ein Maximum der Leitfähigkeit besitzen, auch ein solches der Thermokraft zeigen. Zum Theil gilt das auch für die von mir untersuchten Lösungen. So fällt das Maximum der Leitfähigkeit mit einem Maximum der Thermokraft zusammen bei ZnSO_4 und ZnCl_2 ,

1) Ebeling, l. c. p. 543.

während ich für Combinationen mit HCl- und CaCl_2 -Lösung, die doch ein stark ausgeprägtes Maximum der Leitfähigkeit besitzen, eine derartige Beziehung nicht nachweisen konnte. Ich habe in Fig. 9 und 10 Taf. XII die Curve eingezeichnet, welche die Abhängigkeit der Thermokraft von der Concentration in den von Ebeling untersuchten Element $\text{Zn}|\text{ZnCl}_2$ wiedergibt. Die Uebereinstimmung mit der von mir für das Element $\text{Hg}|\text{Hg}_2\text{Cl}_2, \text{ZnCl}_2$ gefundenen Curve erscheint mir bemerkenswerth.

Mit der Wahrnehmung Ebeling's, dass die gut leitenden Lösungen im allgemeinen kleinere Thermokräfte liefern, stimmt auch überein, dass ich in Ketten mit der gut leitenden HCl geringere thermoelectrische Kräfte beobachtete, als in solchen, welche die schlechten leitenden ZnCl_2 - und CdCl_2 -Lösungen enthielten.

4. Nernst¹⁾ hat auf Grund der van't Hoff'schen Theorie der Lösungen eine Beziehung abgeleitet zwischen Thermoelementen, welche denselben Electrolyten in verschiedener Concentration enthalten. Bezeichnet $dp_1/d\vartheta$ die thermoelectrische Kraft (Volt/Celsius) des Elementes mit der concentrirteren Lösung, $dp_2/d\vartheta$ dasselbe für das Element mit der verdünnteren Lösung, μ_1 und μ_2 die zu dp_1/dv und dp_2/dv gehörigen Concentrationen, so gilt die Beziehung:

$$\frac{dp_2}{d\vartheta} - \frac{dp_1}{d\vartheta} = \text{const.} \cdot \ln \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

und zwar soll die Constante gleich sein $0,860 \times 10^{-4}$. Statt des Verhältnisses der Concentrationen wird man für μ_1/μ_2 besser das Verhältniss der Leitfähigkeiten setzen, um den Fehler zu corrigiren, der dadurch entsteht, dass die zu den Messungen verwandten Lösungen nicht wie die Theorie es fordert, vollständig dissociirt sind. Ich habe nun die obige Constante aus meinen Zahlen zu berechnen versucht. Um der Forderung der vollständigen Dissociation des Electrolyten wenigstens annähernd zu genügen, konnten nur die mit Lösungen vom Moleculargehalt 0,5 abwärts berücksichtigt werden, ferner

1) Nernst, l. c. p. 169.

war aus demselben Grunde die Verwerthung der Zahlen ausgeschlossen, welche die Combinationen mit Sulfaten, sowie ZnCl_2 - und CdCl_2 -Lösungen geliefert hatten.

Diese von mir für die obige Constante vornehmlich aus den Elementen mit Lösungen vom Moleculargehalt 0,5 und 0,1 berechneten Werthe schwanken in unregelmässiger Weise zwischen $0,4 \times 10^{-4}$ und $1,2 \times 10^{-4}$. Ich verzichte daher auf eine Wiedergabe derselben und bemerke nur, dass auch die von Nernst selbst mit Lösungen bis zum Moleculargehalt 0,01 herab erhaltenen Zahlen innerhalb fast derselben Grenzen schwanken. Erklären lassen sich die vorkommenden Schwankungen, wenn man bedenkt, dass die fragliche Constante durch die Differenz zweier mit Beobachtungsfehlern behafteter Grössen bestimmt wird, und dass diese Fehler sich sowohl addiren als subtrahiren können. Gerade bei den verdünnten Lösungen enthaltenden Elementen werden die Resultate stark beeinflusst durch die Ströme, welche infolge der unvermeidlichen kleinen Erschütterungen der Electroden entstehen. Eine weitere, noch bedenklichere Fehlerquelle scheint mir darin zu liegen, dass die sogenannten unlöslichen Ag- und Hg-Salze in Wirklichkeit eben nicht unlöslich sind, sondern sich in der Salzlösung auflösen, und dass diese Löslichkeit ihrerseits von der Temperatur beeinflusst wird, so addiren sich dann zu den thermoelectrischen Kräften in ganz uncontrolirbarer Weise electromotorische Kräfte, welche durch Konzentrationsunterschiede und durch Diffusion hervorgebracht werden. Naturgemäss werden solche Störungen, welche durch Konzentrationsänderungen hervorgerufen werden, sich fühlbarer machen in verdünnten Lösungen, als in concentrirten. Dass die Silberhaloide sich in sehr beträchtlichem Maasse in Lösungen der Alkalihaloide lösen, ist längst bekannt. Die Resultate, die ich mit diesen Ketten erhielt, waren auch so unsicher, dass ich von deren vollständiger Veröffentlichung Abstand genommen habe. Inwieweit sich in Ketten mit sogenannten unlöslichen depolarisirenden Salzen sich diese letzteren an der Stromleitung betheiligen, müssen erst weitere Untersuchungen klar legen.

Ladenburg a. N., im October 1893.

9. Der Magnetismus eiserner Hohl- und Vollcylinder; von O. Grotrian.

(Hierzu Taf. XII Fig. 11a, 11b, 12 u. 13.)

Vor 43 Jahren sind von v. Feilitzsch Versuchsergebnisse mitgetheilt¹⁾, welche sich auf den Electromagnetismus von cylindrischen Eisenrohren bestimmter Länge beziehen, die mit geringem Spielraum in einander eingeschoben werden können. Die Beobachtung des magnetischen Momentes bei verschiedenen magnetisirenden Kräften für das weiteste Rohr Nr. 2, für dieses und das zweitweiteste Rohr Nr. 3, wenn letzteres in ersteres eingeschoben ist, für Nr. 2 und Nr. 3 zusammen, wenn noch ein drittes Rohr Nr. 4 eingeschoben ist etc., führten zu dem Resultate, dass der Magnetismus um so tiefer in eine derartige Combination von Hohlcyllindern eindringt, je grösser die magnetisirende Kraft ist. Tritt bei bestimmter magnetisirender Kraft für eine Combination von Rohren durch Hinzufügen noch eines Rohres keine merkliche Zunahme des magnetischen Momentes mehr ein, so würde der innere Durchmesser des vorletzten Rohres genähert die Grenze für das Eindringen des Magnetismus bezeichnen. Eine wirklich ganz scharfe Grenze ergeben die Versuche von v. Feilitzsch nicht. Allerdings gelangt derselbe zu bestimmten Zahlen für die Tiefe des Eindringens bei verschiedenen Stromstärken.²⁾ Aber die erhaltenen Werthe sind durch Extrapolation gefunden und daher nicht absolut zuverlässig, wenn sie auch die Tiefe für das Eindringen einer *merklichen* Magnetisirung darstellen mögen. In der That sind Beobachtungsergebnisse, bei denen die Zunahme des magnetischen Momentes durch Hinzufügen eines Rohres zu einer Combination von Hohlcyllindern wirklich gleich Null wäre, in der Abhandlung von v. Feilitzsch nicht mitgetheilt.³⁾

1) v. Feilitzsch, Pogg. Ann. 80. p. 321. 1850.

2) l. c. p. 333 — 336.

3) l. c. vgl. Tabelle p. 330 — 332.

Die Vergleichung des magnetischen Momentes für das weiteste Rohr mit demjenigen eines Volccylinders von nahezu gleichem äusseren Durchmesser führte v. Feilitzsch zu dem Resultate, dass bei schwachen Strömen das magnetische Moment in beiden von gleicher Grösse ist, dass dagegen bei stärkeren Strömen das Moment des massiven Cylinders als das grössere erscheint. Hieraus wäre zu schliessen, dass bei grösserer magnetisirender Kraft auch die centralen Schichten des Stabes magnetisirt werden.

Damit in Uebereinstimmung sind auch die Versuchsergebnisse von vom Kolke¹⁾, erhalten durch Messung der Kraft, welche ein zugespitztes Eisenstäbchen von den verschiedenen Stellen der Polfläche eines Electromagneten abreisst. Danach ist die Anziehung am Rande der Fläche am grössten, in der Mitte am kleinsten. Das Verhältniss der Anziehungskräfte hängt von der Stärke des magnetisirenden Stromes ab, derart, dass bei schwächerer Magnetisirung das Verhältniss zwischen der Anziehung der Mitte und des Randes grösser ist als bei stärkerer.

Da das Ziel, welches in der Arbeit von v. Feilitzsch verfolgt wird, gewiss nicht ohne Interesse ist, so unternahm es der Verfasser, die Versuche unter veränderten Verhältnissen zu wiederholen.

Die Tiefe des Eindringes der Magnetisirung in cylindrische Eisenkörper lässt sich aus den Versuchen von v. Feilitzsch nur genähert erkennen. Denn eine Combination von Eisenrohren, die selbst mit sehr kleinem Spielraum in einander eingeschoben sind, wird sich nicht streng wie ein einziger eiserner Hohlcylinder verhalten, dessen äusserer und innerer Durchmesser gleich sind dem äusseren Durchmesser des weitesten und dem inneren Durchmesser des engsten Rohres der Combination.

Offenbar wird bei derartigen Versuchen Gleichheit der Structur der Eisenkörper erforderlich sein, wenn man zuverlässige Schlüsse aus den Beobachtungen ziehen will. Der, bzw. die, von v. Feilitzsch untersuchten Volccylinder waren

1) vom Kolke, Pogg. Ann. 81. p. 321. 1850.

aber, wie er selbst zugibt¹⁾, aus anderem Material als die Eisenrohre hergestellt.

Berücksichtigt man diese Umstände unter voller Anerkennung des von v. Feilitzsch gelieferten werthvollen Beobachtungsmaterials, so wird ersichtlich, dass man zu Resultaten von grösserer Klarheit gelangen wird durch Untersuchung von gleich langen Hohlcyllindern, die sämmtlich gleiche äussere aber verschiedene innere Durchmesser besitzen. Dieselben hätte man ausserdem bezüglich ihres magnetischen Verhaltens mit einem Volleylinder von gleichem Durchmesser zu vergleichen. Dabei wäre, falls die Resultate Anspruch auf Zuverlässigkeit erheben sollen, besondere Rücksicht auf die gleichartige Beschaffenheit der untersuchten Eisenkörper zu nehmen.

Eine derartige Untersuchung, auf deren Ausführbarkeit bereits v. Feilitzsch in kurzen Worten hinweist²⁾, hat der Verfasser durchzuführen unternommen. Dieselbe soll im Folgendem mitgetheilt werden.

1. Das Beobachtungsverfahren.

Die Bestimmung der magnetischen Momente der eisernen Hohl- und Volleylinder geschah mittels des Ablenkungsverfahrens in der ersten Hauptlage, wobei die Wirkung beobachtet wurde, welche die Magnetisirungsspule mit und ohne Eisenkörper auf eine Bussolennadel ausübte. Der Weg für die Auswerthung der magnetischen Momente war anfänglich folgendermaassen vorgesehen.

Es bezeichne

J die Stärke des magnetisirenden Stromes in Dekampères oder $(\text{cm}^{1/2} \cdot \text{g}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1})$ Einheiten,

M das temporäre magnetische Moment des Eisenkörpers in $(\text{cm}^{3/2} \cdot \text{g}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1})$ Einheiten,

P (cm^2) die gesammte Windungsfläche der Magnetisirungsspule,

φ_1 und φ_2 die Ablenkungswinkel der Bussolennadel aus dem Meridian für zwei Abstände a_1 und a_2 (cm) zwischen Nadelmitte und der Mitte derSpule, bezw. des Eisenkörpers,

1) v. Feilitzsch, Pogg. Ann. 80. p. 333. 1850.

2) l. c. p. 336.

T ($\text{cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$) die Intensität des Erdmagnetismus incl. derjenigen etwaiger constanter Localwirkungen, dann ist, wie leicht ersichtlich

$$\frac{M + F \cdot J}{T} = \frac{1}{2} \frac{a_2^5 \text{tg } \varphi_2 - a_1^5 \cdot \text{tg } \varphi_1}{a_2^3 - a_1^3} = R.$$

Bezeichnen ferner ψ_1 und ψ_2 die Ablenkungswinkel durch die Spule allein für zwei Abstände b_1 und b_2 beim Strome i , dann ist

$$\frac{F \cdot i}{T} = \frac{1}{2} \frac{b_2^5 \text{tg } \psi_2 - b_1^5 \text{tg } \psi_1}{b_2^3 - b_1^3} = S.$$

Aus beiden Ausdrücken ergibt sich durch Elimination von T das magnetische Moment

$$M = F \left\{ \frac{R}{S} i - J \right\}.$$

Thatsächlich wurden für jede Stromstärke J , bez. i , Beobachtungen bei zwei Abständen a_1 , a_2 , bez. b_1 , b_2 ausgeführt. Aus Gründen, die später dargelegt werden sollen, ist indessen ein anderes als das soeben erläuterte Rechenverfahren angewandt worden.

Zur Erkennung deutlich hervortretender Abweichungen zwischen den einzelnen Eisenkörpern war eine Magnetisirungsspule nöthig, die einen genügend starken Strom verträgt und eine genügend hohe magnetisirende Kraft liefert. Verfasser veranlasste zunächst die Herstellung zweier Spulen, die auf gut trockenes paraffinirtes Holz gewickelt wurden. Die Windungsfläche derselben ermittelte man unter Anwendung von Streifen aus halbtransparentem Pauspapier. Letztere waren in der von Himstedt¹⁾ angegebenen Weise zugeschnitten. Das Durchlochen mit feiner Nadel erfolgte an drei Stellen je einer Windungslage. Die Streifen wurden unmittelbar nach Herstellung der Marken auf ein gutes versilbertes Messingmillimetermaass durch Gewichte angespannt gelegt. Es war dann leicht, unter Anwendung einer Lupe durch das halbdurchscheinende Papier hindurch den Abstand der mittels der Nadel gemachten Löcher unter Schätzung von $\frac{1}{20}$ Millimeter zu ermitteln. Der den Umfang darstellende Abstand erfuhr

1) Himstedt, Wied. Ann. 26. p. 555. 1895.

bei der Bestimmung der Windungsfläche noch eine kleine Correction wegen der Papierdicke in der von Heydweiller¹⁾ angegebenen Weise. Die Windungsfläche der stärker wirkenden Spule wurde auf diese Weise gleich 11943 qcm gefunden. Dieselbe besitzt 363 Windungen in 8 Lagen. Die Länge derselben beträgt 15,21 cm. Der innerste und äusserste Windungsradius ist gleich 1,99 bez. 4,33 cm.

Leider erwies sich dieselbe und noch weniger eine zweite ebenfalls ausgemessene Spule als nicht genügend wirksam für den angestrebten Zweck. Zur Vermeidung von weiteren die eigentlichen Beobachtungen über die Gebühr verzögernden Vorarbeiten entschloss sich der Verfasser, eine bereits fertige Spule, dem Physikalischen Institute der Aachener Hochschule gehörig, zu benutzen, die von Hrn. Geh. Regierungsrath Prof. Dr. Wüllner freundlichst zur Verfügung gestellt wurde. Dieselbe ist auf einen Messingrahmen gewunden. Ihre Windungszahl gleich 500 (bei 10 Windungslagen) kann nach den dem Verfasser gemachten Angaben bis auf ca. 1 Proc. zu hoch angenommen sein. Aus dieser und dem inneren und äusseren Durchmesser lässt sich die Windungsfläche berechnen. Für letztere ist ausserdem eine Controlle möglich durch galvanische Vergleichung der Spule mit der oben genannten direct ausgemessenen, wovon weiter unten die Rede sein wird.

Die Versuchsanordnung ist aus Fig. 1a und 1b zu sehen. Die Bussole *B* besitzt einen in $\frac{1}{5}$ Grad getheilten Kreis von 16,5 cm Durchmesser. Die 3,56 cm lange Nadel ist an einem Coconfaden aufgehängt, der am oberen Ende des Suspensionsrohres *R* aufgehängt ist. Die Nadel ist mit einem Aluminiumzeiger für die Winkelablesung versehen. Letztere geschieht mit Hilfe zweier Lupen, die um die Axe der Bussole drehbar sind. Die Nadel trägt unten ein Aluminiumblech, welches als Luftdämpfer innerhalb eines unter der Theilung befindlichen Glascylinders schwingt.

Die Bussole ist auf einem mit Zinkfüssen *U* versehenen Brett *bb* befestigt, lässt sich aber in verticaler Richtung auf- und abwärts bewegen, was durch Drehen des Schrauben-

1) Heydweiller, Vergleichende absolute Strommessungen mittels der electrodynamischen Wage nach Lord Rayleigh und der Tangentenbussole. Würzburg, Inaug.-Diss. p. 17.

kopfes V bewirkt werden kann. Die Verlängerung der zugehörigen Schraubenaxe geht durch den Mittelpunkt des Theilkreises. In der Mitte ist bb mit einer Längsrinne und einer Centimetertheilung versehen. In ersterer kann ein Magnet verschoben werden, sodass bb mit der darauf befestigten Bussole für sich den bekannten Ablenkungsapparat darstellt. Zum Träger der Magnetisirungsspule eignet sich bb aus verschiedenen Gründen nicht.

Die mehrere Kilogramm schwere Spule S ruht auf einem Holzklotz HH , der in der Mitte den Flanschen der Spule entsprekend cylindrisch ausgehöhlt ist (vgl. Fig. 1a). In den schmalen Seitenflächen des Klotzes sind vier Handhaben $h_1 h_2 h_3 h_4$ befestigt. Durch diese wird es möglich, dass zwei Personen, die eine $h_1 h_2$, die andere $h_3 h_4$ ergreifend, die Spule leicht und gleichmässig aufheben und dieselbe an anderer Stelle, in bestimmter Weise eingestellt, ohne Stoss wieder niedersetzen können.

Die innere Höhlung des Spulenrahmens lässt sich auf beiden Seiten durch zwei auf der Drehbank hergestellte Zinkscheiben abschliessen, welche mit einer kleinen der Spulenaxe entsprechenden Oeffnung versehen sind. Visirt man durch beide Oeffnungen hindurch, so kann man die Bussole unter Zuhülfenahme einer daran angebrachten Marke in die richtige Höhe stellen, bei welcher die Nadelmittle in der Spulenaxe liegt.

Der Spulenklötz ruht auf einem 2,5 cm dicken, gut trockenen Eichenholzbrett $E_1 E_2$, welches mit mehreren Messingstellschrauben versehen ist und durch diese unter Anwendung einer Libelle horizontal gerichtet werden kann. Statt der üblichen drei Stellschrauben sind hier deren fünf $M_1 M_2 M_3 M_4 M_5$ angeordnet. Es ist dies geschehen in nothwendiger Rücksicht auf das Gewicht der Spule, um der Gefahr des seitlichen Kippens sowie eines Durchbiegens des Brettes $E_1 E_2$ entgegenzuwirken.

Am Ende E_1 des Brettes ist, wie die Figuren zeigen, ein im rechten Winkel gebogenes Messingblech m mit rechtwinkeligem Einschnitt e angeschraubt. Bei der Messung werden die Innenränder von e an den cylindrischen Theil v der Bussolenstellschraube angelegt. Auf dem Brett $E_1 E_2$ ist eine Mittellinie $p_1 p_2$ gezogen, welche zugleich durch den Scheitel-

punkt des Winkels hindurchgeht, den die Innenränder von e mit einander bilden. Durch Maassstäbe mit Millimetertheilung sind die Abstände dreier Punkte auf der Mittellinie von dem Scheitelpunkte von e mit thunlichster Sorgfalt ermittelt. Addirt man hierzu noch die aus dem gemessenen Durchmesser von v zu bestimmende Entfernung des Scheitelpunktes von e von der geometrischen Axe von v , so erhält man damit den Abstand der drei Punkte vom Aufhängepunkte der Nadel. Bei den Messungen wurden benutzt die Abstände 69,45 cm, 101,25 cm und 131,85 cm. Jedoch sind aus später zu erörternden Gründen die Beobachtungen für 131,85 cm in den Endresultaten nicht mit verworthen.

Der Spulenklötz ist gut rechteckig abgehobelt. Die in denselben eingeschnittene cylindrische Hohlkehle ist den Längskanten des Klotzes parallel hineingearbeitet. Die Einstellung der Spulenaxe parallel und vertical über der Mittellinie $p_1 p_2$ erfolgt mittels zweier Marken $o_1 o_2$ an den schmalen Endflächen des Klotzes. Denselben entsprechen für jeden der benutzten Abstände zwei Punkte in $p_1 p_2$, auf die $o_1 o_2$ gleichzeitig eingestellt werden. Die Lage der ersteren ist bei sorgfältiger Ausmessung der Dimensionen des Klotzes und der Spule so gewählt, dass bei der Einstellung der Marken die Spulenmitte sich in einem der drei Abstände (vgl. oben) befindet.

Der magnetisirende Strom wurde geliefert von zwei Doppel-accumulatoren¹⁾ sowie bei Strömen von etwa 15 Amp. an von einer Schuckert'schen Dynamomaschine für constante Klemmspannung. Wenn diese als Stromquelle diene, so waren die Accumulatoren dagegen geschaltet. Sie wurden dabei neu geladen und verminderten zugleich die Schwankungen des Maschinenstromes.

Die Dynamomaschine befindet sich im Untergeschoss des Gebäudes und liegt um zwei Stockwerke tiefer, als der Beobachtungsraum. Die Entfernung der Spule von den Accumulatoren beträgt ca. 10 m. Beide sind durch 3 mm dicke durch Guttapercha isolirte Drähte mit einander verbunden. Letztere laufen dicht neben einander hin, sodass electromagnetische Wirkungen der Doppelleitung nicht zu befürchten sind.

1) Bezogen von der Accumulatorenfabrik Actiengesellschaft zu Hagen i. W. Maximaler Entladestrom gleich 27 Amp.

In die Leitung ist ein von dem Mechaniker Hrn. Otto Wolff in Berlin gelieferter, von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geachteter Normalwiderstand aus Manganin für starke Ströme eingeschaltet. Derselbe hängt in einem Petroleum-bade. Die Widerstandsänderung durch Temperatureinflüsse konnte unbedenklich vernachlässigt werden. Fast immer wurde bei den Versuchen der Widerstand vom Sollwerthe 0,01, in einzelnen Fällen von 0,1 Ohm verwendet. Von den Enden des Widerstandes zweigt sich eine Leitung zu einem Torsions-galvanometer von 1 Ohm mit Vorschaltwiderständen ab. Um im Interesse der Genauigkeit möglichst grosse Drehungen des Torsionszeigers zu erhalten, war als Vorschaltwiderstand nicht ein Kasten mit 0, 9, 99 . . . Ohm, sondern es waren deren zwei in Parallelschaltung angewandt, sodass der zweiten Stöpselung nicht 9, sondern $9/2 = 4,5$ Ohm entsprechen. Bei den Messungen kam nur der Vorschaltwiderstand 0 und 4,5 zur Verwendung. Die kleinste für die Endresultate verwendete Drehung des Torsionszeigers beträgt etwa 35 Doppelgrade. In die Stromleitung sind ausserdem als Stromregulatoren ver-änderliche Widerstände für stärkere Ströme eingeschaltet.

2. Die untersuchten Eisenkörper.

Bei den in Rede stehenden Beobachtungen wird die Frage nach der Structurgleichheit der untersuchten Eisenkörper von Wichtigkeit sein. Verfasser wandte sich wegen der Materialbeschaffung an den Aachener Hütten-Actien-Verein Rothe Erde bei Aachen mit der Bitte, es möge ihm eine Eisenstange aus möglichst weichem Eisen überlassen werden. Durch das freundliche Entgegenkommen der Hrn. Kirdorf und Kintzlée wurde dem Verfasser eine ca. 3,5 cm dicke Stange aus Schweiss-eisen zur Verfügung gestellt und im Hüttenwerke in Abschnitte von ca. 11 cm Länge zersägt. Die einzelnen Stücke sind in der Reihenfolge, die sie in der Stange als Ganzes einnehmen, mit den Nummern 1, 2, 3 . . . 24 versehen. Aus diesen Abschnitten ist eine Anzahl zur Untersuchung herausgegriffen. Es wurden aus denselben Hohl- und Volccylinder, alle von gleicher Länge und gleichem äusserem Durchmesser hergestellt. Im Mittel beträgt erstere 10,970 cm, letzterer 3,310 cm. Die

Hohleylinder wurden mit verschiedenen weiten Durchbohrungen versehen, besitzen somit verschiedene Wandstärke.

Es ist ersichtlich, dass durch Untersuchung mehrerer Volleylinder, die wesentlich verschiedenen Stellen der Stange entnommen sind, eine Controlle auf Structurgleichheit durch die magnetischen Messungen zu erhalten ist.

Eine von Hrn. Prof. Dr. Stahlschmidt freundlichst veranlasste Analyse des Versuchsmaterials ergab an fremden Bestandtheilen:

0,320	Proc.	Phosphor,
0,019	"	Schwefel,
0,140	"	Mangan,
0,010	"	Silicium,
0,104	"	Kohlenstoff.

Vor der Untersuchung wurden die Eisencylinder ausgeglüht und langsam erkalten gelassen. Für die Beobachtung wurden dieselben in ein geeignetes Gestell gelegt, welches in den inneren Hohlraum der Spule *S* geschoben wurde. Die Dimensionen des Gestells sind so abgemessen, dass die Axe des betreffenden Eisencylinders mit der Spulenaxe zusammenfällt. Die Cylinder wurden mittels eines passend abgemessenen Messingbleches von T-förmiger Gestalt bis zu ganz bestimmter Tiefe in die Spule eingeschoben, sodass die Mitte des betreffenden Eisenkörpers mit derjenigen der Spule zusammenfiel.

Es möge hier noch bemerkt werden, dass die Eisencylinder wesentlich frei von remanentem Magnetismus sind. Eine mehrfach wiederholte Beobachtung der Nullstellung der Nadel vor und nach dem Durchleiten des Stromes durch die Spule ergab, mochte der Eisencylinder in der Spule liegen oder nicht, gar keine oder so kleine Winkelunterschiede, dass diese theils auf Beobachtungsfehler zurückgeführt werden können, andernfalls aber zu vernachlässigenden Werthen eines remanenten magnetischen Momentes entsprechen.

3. Die Beobachtungen.

Bei der Bestimmung des magnetischen Momentes nach der Ablenkungsmethode wird man nicht nur für zwei Abstände und bei vertauschter Lage der Pole, sondern auch am besten für Lagen des ablenkenden Magneten auf beiden Seiten der

Bussole beobachten, letzteres namentlich, um die Fehler im Abstände zwischen Nadel- und Magnetmitte zu eliminieren.

Auf die Beobachtung für beide Seiten der Bussole ist verzichtet theils wegen Raummangels, namentlich aber, um die Zeit für die Beobachtungen nicht über die Gebühr zu verlängern.

Die Messungen geschahen durch zwei Beobachter. Der Verfasser beobachtete die Ablenkungswinkel an der Bussole, während der Gehülfe des electrotechnischen Instituts, Hr. Schiffler, der mit der Aufstellung und Ablesung des Torsionsgalvanometers wohl vertraut ist, die Stromstärke an letzterem Instrumente ablas. Seine Messungen wurden überdies gelegentlich vom Verfasser controllirt.

Bei jeder Beobachtungsreihe, höchstens einem halben Tage entsprechend, wurde mindestens eine Beobachtung mit Spule ohne Eisenkörper gemacht. Bei jeder Lage der Spule mit oder ohne Eisencylinder wurde der Strom einmal commutirt, sodass die Bussolennadel nach der entgegengesetzten Seite ausschlug. Es werden hierdurch Fehler eliminirt, die aus einer geringen Abweichung der Linie $p_1 p_2$ (vgl. Fig. 1a) von der magnetischen Ost-West-Richtung entspringen können. Die Orientirung von $p_1 p_2$ erfolgte mittels einer dem geodätischen Institute gehörenden Anlagebussole. Nach einer Messung für einen der drei Abstände (vgl. oben) folgte eine solche für eine zweite Entfernung, worauf in den meisten Fällen die Messung für den ersten Abstand nochmals ausgeführt wurde. Da an beiden Spitzen des Nadelzeigers abgelesen wurde, so erhielt man für jede der beiden Entfernungen acht bez. vier Winkel, aus denen später die Mittel genommen wurden. Während der Beobachtung der Ablenkungen wurde wiederholt die Stärke des abgezweigten Stromes am Torsionsgalvanometer gemessen.

Letzteres Instrument wurde gelegentlich behufs Graduirung mit den beiden Doppelaccumulatoren und einem Rheostaten in einen einfachen Stromkreis eingeschaltet. Die Graduirung ergab sich durch Aenderung des Rheostatenwiderstandes unter Berücksichtigung der sonstigen Widerstände des Kreises. Der Widerstand der Accumulatoren, die in Parallelschaltung lagen, konnte vernachlässigt werden. Nach geeigneten Zeitintervallen wurde das Torsionsgalvanometer einer Aichung unterzogen.

Bei letzterer bediente man sich eines Fleming'schen Normalelementes, in welchem der Strom compensirt wurde. Die Enden des Zweiges, welcher das Normalelement und ein Galvanoskop enthielt, waren an die Klemmen des Widerstandes von 10 Ohm¹⁾ geführt. Letztere standen zugleich mit den Enden eines zweiten Zweiges in Verbindung, welcher zwei Daniell'sche Elemente, Regulirwiderstände und das zu Eichende Instrument enthielt. Mittels der stetig veränderbaren Regulirwiderstände wurde das Stromelement compensirt. Die electromotorische Kraft desselben ist nach C. L. Weber²⁾ mit 1,100 Volt in Rechnung gesetzt. Diese dividirt durch den Widerstand 10 Ohm, an dem die entsprechende Correction wegen der Temperatur angebracht wurde, liefert die Stromstärke in Ampère. Dieselbe ergibt nebst der am Torsionsgalvanometer gemachten Ablesung (Mittel aus zehn Beobachtungen), welche eine der Graduirung entsprechende Correction erfuhr, den Reductionsfactor des Instrumentes.

Vor dem Ansetzen des Normalelementes wurde der Zinkstab in verdünnte Schwefelsäure getaucht und sorgfältig abgespült, während der Kupferstab durch Eintauchen in Kupfervitriollösung als Kathode einen frischen Kupferüberzug erhielt.

Bei der Berechnung der Stärke des magnetisirenden Stromes wurde der Einfluss der Temperatur auf die von dem Wolff'schen Normalwiderstände (vgl. p. 712) abgezweigte Leitung berücksichtigt. Für die 3 cm dicken Abzweigedrähte von 2,25 m Länge sind 0,0055 Ohm in Rechnung gesetzt. Bezeichnet demnach w_1 den Widerstand der abgezweigten Leitung, w_0 denjenigen des Normalwiderstandes, α die in Rücksicht auf die Graduirung corrigirte Ablesung am Torsionsgalvanometer, C (nahezu gleich 1) dessen Reductionsfactor auf Milliampère, dann ist die Stärke des magnetisirenden Stromes in Ampère

$$J = \frac{\alpha \cdot C}{1000} \cdot \frac{w_1 + w_0}{w_0}.$$

Die Berechnung der magnetischen Momente konnte in der auf p. 708 u. 709 dargelegten Weise leider nicht ausgeführt werden.

1) Es war das ein von Siemens & Halske bezogener Dekadenwiderstand.

2) C. L. Weber, Electrotechn. Zeitschr. p. 181. 1891.

Nach Beendigung der Hauptmessungen stellte sich heraus, dass die beobachteten Ablenkungen der Bussolennadel durch die Spule ohne Eisenkörper nicht dem dafür geltenden Gesetze folgten.

Bezeichnen ψ_1 und ψ_2 die Ablenkungswinkel der Nadel für zwei Abstände a_1 und a_2 bei demselben Strome, so sollen die Tangenten der Winkel sich merklich umgekehrt wie die dritten Potenzen der Abstände verhalten oder genauer

$$\frac{\operatorname{tg} \psi_1}{\operatorname{tg} \psi_2} = \frac{a_2^3 \left(1 + \frac{k}{a_1^3}\right)}{a_1^3 \left(1 + \frac{k}{a_2^3}\right)}.$$

Für die Magnetisirungsspule ist $k = 122,83 \text{ (cm}^2\text{)}$.¹⁾ Es war z. B. beobachtet beim Strome $i = 9,656 \text{ Amp.}$

$$\psi_1 = 59,420^\circ \text{ für } a_1 = 69,45 \text{ cm,}$$

$$\psi_2 = 25,602^\circ \text{ für } a_2 = 101,25 \text{ cm.}$$

Hieraus findet sich

$$\frac{\operatorname{tg} \psi_1}{\operatorname{tg} \psi_2} = 3,532, \quad \frac{a_2^3 \left(1 + \frac{k}{a_1^3}\right)}{a_1^3 \left(1 + \frac{k}{a_2^3}\right)} = 3,140.$$

Die Abweichung von ca. 12 Proc., die sich bei jeder Beobachtung mit Spule allein wieder findet, muss natürlich Bedenken erregen. Die nächstliegende Vermuthung dürfte darin bestehen, die Abweichung auf die Vernachlässigung der Torsion des Nadelcoconfadens zurückzuführen. Eine einfache Rechnung zeigt indessen, dass diese überhaupt im vorliegenden Falle nicht berücksichtigt zu werden braucht. Denn wiederholte Versuche führten übereinstimmend auf den kleinen Werth 0,001 für das Torsionsverhältniss.

Nachdem die verschiedensten Erklärungsversuche fehlgeschlagen waren, wurden nach Beendigung der Hauptbeobachtungen Versuche angestellt für die Wirkung der Spule allein auf die Bussole für verschiedene Stromstärken und die drei Abstände $a_1 = 69,45 \text{ cm}$, $a_2 = 101,25 \text{ cm}$, $a_3 = 131,85 \text{ cm}$. Die folgende Tabelle I enthält die Versuchsergebnisse.

1) Ueber die Berechnung vgl. w. u. p. 720 u. 728.

Tabelle I.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
ψ	$\text{tg } \psi$	i_1	i_2	i_3	$\frac{i_3}{i_1}$	$\frac{i_3}{i_2}$
3,430°	0,0599	—	—	3,287	—	—
7,697°	0,1352	—	3,218	[7,123]	—	2,214
10,155°	0,1791	—	[4,137]	9,352	—	2,260
13,665°	0,2431	—	[5,476]	12,266	—	2,240
15,825°	0,2834	—	6,319	[13,977]	—	2,212
17,610°	0,3174	—	[6,949]	15,419	—	2,219
22,140°	0,4069	—	[8,610]	19,066	—	2,214
23,770°	0,4404	—	9,233	[20,487]	—	2,219
25,740°	0,4821	3,218	[9,971]	[22,254]	3,099	—
27,862°	0,5286	[3,467]	[10,794]	24,224	—	2,244
31,425°	0,6110	3,908	12,251	—	3,134	—
37,622°	0,7707	4,765	15,094	—	3,168	—
43,960°	0,9643	[5,803]	18,202	—	3,137	—
47,157°	1,0783	6,414	[20,161]	—	3,143	—
51,985°	1,2792	[7,496]	23,614	—	3,150	—
58,140°	1,6090	9,271	—	—	—	—
64,580°	2,1041	12,232	—	—	—	—

In der ersten Columnne sind unter ψ die beobachteten Ablenkungswinkel (Mittelwerthe aus je vier Zahlen) für irgend einen der drei Abstände, in Columnne 2 die entsprechenden Tangenten angeben. In den Columnnen 3, 4, 5 bedeuten die nicht eingeklammerten Zahlen unter i_1 , i_2 , i_3 die beobachteten Stromstärken in Ampère für die Abstände a_1 , a_2 , a_3 .

Fig. 4 enthält die Resultate in graphischer Darstellung, bei welcher die i als Abscissen, die Werthe von $\text{tg } \psi$ als Ordinaten aufgetragen sind. Der Verlauf der Curven ist fast genau geradlinig. Jedoch geht der geradlinige Theil der Curven rückwärts verlängert nicht durch den Anfangspunkt des Coordinatensystems, was eigentlich der Fall sein sollte. Vielmehr sind die Curven im anfänglichen Verlaufe schwach convex gegen die Abscissenaxe gekrümmt.

Entnimmt man durch graphische oder rechnerische Interpolation den Beobachtungen Werthe für $\text{tg } \psi_1$, $\text{tg } \psi_2$, $\text{tg } \psi_3$, die derselben Stromstärke entsprechen, so stehen dieselben, wie bereits oben ausgeführt wurde, nicht in dem Verhältniss, welches die Theorie verlangt. Für $\text{tg } \psi_2 / \text{tg } \psi_3$ ergibt sich z. B.

für 10 Amp. der Werth 2,501, während derselbe aus den Abständen berechnet gleich

$$\frac{131,85^3 \left(1 + \frac{122,83}{101,25^3}\right)}{101,25^3 \left(1 + \frac{122,83}{131,85^3}\right)} = 2,219$$

sein sollte.

Anders gestalten sich aber die Zahlenverhältnisse, wenn man, anstatt das Verhältniss der Tangenten für eine bestimmte Stromstärke zu bilden, das Verhältniss der Stromstärken für dieselbe Tangente, bez. denselben Ablenkungswinkel, berechnet. In Tabelle I bedeuten die eingeklammerten Zahlen interpolirte Werthe der i , die derselben Tangente entsprechen, wie ein in derselben Horizontalreihe stehendes nicht eingeklammertes i . In Columnne 6 und 7 sind die Verhältnisse i_2/i_1 und i_3/i_2 angegeben. Dieselben entsprechen merklich den theoretischen Werthen, die gleich 3,140 und 2,219 sein sollen. Das Mittel aus den i_2/i_1 ist gleich 3,139, dasjenige aus den i_3/i_2 gleich 2,228.

Um die Ursache für die beobachteten Abweichungen zu ergründen, wurden zunächst anstatt mittels der Spule einige Ablenkungsversuche mittels eines Stahlmagnetes gemacht. Da bei diesem ähnliche Differenzen zum Vorschein kamen, so musste die Fehlerquelle in der Bussole gesucht werden. Letztere wurde daher entfernt und an ihre Stelle eine Siemens'sche Sinus-Tangenten-Bussole gesetzt, bei welcher die Nadel auf einer Spitze hängt. Die Messung der Ablenkungswinkel ist hier weniger genau als bei der anderen Bussole, da bei der ersteren der Theilkreis in ganze Grade getheilt ist und nur 9 cm Durchmesser besitzt. Die Abstände zwischen Spulen- und Nadelmitte wurden durch zugespitzte Senkel, die über der Nadelmitte und dem der Spulenmitte entsprechenden Punkte auf $p_1 p_2$ hingen, festgelegt und durch passende Aufstellung der Bussole den früheren gleich gemacht. Für die dem Instrument beigegebenen Tangentennadel von 3,1 cm Länge ergeben sich folgende Resultate:

$a_1 = 69,45 \text{ cm}$			$a_2 = 101,25 \text{ cm}$			$a_3 = 131,85 \text{ cm}$		
i_1	$\text{tg } \psi_1$	$\frac{\text{tg } \psi_1}{i_1}$	i_2	$\text{tg } \psi_2$	$\frac{\text{tg } \psi_2}{i_2}$	i_3	$\text{tg } \psi_3$	$\frac{\text{tg } \psi_3}{i_3}$
5,545	0,9725	0,1754	5,711	0,8242	0,05677	5,856	0,1443	0,02464
10,043	1,7558	0,1748	9,940	0,5577	0,05611	—	—	—

Hier zeigt sich, wie aus den Zahlen für $\text{tg } \psi_1 / i_1$ und $\text{tg } \psi_2 / i_2$ hervorgeht, Proportionalität zwischen Tangente und Stromstärke. Bildet man die Verhältnisse der Tangenten für den Strom 1 Amp., so findet man bei Benutzung der Mittelwerthe $\text{tg } \psi_1 / \text{tg } \psi_2 \cdot i_2 / i_1 = 3,102$, $\text{tg } \psi_2 / \text{tg } \psi_3 \cdot i_3 / i_2 = 2,290$, also Zahlen, welche mit den aus den Abständen berechneten wesentlich übereinstimmen.

Die gefundenen Abweichungen (s. o.) drängten nothwendig zu der unliebsamen Erklärung, dass magnetische Localeinflüsse in der für die Messungen benutzten Bussole mitgewirkt haben. Es müssen das Einflüsse sein, die sich mit der Intensität des Feldes, welches durch die Spulen mit oder ohne Eisenkörper erzeugt wird, ändern, d. h. die Bussole muss eisenhaltig sein. Zu dieser Schlussfolgerung, deren Möglichkeit bei der sonst recht guten mechanischen Ausführung der Bussole nicht ins Auge gefasst war, gelangte der Verfasser erst nach Abschluss der Hauptbeobachtungen. Die Richtigkeit der Folgerung wurde constatirt, nachdem die Theile des Instrumentes auseinander genommen waren. Ein leicht beweglich aufgehängter Magnetstab von ca. 19 cm Länge liess sich durch periodisches Annähern und Entfernen der Messingtheile des Instrumentes in Schwingungen versetzen.

Bei dieser Sachlage war man vor die Alternative gestellt, entweder von einer Berechnung der magnetischen Momente ganz abzusehen und nur die beobachteten Werthe der Ablenkungswinkel und Stromstärken mitzuthellen, die wenigstens qualitativ das Verhalten der untersuchten Eisenkörper deutlich charakterisiren, oder einen andern als den anfangs beabsichtigten Weg der Rechnung einzuschlagen, durch den man unabhängig von magnetischen Wirkungen der Bussole zu richtigen Zahlen gelangt.

Ein solcher Weg ist vorhanden. Bei Benutzung desselben

würde auch der Einfluss einer merklichen Torsion des Coconfadens, wenn sie vorhanden wäre, herausfallen.

Angenommen es sei die Abhängigkeit zwischen dem Ablenkungswinkel ψ der Bussolennadel, bez. $\operatorname{tg} \psi$, und der Stärke des Stromes in der Spule ohne Eisenkörper durch Versuche ermittelt für einen Abstand a . Es bezeichne ferner φ den Ablenkungswinkel der Nadel für die Wirkung von Spule und Eisenkörper für denselben Abstand a beim Strome J . Bedeutet M das magnetische Moment des Eisenkörpers, F die Windungsfläche der Spule, dann entspricht dem Ablenkungswinkel ψ ein galvanisches Moment $F \cdot i$, dem Winkel φ ein galvanisches Plus magnetisches Moment gleich $F \cdot J + M$.

Aus der Tabelle oder Curve für ψ und i oder noch besser für $\operatorname{tg} \psi$ und i (letzterer Zusammenhang ist wegen der nahezu proportionalen Aenderung beider Grössen vorzuziehen) lässt sich derjenige Strom J_1 ermitteln, der in der Spule ohne Eisenkern fliessend die Nadel um φ ablenken würde. Es würde somit das galvanische Moment $F \cdot J_1$ dieselbe Wirkung wie $F \cdot J + M$ ausüben.

Das Drehungsmoment, welches die Spule mit dem galvanischen Moment $F \cdot J_1$ auf die um φ abgelenkte Nadel ausübt, deren Länge gegen a klein ist, berechnet sich für die erste Hauptlage gleich

$$(1) \quad \Delta = 2 \frac{F \cdot J_1 \cdot m}{a^3} \left(1 + \frac{k}{a^2} \right) \cos \varphi.^1)$$

In dieser Formel bedeutet m das magnetische Moment der abgelenkten Nadel, k ist definirt durch die Gleichung

$$k = \frac{1}{2} l^2 - \frac{9}{10} \cdot \frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}$$

in der l die Länge, r_0 und r_1 den inneren und äusseren Radius der Spule bezeichnen.

Bewirkt nun die Spule mit Eisencylinder beim Strome J dieselbe Ablenkung φ und somit dasselbe Drehungsmoment, dann ist andererseits

$$(2) \quad \Delta = 2 \frac{F \cdot J \cdot m}{a^3} \left(1 + \frac{k}{a^2} \right) \cos \varphi + 2 \frac{M \cdot m}{a^3} \left(1 + \frac{q}{a^2} \right) \cos \varphi.$$

1) F Kohlrausch, Wied. Ann. 18. p. 517-519. 1883.

Der Factor η ist von der Vertheilung des Magnetismus in dem Eisencylinder und der Nadel abhängig. Falls es erlaubt ist, den Magnetismus als in den Polen concentrirt anzunehmen, ist

$$\eta = \frac{1}{2} \varrho^2 - \frac{3}{4} l^2,$$

wenn ϱ den Polabstand des ablenkenden Magneten, l denjenigen der Nadel bedeutet.¹⁾

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgt

$$2 \frac{F \cdot J_1 m}{a^3} \left(1 + \frac{k}{a^2}\right) \cos \varphi = 2 \frac{F \cdot J \cdot m}{a^3} \left(1 + \frac{k}{a^2}\right) \cos \varphi \\ + 2 \frac{M m}{a^3} \left(1 + \frac{\eta}{a^2}\right) \cos \varphi.$$

Somit ist

$$(3) \quad M = F(J_1 - J) \frac{1 + \frac{k}{a^2}}{1 + \frac{\eta}{a^2}}.$$

Das Gleichsetzen der Ausdrücke 1 und 2 wird nur dann statthaft sein, wenn für beide dieselbe Intensität des Erdmagnetismus incl. der Localwirkung von Eisenmassen der Umgebung, deren Magnetismus durch die Spule nicht beeinflusst wird, angenommen werden kann. Eigentlich müsste somit für jede Beobachtungsreihe mit Eisenkörper eine von der Art, wie sie in Tabelle I mitgetheilt ist, ermittelt sein. Das ist nun nicht der Fall. Vielmehr liegen für jede Beobachtungsreihe zwei Beobachtungen mit Spule ohne Eisen für die Abstände $a_1 = 69,45$ cm und $a_2 = 101,25$ cm vor.

Diese passen nicht ganz genau in Tabelle I, bez. in die Curven der Fig. 13. Es hängt das offenbar damit zusammen, dass die Zahlen der Tabelle I zu anderer Zeit als die für jede Beobachtungsreihe ermittelten erhalten wurden.

Wie diesen Abweichungen Rechnung getragen ist, wird am einfachsten folgendes Zahlenbeispiel zeigen.

Am 25. August 1892 ergab sich z. B. bei Wirkung der Spule allein und einem Strome $i = 10,181$ Amp. folgendes:

1) F. Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik, p. 234.

$$\begin{array}{lll} a_1 = 69,45 \text{ cm} & \psi_1 = 60,930^\circ & i_0 = 10,407 \quad \frac{i}{i_0} = 0,9783 \\ a_2 = 101,25 \text{ cm} & \psi_2 = 27,102^\circ & i_0 = 10,496 \quad \frac{i}{i_0} = 0,9700. \end{array}$$

Die beiden Werthe für i_0 bezeichnen die Stromstärke, die aus Tabelle I für $\text{tg } \psi_1$ und $\text{tg } \psi_2$ interpolirt ist. Beide Werthe sind, wie auch die Quotienten i/i_0 zeigen, grösser als das beobachtete i , der erste um 2,2 Proc., der zweite um 3 Proc. Will man demnach für eine Berechnung des magnetischen Momentes, für welches Beobachtungen am 25. August angestellt wurden, das J_1 der Formel (3) bestimmen, z. B. für die bei $J = 5,229$ Amp. beobachteten Winkel (Hohleylinder Nr. 1)

$$\varphi_1 = 49,987^\circ (a_1)$$

$$\varphi_2 = 18,077^\circ (a_2)$$

so sind zunächst aus Tabelle I zu interpoliren die Stromstärken

$$J_1^0 = 7,022 \text{ für } \varphi_1$$

$$J_2^0 = 7,117 \text{ für } \varphi_2.$$

Aus diesen findet man für die Formel (3)

$$J_1 = \frac{i}{i_0} \cdot J_1^0 = 0,9783 \cdot 7,022 = 6,869$$

und für den zweiten Abstand entsprechend

$$J_2 = \frac{i}{i_0} \cdot J_2^0 = 0,9700 \cdot 7,117 = 6,903.$$

Der Umstand, dass die beiden Werthe für i_0 verschieden ausfallen ¹⁾; scheint darauf hinzudeuten, dass die Verschiedenheit der Versuchsbedingungen für den 25. August 1892 beispielsweise und den Tag, an welchem die Zahlen der Tabelle I erhalten wurden (23. December 1892), vielleicht nicht allein auf die Aenderung der Intensität des Erdmagnetismus incl. derjenigen der Localwirkungen der Umgebung zu schieben ist.

Die erhaltenen Werthe des magnetischen Momentes dürfen aber wohl dennoch Anspruch auf eine mittlere Genauigkeit erheben. Es folgt das einmal aus dem Umstande, dass für eine Anzahl von Stromstärken (wenn auch nicht für alle) zwei

1) Dieses war bei jeder Beobachtungsreihe der Fall.

von einander unabhängige Werthe des magnetischen Momentes berechnet werden konnten, die sich somit gegenseitig controliren. Ferner gestatten Versuche mit der bereits früher (vgl. p. 718) genannten Sinus-Tangenten-Bussole eine Kritik auf wesentlich anderem Wege.

Es wurden nämlich unter Benutzung derselben für zwei von den drei Abständen $a_1 = 69,45$ cm, $a_2 = 101,25$ cm, $a = 131,85$ cm, also denselben, wie bei den Hauptbeobachtungen, die Ablenkungen mit und ohne Eisenkörper beobachtet. Die Berechnung erfolgte hier nach der Formel

$$M = \frac{F}{1 + \frac{\eta}{a^2}} \left[\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \psi_x} \cdot i \left(1 + \frac{k}{a_x^2} \right) - J \left(1 + \frac{k}{a^2} \right) \right],$$

die direct aus dem für die Hauptbeobachtungen nicht anwendbaren Tangentengesetz hervorgeht. Es bezeichnen in der Formel i und J die Stromstärken in Dekampère, wie sie in der Spule ohne und mit Eisenkörper vorhanden sind, ψ_x und φ bedeuten die entsprechenden Ablenkungswinkel bei Benutzung der Abstände a_x und a . Die Wirkung der Spule allein wurde für die Abstände a_1 und a_2 bestimmt. Die magnetischen Momente sind demnach zum Theil für $a_x = a$ berechnet, unter welcher Voraussetzung die Formel noch etwas vereinfacht wird. In der folgenden Tabelle sind die erhaltenen Werthe von M (jedes als Mittel aus zwei Zahlen) angeführt. In der ersten Columnne ist die Stärke J des magnetisirenden Stromes angegeben, die zweite enthält die mittels der Sinus-Tangenten-Bussole erhaltenen Werthe des magnetischen Momentes. Die Werthe M der dritten Columnne sind durch geeignete Interpolation aus den weiter unten mitgetheilten Tabellen IV und V abgeleitet.

	J	$M (\text{cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1})$	
Volleylinder Nr. 9	5,345	13241	13859
	19,523	47817	49169
Hohleylinder Nr. 1	5,317	10304	10343
	19,623	12938	12987

Die Abweichungen erreichen allerdings bei dem Volleylinder Nr. 9 den Betrag von 4,5 Proc., halten sich aber bei

dem Eisenrohr Nr. 1 unter 0,4 Proc. Berücksichtigt man die geringere Genauigkeit bei den Beobachtungen mittels der Sinus-Tangenten-Busssole, ferner den Umstand, dass in der Formel für beide M die Differenz gemessener Grössen enthalten ist, so dürfte hiernach kein Grund für einen ernstlichen Einwand gegen die Zuverlässigkeit der aus den eigentlichen Beobachtungen abgeleiteten Zahlen vorhanden sein.

Die Ergebnisse der Hauptbeobachtungen sind in der folgenden Tabelle II zusammengestellt. In der ersten Columnne ist angegeben die Nummer des betreffenden Cylinders, sowie die Wanddicke D der Hohlcyylinder. Die zweite Verticalreihe enthält die Stromstärke J in Ampère, die dritte und vierte die Ablenkungswinkel. Es bedeutet φ_1 den Winkel für den Abstand $a_1 = 69,45$ cm, φ_2 denjenigen für $a_2 = 101,25$ cm. In der fünften, sechsten und siebenten Columnne sind Stromstärke i und Ablenkungswinkel ψ_1 und ψ_2 für a_1 und a_2 bei Wirkung der Spule ohne Eisenkörper angegeben. Die Zahlenreihen unter J , φ_1 und φ_2 , die bestimmten Werthen von i , ψ_1 und ψ_2 entsprechen, sind von einander durch einfache Horizontalstriche getrennt. Die für die einzelnen Eisenkörper geltenden Zahlenreihen sind durch Doppelstriche geschieden.

Tabelle II.

2.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
	J	φ_1	φ_2	i	ψ_1	ψ_2
Vollcylinder Nr. 3.	5,306	52,372°	19,577°	9,874	60,075°	26,155°
	10,052	—	36,435°	—	—	—
	15,367	—	50,016°	—	—	—
Vollcylinder Nr. 9	1,220	13,415°	—	8,263	55,165°	21,440°
	5,267	52,125°	19,586°	9,786	59,747°	25,846°
	7,404	61,175°	27,527°	—	—	—
	10,140	—	36,486°	—	—	—
	12,710	—	48,956°	8,679	56,575°	22,855°
	14,877	—	48,890°	—	—	—
	17,157	—	53,216°	—	—	—
Vollcylinder Nr. 15	5,266	52,140°	19,532°	8,311	55,365°	21,827°
	10,296	—	37,067°	—	—	—
	15,129	—	49,446°	—	—	—

1.	2. J	3. φ_1	4. φ_2	5. i	6. ψ_1	7. ψ_2
Hohleylinder Nr. 4 $D = 4,024$ mm	5,191 9,753 15 306	51,387° 66,955° —	18,840° 35,075° 49,655°	9,500 — —	59,195° — —	25,185° — —
Hohleylinder Nr. 2 $D = 2,868$ mm	5,155 10,012 15,766 19,388	51,165° — — —	18,752° 35,787° 49,774° 54,820°	10,367 — — —	61,007° — — —	27,162° — — —
Hohleylinder Nr. 18 $D = 2,104$ mm	5,158 10,161 12,405 15,481 19,772	51,072° — — — —	18,742° 35,970° 41,597° 47,830° 53,981°	8,734 — — — 8,790	56,800° — — — 56,940°	22,973° — — — 23,229°
Hohleylinder Nr. 12 $D = 1,586$ mm	5,198 10,028 12,350 19,196	51,205° 66,577° — —	18,801° 36,696° 40,146° 52,142°	9,946 — 10,298 —	60,167° — 61,010° —	26,439° — 27,099° —
Hohleylinder Nr. 6 $D = 1,046$ mm	7,779 9,872 15,085 19,016	60,237° 64,880° — —	26,770° 32,420° 43,821° 50,157°	9,767 — 9,656 9,425	59,665° — 59,420° 59,110°	25,936° — 25,602° 25,080°
Hohleylinder Nr. 1 $D = 0,802$ mm	1,214 2,604 5,229 10,219 14,909	13,065° 29,362° 49,987° — —	— — 18,077° 32,050° 42,382°	8,263 10,181 — 10,006 —	55,165° 60,930° — 60,310° —	21,440° 27,102° — 26,415° —

In der vorstehenden Tabelle sind nicht immer zwei Werthe für die Ablenkungen φ_1 und φ_2 verzeichnet. Es sind nämlich beobachtete Winkel kleiner als 11° in der späteren Berechnung wegen des Einflusses der Beobachtungsfehler nicht mit verwerthet und daher auch nicht angegeben. Ferner sind beobachtete Winkel $\varphi_1 > 67^\circ$ ebenfalls nicht mit angeführt, da bei Verwendung derselben eine zu weit über die Grenzen der Tabelle I gehende Extrapolation (vgl. w. u.) erforderlich gewesen wäre. Endlich sind bei Beobachtung für a_2 und a_3 die Ablenkungen φ_3 entsprechend dem Abstände $a_3 = 131,85$ cm nicht mitgetheilt, sondern nur die dem betreffenden Strome

entsprechenden Werthe von φ_2 . Die φ_3 sind in der Rechnung nicht verwerthet. Denn die Wirkung der Spule allein (Columnne 5, 6, 7) ist für jede Beobachtungsreihe zufolge des ursprünglichen Beobachtungsplanes nur für a_1 und a_2 ermittelt. Es fehlen daher die Zahlen, um direct die Factoren i/i_0 (vgl. p. 722) zu berechnen. Andererseits ist es im Interesse der Genauigkeit der Rechnung erwünscht, wenn, wie das in der Formel 3 der Fall ist, das Verhältniss der dritten Potenzen der Abstände herausfällt.

Die Bestimmung der Dimensionen der Eisenkörper geschah in folgender Weise. Die Länge wurde an zwei etwa diametral gegenüberliegenden Stellen mittels eines guten mit einem Normalmaasse verglichenen Holzmaassstabes (in ganze Millimeter getheilt) unter Zuhülfenahme einer Lupe gemessen. Den äusseren Durchmesser bestimmte man mittels eines Millimetermaasses mit Mikrometerschraube, deren Trommeltheile 0,01 mm entsprechen. Das Gewicht jedes Eisenkörpers wurde durch Doppelwägung mit der erforderlichen Rücksicht auf etwaige Fehler der zu Hülfe genommenen grösseren Gewichte, die nach langjährigem Gebrauch einer Controlle bedurften, ermittelt. Die folgende Tabelle III enthält die Resultate dieser Messungen.

Tabelle III.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
	L	d	D	G	G_0
	cm	cm	mm	g	g
Volleycylinder Nr. 3	10,975	3,3097	—	726,6049	726,6151
Nr. 9	10,962	3,3083	—	723,0948	723,1049
Nr. 15	10,962	3,3080	—	716,6480	716,6580
Hohlcylinder Nr. 4	10,972	3,3091	4,024	308,7742	308,7785
Nr. 2	10,972	3,3089	2,868	228,8038	228,8070
Nr. 18	10,975	3,3133	2,104	172,4312	172,4336
Nr. 12	10,970	3,3142	1,586	132,0830	132,0848
Nr. 6	10,965	3,3068	1,046	88,3728	88,3740
Nr. 1	10,980	3,3138	0,802	68,5021	68,5031

In Columnne 1 ist die Nummer, in 2 die Länge L (cm), in 3 der äussere Durchmesser d (cm), in 5 das durch die Wägung gefundene Gewicht G (g) angegeben. Von den drei Volleycylindern Nr. 3, 9 und 15 weichen 3 und 15 bezüglich der Masse in maximo um 10 g, d. i. um mehr als 1 Proc.

von einander ab. Dem würde ein Unterschied in Volumen von etwa 1,3 cm Eisen entsprechen, der offenbar auf innere Hohlräume, wahrscheinlich nicht in der Nähe der Oberfläche gelegen, zurückzuführen ist. In magnetischer Beziehung verhalten sich, wie weiter unten gezeigt wird, die drei Volleylinder wesentlich gleich.

Berechnet man aus dem Gewichte G und dem Volumen unter Berücksichtigung des Luftauftriebes bei der Wägung das spezifische Gewicht s für die drei Volleylinder, so findet man für

$$\begin{aligned} \text{Nr. 3 } s &= 7,6964 \\ \text{„ 9 } s &= 7,6798 \\ \text{„ 15 } s &= 7,6068 \\ \text{also im Mittel } s &= 7,6587. \end{aligned}$$

Für den inneren Durchmesser der Hohlcyllinder gilt die Gleichung

$$d_0 = \sqrt{d^2 - G \frac{1 - \frac{\lambda}{\delta}}{\frac{\pi}{4} L(s - \lambda)}}.$$

In derselben bezeichnet $\lambda = 0,0012$ das mittlere spezifische Gewicht der Luft, δ dasjenige der Gewichtsstärke, $s = 7,6587$ das der Eisenkörper.

In Tab. III ist in Columne 4 die Wanddicke $D = d - d_0$ in Millimetern, endlich in 6 das Gewicht G_0 im luftleeren Raume angegeben.

Die Windungsfläche F der Magnetisirungsspule kann zunächst berechnet werden nach der Formel

$$F = \frac{m \cdot n \cdot \pi}{3} \cdot \frac{r_1^3 - r_0^3}{r_1 - r_0} \cdot 1)$$

In derselben bedeutet m die Anzahl der Windungslagen, n diejenige der Windungen für eine Lage, r_1 den äusseren, r_0 den inneren Durchmesser der Bewickelung.

Durch umgelegte Papierstreifen fand man in der auf p. 708 u. 709 genannten Weise als Mittel aus sechs Messungen $r_1 = 8,006$ cm. Unter Benutzung eines Tastermaasses wurde bei Berücksichtigung der Dicke des Messingbleches, auf welches die innerste Windungslage aufgewickelt war, $r_0 = 4,329$ cm

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 18. p. 517. 1883.

gefunden. Für die gesammte Windungszahl $m \cdot n$ ist die Zahl 500 eingesetzt.¹⁾ Hiernach berechnet sich $F = 61520$ qcm.

Zur Ermittlung der Windungsfläche bietet sich noch eine andere Methode dar, um deren Ausbildung sich F. Kohlrausch ein wesentliches Verdienst erworben hat.²⁾ Dieses zweite Verfahren besteht in der galvanischen Vergleichung mit der bekannten Fläche einer anderen, die als Normalspule bezeichnet werden mag.

Von letzterer ist bereits auf p. 709 die Rede gewesen. Die Durchmesser der Windungen waren für jede Windungslage in der bereits genannten Weise ermittelt. Aus den Messungen berechnet sich die Windungsfläche $F_n = 11943$ qcm.

Es möge nun die Magnetisirungsspule im Abstände a von der Nadel eine Ablenkung φ derselben bei einem Strome i bewirken, während die Normalspule bei gleichem Abstände dieselbe Ablenkung beim Strome i_n hervorruft. Dann ist, wenn m das magnetische Moment der Nadel, k_n die k entsprechende Constante für die Normalspule bedeutet, in der ersten Hauptlage

$$\frac{2 F \cdot i \cdot m}{a^3} \left(1 + \frac{k}{a^3} \right) \cos \varphi = \frac{2 F_n \cdot i_n \cdot m}{a^3} \left(1 + \frac{k_n}{a^3} \right) \cos \varphi,$$

somit

$$F = \frac{i_n}{i} \cdot \frac{1 + \frac{k_n}{a^3}}{1 + \frac{k}{a^3}} \cdot F_n.$$

Aus den p. 709 gemachten Zahlenangaben berechnet sich für die Normalspule $k_n = 97,338$ (cm³). Für k ergibt sich aus der gemessenen Länge $l = 19,40$ cm und den Radien r_0 und r_1 (vgl. p. 727) der Magnetisirungsspule der Werth 122,83 (cm³).

Im Abstände $a_1 = 69,45$ cm bewirkte die Magnetisirungsspule beim Strome $i = 8,810$ Amp. eine Nadelablenkung $\psi_1 = 57,055^\circ$. In gleichem Abstände erhielt man beim Strome $i_n = 9,065$ Amp. durch die Normalspule die Ablenkung $\psi_1 = 14,580^\circ$. Letztere Ablenkung würde die Magnetisirungsspule bei einem Strome

1) Vgl. p. 709.

2) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 18. p. 511. 1883.

$i = 1,785$ erzeugen.¹⁾ Durch Einsetzen dieses Werthes findet man

$$F = 60\,377 \text{ qcm.}$$

Eine zu anderer Zeit bei demselben Abstände vorgenommene Vergleichung ergab für die Magnetisirungsspule bei 8,371 Amp. $\psi_1 = 56,045^\circ$, für die Normalspule $\psi_1 = 15,567^\circ$ bei $i_n = 9,822$ Amp. Berücksichtigt man, dass letztere Ablenkung ein Strom $i = 1,876$ Amp., in der Magnetisirungsspule fließend, erzeugen würde, so berechnet man

$$F = 62\,211 \text{ qcm.}$$

Wenn auch die Uebereinstimmung der drei Zahlen für F manches zu wünschen übrig lässt, so dürfte immerhin das arithmetische Mittel aus den drei Zahlen denjenigen Werth darstellen, der sich aus dem Beobachtungsmaterial als dem exacten Werthe wahrscheinlich am nächsten kommend berechnen lässt. Es ist daher das Mittel

$$F = 61\,363 \text{ qcm}$$

zur Berechnung der magnetischen Momente, sowie der magnetisierenden Kräfte in absolutem Maasse verwendet.

In Tabelle IV (p. 732) sind die magnetischen Momente in $(\text{cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1})$ Einheiten mitgetheilt. Columnne 1 enthält die den Eisenkörper charakterisirenden Daten (Nummer und Wandstärke), Columnne 2 die Stromstärke in Ampère. In der dritten Verticalreihe ist die magnetisierende Kraft gleich 500 J in Ampèrewindungen, in der vierten die magnetisierende Kraft in $(\text{cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1})$ Einheiten angegeben. Die Berechnung erfolgte mittels der Formel für die Intensität eines durch eine lange Spule in der Nähe der Spulenmitte erzeugten Magnetfeldes. Dieselbe ist in der Form

$$F_a = \frac{4\pi n}{b} \left\{ 1 - \frac{1}{b^2} \left(2r^2 + \frac{h^2}{6} \right) + \frac{1}{b^4} [6r^4 - 3r^2(8a^2 + 4\rho^2 + h^2) - \rho^2 h^2] \right\}$$

1) Es ist $i = 1,785$ durch Interpolation unter Benützung der Tabelle I, wie auf p. 722 beschrieben, gefunden. Jedoch wurde hier, da bei kleinem i merkliche Abweichungen von der Proportionalität zwischen i und $\text{tg } \psi$ eintreten, eine quadratische Interpolationsformel benutzt.

dem Hilfsbuche von Heydweiller¹⁾ entnommen. Nach den Entwicklungen des letzteren²⁾ folgt die Formel aus einem von Maxwell³⁾ gegebenen Ausdruck für das Potential einer Spule, wie mir von Hrn. Heydweiller gelegentlich mitgetheilt wurde.

In der oben stehenden Formel sind die Bezeichnungen des Hilfsbuches benutzt. Es bedeutet F_a die Intensität des Magnetfeldes in absoluten Einheiten für den Strom Eins, also hier für 1 Dekampère, n die Windungszahl = 500, b die Spulenlänge = 19,40 cm, h = 3,677 cm die Differenz zwischen innerem und äusserem Radius, r den mittleren Windungsradius. Ferner bezeichnen a und ϱ die Coordinaten des Punktes, für den F_a berechnet werden soll, derart, dass a den Abstand desselben von der Mitte der Spule parallel der Spulenaxe gemessen darstellt, während ϱ den senkrechten Abstand des Punktes von der Spulenaxe bezeichnet. Der mittlere Windungsradius ist aus der Gleichung

$$r^2 = \frac{\text{Windungsfläche}}{n \cdot \pi} = \frac{61363}{500 \cdot \pi}$$

zu $r = 6,250$ cm berechnet.

Für den Mittelpunkt der Spule ($a = 0$, $\varrho = 0$) erhält man $F_a = 272,02$. Für $a = 0$ und $\varrho = 1,655$ cm ergibt sich $F_a = 268,99$. Letztere Zahl entspricht der Mitte der *Oberfläche* der Eisenkörper. Dieselbe dürfte im vorliegenden Falle wohl mit grösserem Rechte als 272,02 als magnetisirende Kraft bei 1 Dekampère aufzufassen sein. Denn es sind, wie bereits v. Feilitzsch fand und wie das auch die Versuche des Verfassers zeigen, offenbar die äusseren Theile der Eisencylinder, welche vorwiegend magnetisirt werden. Aus diesem Grunde sind die in Columnne 4 mitgetheilten Zahlen für die magnetisirende Kraft mittels des Ausdruckes $268,99 \cdot J/10$ berechnet.

In den Reihen 5 und 6 sind die berechneten Werthe des magnetischen Momentes enthalten. Die Zahlen unter M_1 (Col. 5) sind aus Beobachtungen für den Abstand $a_1 = 69,45$ cm, die unter M_2 (Columnne 6) aus solchen für $a_2 = 101,25$ cm ab-

1) Heydweiller, Hilfsbuch für die Ausführung electrischer Messungen, p. 45.

2) Heydweiller, Wied. Ann. 41. p. 876. 1890.

3) Maxwell, Electr. and Magn. 2. § 676. 1881.

geleitet. Die Berechnung geschah mittels des Ausdrucks (vgl. Formel 3 p. 721)

$$M = F(J_1 - J) \frac{1 + \frac{k}{a^2}}{1 + \frac{\eta}{a^2}},$$

in welchem für a der Werth für den betreffenden Abstand einzusetzen ist. Es sind dabei die Zahlen für J und J_1 in Dekampère auszudrücken.

Bei Beobachtung aus zwei Abständen würde man principiell den Factor η eliminiren können. Da derselbe an sich aber klein gegen a^2 ist, so erscheint eine directe, wenn auch genäherte Berechnung aus den Polabständen als sicherer.

Dieselbe erfolgte mittels der Formel

$$\eta = \frac{1}{2} Q^2 - \frac{3}{4} I^2,$$

in der Q und I die Polabstände für Versuchscylinder und Nadel bedeuten. Die Länge beträgt für die Versuchscylinder 10,970 cm, für die Nadel 3,56 cm. Dementsprechend ist gesetzt

$$Q = \frac{5}{6} \cdot 10,970 = 8,934 \text{ cm},$$

$$I = \frac{5}{6} \cdot 3,56 = 2,97 \text{ cm}.$$

Hieraus findet sich

$$1 + \frac{\eta}{a_1^2} = 1,0069,$$

$$1 + \frac{\eta}{a_2^2} = 1,0032.$$

Die letzte Columnne 7 enthält die aus M_1 und M_2 abgeleiteten Mittelzahlen M , wobei das Gewicht (im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung) thunlichst berücksichtigt wurde. Manche der Zahlen in Columnne 5 und 6 sind aus Tabelle I durch Extrapolation erhalten. Jedoch ist diese über die höchsten Zahlen der Tabelle I hinaus nur bis zu einem Betrage gleich dem halben letzten Interpolationsintervall ausgedehnt. Den so ermittelten Zahlen ist das Gewicht $\frac{1}{2}$ beigelegt, was durch Beifügung von $[\frac{1}{2}]$ neben der betreffenden Zahl in Reihe 5 und 6 erkenntlich gemacht ist. Der fünften Ziffer in den Zahlen für die M kann keinerlei Bedeutung beigelegt werden. Dieselbe ist nur angeführt, um die Werthe in ganzen Einheiten darzustellen.

Tabelle IV.

1.	2.	Magnetisierende Kraft in		5.	6.	7.
		3. Amp.- Windgn. 500 J	4. absoluten ($\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{sec}^{-1}$) Einheiten			
	<i>J</i>			M_1	M_2	M
Volleylinder Nr. 3	5,906	2653	142,7	13515	13364	13439
	10,052	5026	270,4	—	25359	25359
	15,867	7683	413,3	—	38351	38351
Volleylinder Nr. 9	1,220	610	32,8	2663	—	2663
	5,267	2693	141,7	13592	13759	13675
	7,404	3702	199,1	18676	18683	18679
	10,140	5070	272,7	—	25211	25211
	12,710	6355	341,9	—	31703	31703
	14,877	7498	400,2	—	37224	37224
	17,157	8578	461,5	—	43086 $\frac{1}{2}$	43086
Volleylinder Nr. 15	5,266	2633	141,6	13666	13704	13685
	10,296	5148	276,9	—	26052	26052
	15,129	7564	407,0	—	37887	37887
Hohleylinder Nr. 4 <i>D</i> = 4,024 mm	5,191	2595	139,6	12510	12398	12454
	9,753	4877	262,3	23119 $\frac{1}{2}$	23214	23182
	15,306	7653	411,7	—	36970	36970
Hohleylinder Nr. 2 <i>D</i> = 2,868 mm	5,155	2578	138,7	13126	12985	13054
	10,012	5006	269,3	—	24696	24696
	15,766	7883	424,1	—	36308	36308
	19,338	9669	520,2	—	38975	38975
Hohleylinder Nr. 18 <i>D</i> = 2,104 mm	5,158	2579	138,7	12697	12619	12658
	10,161	5080	273,3	—	23663	23663
	12,405	6202	333,7	—	25996	25996
	15,481	7740	416,4	—	28936	28936
	19,772	9886	531,8	—	29939 $\frac{1}{2}$	29939
Hohleylinder Nr. 12 <i>D</i> = 1,586 mm	5,198	2599	139,8	12579	12183	12380
	10,028	5014	269,7	20304 $\frac{1}{2}$	20296	20299
	12,350	6175	332,2	—	22333	22333
	19,196	9598	516,3	—	25378	25378
Hohleylinder Nr. 6 <i>D</i> = 1,046 mm	7,779	3890	209,2	13930	14236	14073
	9,872	4936	265,5	15068 $\frac{1}{2}$	15202	15157
	15,085	7542	405,8	—	15870	15870
	19,016	9508	511,5	—	15920	15920
Hohleylinder Nr. 1 <i>D</i> = 0,802 mm	1,214	607	32,7	2432	—	2432
	2,604	1302	70,0	6034	—	6034
	5,229	2615	140,6	10242	10356	10299
	10,219	5109	274,9	12230 $\frac{1}{2}$	12540	12497
	14,909	7454	401,0	—	12887	12887

4. Schlussfolgerungen aus den Beobachtungsergebnissen.

Stellt man die Abhängigkeit zwischen M und J graphisch dar, so erhält man die Curven der Fig. 13. Diejenige für den Hohlcyylinder Nr. 4 ist nicht mit eingetragen, da sich hier Abweichungen zeigen, von denen später noch die Rede sein wird.

Ein Blick auf die Zeichnung lässt zunächst erkennen, dass die den drei Volleylindern entsprechende Curve merklich eine gerade Linie ist.¹⁾ Die übrigen Curven zeigen den bekannten Verlauf, bei dem der anfängliche Theil nahezu geradlinig erscheint, während bei grösserer Stromstärke eine verzögerte Zunahme des magnetischen Momentes eintritt, die auf die Annäherung an ein Maximum hindeutet. Ordnet man die Curven nach absteigender Grösse des magnetischen Momentes und fasst zunächst Werthe ins Auge entsprechend irgend einer bestimmten Stromstärke grösser als 10 Amp., so erhält man die Reihenfolge

Volleylinder Nr. 3, 9 und 15		$D =$	
Hohlcyylinder Nr. 2	Nr. 2		
	Nr. 18		
	Nr. 12		
	Nr. 6		
	Nr. 1		
		2,868 mm	
		2,104 "	
		1,586 "	
		1,046 "	
		0,802 "	

Ganz dieselbe Reihenfolge zeigen auch die Zahlen für die Wanddicke, wie aus den oben beigelegten Zahlen für D ohne weiteres hervorgeht.

Um aus den Beobachtungen Werthe zu interpoliren, die abgerundeten Zahlen für die Stromstärke entsprechen und daraus weitere Schlussfolgerungen namentlich in Bezug auf den anfänglichen Verlauf der Curven herzuleiten, wurden diese in genügend grossem Maassstabe sorgfältig auf Millimeterpapier aufgezeichnet. Um die Darstellung ohne irgend eine Voreingenommenheit auszuführen, wurde jede Curve in ein besonderes Coordinatennetz eingetragen.

Dabei zeigte sich, dass die drei Volleylinder Nr. 3, 9 und 15 sich magnetisch wesentlich gleich verhalten. Es geht das aus der folgenden Tabelle hervor. Dieselbe gibt in den

1) Ueber das gleichartige Verhalten der drei Volleylinder vgl. w. u.

ersten drei Columnen die J und M für die Volleylinder Nr. 3 und 15, wie sie bereits in Tabelle IV angeführt sind, in Columne 4 dagegen Werthe von M , die aus der Curve für den Volleylinder Nr. 9 den Stromstärken in der ersten Reihe entsprechend interpolirt sind.

J	M Nr. 3	M Nr. 15	M Nr. 9 interp.
5,266	—	13685	13670
5,306	18439	—	13770
10,052	25359	—	25007
10,296	—	26052	25588
15,129	—	37887	37861
15,367	38351	—	38487

Aus den Werthen von J und M für die drei Volleylinder (Tabelle IV), die angenähert gleichen Stromstärken (5, 10 und 15 Amp.) entsprechen, sind die Mittel genommen und mit den übrigen für den Volleylinder Nr. 9 gefundenen Werthen zu einer Beobachtungsreihe vereinigt, die dem mittleren Verhalten der drei Volleylinder entspricht. Aus einer sorgfältig ausgeführten graphischen Darstellung dieser Reihe sind die Zahlen für die abgerundeten Werthe der Stromstärke entnommen und unten in Tabelle V Columne 2 zusammengestellt. Ebenso sind aus den Curven für die Hohlcylinder die entsprechenden Werthe der magnetischen Momente entnommen. Dieselben sind ebenfalls in Tabelle V angegeben.

Die Reihe für den Volleylinder und diejenigen für den dünnwandigen Hohlcylinder (Nr. 1) beginnt mit der Zahl für 1 Amp. Die Curve konnte hier mit einiger Sicherheit in der Nähe des Nullpunktes verzeichnet werden, da für Nr. 9 und Nr. 1 Beobachtungen bei etwa 1,2 Amp. vorliegen. Die Zeichnung, sowie die derselben entnommene Zahlenreihe der Tabelle V lassen deutlich die in der Nähe des Nullpunktes vorhandene convexe Krümmung gegen die Abscissenaxe erkennen, wie bereits von G. Wiedemann¹⁾ und anderen gefunden ist.

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **106**, p. 161. 1859; **117**, p. 193. 1862.

Tabelle V.

M

<i>J</i>	Volleyl. Nr. 3, 9 15	Hohleyl. Nr. 4	Hohleyl. Nr. 2	Hohleyl. Nr. 18	Hohleyl. Nr. 12	Hohleyl. Nr. 6	Hohleyl. Nr. 1
1	2156	—	—	—	—	—	2001
2	4608	—	—	—	—	—	4363
3	7960	—	—	—	—	—	7015
4	10207	9592	10167	9757	9832	9086	8971
5	12904	11998	12659	12279	11958	10928	10117
6	15321	14364	15071	14740	14120	12424	10828
7	17702	16727	17502	17197	16081	13499	11393
8	20149	19063	19874	19679	17632	14205	11833
9	22631	21425	22316	21825	19028	14775	12153
10	25128	23802	24672	23476	20274	15206	12399
11	27544	26298	27009	24617	21285	15496	12529
12	29961	28770	29275	25588	22095	15711	12644
13	32433	31263	31422	26544	22811	15811	12754
14	34964	33744	33888	27479	23421	15861	12849
15	37491	36240	35110	28420	23991	15876	12899
16	40083	—	36616	29255	24467	15891	—
17	42695	—	37766	29681	24877	15906	—
18	—	—	38602	29876	25183	15911	—
19	—	—	38967	29941	25363	15921	—

Die Zahlen in Tabelle IV für Nr. 9 und Nr. 1 beim schwächsten Strome 1,220 bez. 1,214 Amp., sowie diejenigen der Tabelle V zeigen, dass bereits bei etwa 1 Amp. der sehr dünnwandige Hohleylinder Nr. 1 ($D = 0,802$ mm) ein *kleineres* magnetisches Moment als der Volleylinder besitzt. Versuche mit Strömen bis zu ca. 0,25 Amp. hinunter ergeben qualitativ das Gleiche. Für die Wirkung der Spule mit Eisenkörper wurden folgende Zahlen für die Ablenkungswinkel φ_1 beim Abstände $a_1 = 69,45$ cm beobachtet.

<i>J</i>	<i>C₁</i>	
	Nr. 9	Nr. 1
0,279	2,673°	—
0,279	—	2,600°
0,562	5,717°	—
0,563	—	5,480°
0,837	—	8,480°
0,838	8,643°	—

Die erhaltenen Winkel sind bei ihrer Kleinheit zur Berechnung des magnetischen Momentes nicht geeignet. Wenn

auch die erhaltenen Zahlen wegen ihrer sehr geringen Unterschiede keine sicheren Anhaltspunkte gewähren, so erscheint doch bemerkenswerth, dass die Abweichungen überall in demselben Sinne auftreten derart, dass dem Volccylinder der grössere Ablenkungswinkel entspricht.¹⁾ Es ist hiernach wahrscheinlich, dass bis zu verschwindend kleinen magnetisirenden Kräften der Volccylinder ein grösseres magnetisches Moment besitzt, als das Eisenrohr Nr. 1.

Für die übrigen Hohlcylinder Nr. 4, 2, 18, 12 und 6 sind die Resultate der graphischen Interpolation nur bis zu 4 Amp. abwärts mitgetheilt. Von da an wird die Interpolation unsicher wegen des fehlenden Beobachtungsmaterials, namentlich weil zwischen $J = 0$ und $J = 4$ jedenfalls ein Wendepunkt vorhanden ist.

Um diesem Umstande bei Verzeichnung der Curven möglichst frei von Willkür Rechnung zu tragen, ist für sämtliche Hohlcylinder ausser Nr. 1 ein Punkt entsprechend $J = 1,217$, $M = 2546$ als Curvenpunkt angenommen. Die beiden Zahlen sind das Mittel aus den einander nahe liegenden Werthen

$$J = 1,220 \quad M = 2662 \text{ für Nr. 9,}$$

$$J = 1,214 \quad M = 2430 \text{ für Nr. 1.}$$

Die Interpolation bis zu 4 Amp. abwärts wird dadurch wohl zweifellos sicherer, als wenn die Curven ohne Benutzung jenes Zwischenpunktes bis zum Nullpunkte freihändig durchgezogen wären.

Ein Blick in Tabelle V zeigt, dass für alle Hohlcylinder ausser Nr. 4 von 4 Amp. an die Reihenfolge der magnetischen Momente dieselbe ist, wie diejenige der Wanddicken.²⁾ Bei der Regelmässigkeit der Reihenfolge, welche die übrigen Eisenkörper aufweisen, ist zu vermuthen, dass bei Nr. 4 besondere

1) Eine Lagenänderung der Spule fand während der Versuche mit beiden Cylindern nicht statt.

2) Für sämtliche Cylinder liegen Beobachtungen in der Nähe von 5 Amp. vor. Jedoch ist das für Nr. 6 gefundene Resultat nicht mit benutzt, auch nicht in Tabelle IV mitgetheilt, da die beiden für M_1 und M_2 erhaltenen Zahlen um 4,4 Proc. von einander abweichen. Es muss da wohl ein Beobachtungsfehler vorgekommen sein. Dagegen liegt eine anscheinend zuverlässige Beobachtung für 7,779 Amp. vor.

Umstände, vielleicht Structurabweichungen, die das magnetische Verhalten beeinflussen, mitgewirkt haben. Es möge daher im Folgenden von den Resultaten für Nr. 4 ganz abgesehen werden, indem der Verfasser sich vorbehält, das Nichtpassiren von Nr. 4 in die Reihenfolge als eine vorläufig noch offene Frage bei einer späteren Gelegenheit näher zu untersuchen.

Höchst wahrscheinlich gilt die Uebereinstimmung in der Reihenfolge der magnetischen Momente und der Wandstärken bis zum Strome Null, was freilich aus dem vorliegenden Beobachtungsmaterial mit Sicherheit nicht gefolgert werden kann. Ein genaues Zusammenfallen der Curven für einen Voll- und Hohlcyylinder im anfänglichen Verlaufe, wie es der Verfasser nach den Versuchen von v. Feilitzsch erwartete, findet für die untersuchten Eisenkörper bis 4. Amp., für Nr. 1 mit Wahrscheinlichkeit bis 0,3 Amp. abwärts nicht, vermuthlich überhaupt nicht bis zum Strome Null, statt. Ob bei einem äusserst schwachen Strome die Magnetisirung eines Volleylinders bis zur axialen Faser hin erfolgt, mag dahingestellt bleiben. Den Versuchen nach scheint das der Fall zu sein. Um dieser Frage näher zu treten, würden Versuche mit Hohlcyindern von grösserer Wandstärke anzustellen sein, deren Ausführung vom Verfasser beabsichtigt wird.

Aus den Beobachtungen ergibt sich dagegen andererseits in Uebereinstimmung mit den Resultaten von v. Feilitzsch, dass in *merklicher* Weise bei schwachen magnetisirenden Kräften zunächst nur die äusseren Schichten magnetisirt werden. Denn in Fig. 13 fallen die Curven in ihrem anfänglichen Verlaufe nahezu zusammen, und erst bei stärkeren Strömen finden grössere Abweichungen statt.

Diese Thatsache ist für den Bau von electrischen Maschinen nicht ohne Bedeutung, Wenn es sich darum handelt, eine möglichst leichte Maschine herzustellen, dann wird es sich empfehlen, die Electromagnete hohl herzustellen, wie das bereits bei der Thomson-Houston-Maschine geschieht. Bei passender Wahl der Weite der Höhlung, die von der magnetisirenden Kraft bei normalem Betriebe abhängt, muss man merklich dasselbe Magnetfeld wie durch einen massiven Electromagnet erhalten.

Ferner möge darauf hingewiesen werden, dass der sogenannte magnetische Widerstand, eine bei der Berechnung electrischer Maschinen verwendete Grösse, bei geringem Sättigungsgrade dem Eisenquerschnitt auch nicht angenähert umgekehrt proportional sein kann, sobald man eiserne Hohlcyylinder in den Kreis der Betrachtung hineinzieht.

Aus dem Beobachtungsmaterial ergibt sich eine Zahlenbeziehung, die möglicherweise auf ein Gesetz hindeutet. Es bezeichne ΔM eine bestimmte Differenz zwischen dem magnetischen Momente des Vollcyinders und dem eines Hohlcyinders für eine Stromstärke J_a . Ferner bedeute J_a^0 die Stromstärke, welche im Vollcyylinder ein magnetisches Moment gleich ΔM erzeugt. Dieselbe kann offenbar auch aufgefasst werden als derjenige Werth der Stromstärke, welcher zwischen dem Vollcyylinder und einem Hohlcyylinder von der Wandstärke Null¹⁾ die Differenz ΔM der magnetischen Momente hervorruft. Bezeichnet nun wie früher D die Wanddicke der Hohlcyylinder in Millimetern, dann ist innerhalb gewisser Grenzen für ein bestimmtes ΔM der Quotient $D/(J_a - J_a^0)$ constant. Wie weit diese Beziehung gültig ist, geht aus der folgenden Tabelle VI hervor.

Tabelle VI.

	$\frac{D}{J_a - J_a^0}$				
	$\Delta M = 5000$	4000	3000	2000	1000
	$J_a^0 = 2,145$	1,755	1,346	0,929	0,464
Nr. 2	0,192	0,196	0,206	0,211	0,229
Nr. 18	0,205	0,210	0,217	0,225	0,240
Nr. 12	0,200	0,210	0,223	0,245	0,334
Nr. 6	0,197	0,205	0,221	0,255	0,310
Nr. 1	0,194	0,203	0,211	0,225	0,245

Ueber jeder Zahlenreihe ist der für ΔM angenommene, sowie der für J_a^0 interpolirte Werth angegeben. Neben der Bezeichnung für den Hohlcyylinder sind in ohne weiteres er-

1) Die Curve für letztere würde mit der Abscissenaxe (Fig. 5) zusammenfallen.

sichtlicher Weise die Werthe von $D/(J_a - J_a^0)$ angeführt. Man erkennt beim Verfolgen der Verticalreihen, dass der Quotient $D/J_a - J_a^0$ in der That merklich constant ist für je eine der Differenzen $\Delta M = 5000, 4000$ und 3000 . Bei $\Delta M = 2000$ treten grössere Abweichungen ein. Dieselben sind bei $\Delta M = 1000$ von einem derartigen Betrage, dass hier von einer Constanz nicht mehr die Rede sein kann.

Da die Wanddicken wegen ihrer Kleinheit gegen den äusseren Halbmesser des Hohlcyllinder angenähert den Massen G_0 der letzteren proportional sind, so ist innerhalb der oben genannten Grenzen auch der Quotient $G_0/(J_a - J_a^0)$ merklich constant. Jedoch sind, wie die Rechnung zeigt, die Abweichungen zwischen den einzelnen Werthen hier etwas grösser, als zwischen denjenigen für $D/(J_a - J_a^0)$.

Die Beziehung, der zufolge $D/(J_a - J_a^0)$ für ein bestimmtes ΔM als constant erscheint, kann auch in einer anderen Form dargestellt werden, auf welche freundlichst Hr. Wiener den Verfasser hingewiesen hat. Da für den Volccylinder nahezu das magnetische Moment der Stromstärke proportional ist, so hat man

$$\Delta M = c \cdot J_a^0,$$

wenn c eine Constante bedeutet. Auch ohne Bezugnahme auf den Volccylinder kann man mit wesentlich gleicher Genauigkeit in obiger Gleichung unter c den Differentialquotienten dM/dJ für den anfänglichen Verlauf der Curven (Fig. 13) verstehen. Bezeichnet ferner M_v und M_h das magnetische Moment für Voll- und Hohlcyllinder beim Strome J_a oder für die Differenz ΔM , dann ist

$$M_v = c \cdot J_a$$

$$M_h = M_v - \Delta M = c(J_a - J_a^0).$$

Setzt man nun

$$\frac{D}{J_a - J_a^0} = K,$$

also

$$J_a - J_a^0 = \frac{D}{K},$$

so folgt

$$M_h = \frac{c}{K} \cdot D.$$

Demnach wäre für ein bestimmtes K , d. h. ein bestimmtes ΔM , das magnetische Moment eines Hohlcyinders der Wanddicke, bez. bei dünnwandigen Cylindern, merklich der Masse proportional. Der Satz würde in allgemeinerer Form denjenigen in sich enthalten, nach welchem das Maximum des magnetischen Momentes der Masse proportional ist.

Aus den Zahlen der Tabelle IV und V, sowie aus den Curven in Fig. 13 geht hervor, dass für den Hohlcyinder Nr. 6 bereits bei 15 Amp. merklich das Maximum des magnetischen Momentes erreicht ist. Hiernach muss um so mehr für den dünnstwandigen Hohlcyinder Nr. 1 bei 15 Amp. das Maximum erreicht sein. Bestimmt man hieraus das Maximum des magnetischen Momentes für 1 g Eisen, indem man bei Nr. 1 und Nr. 6 die beiden grössten beobachteten Werthe benutzt, so erhält man für

$$\begin{aligned} \text{Nr. 1} \quad \frac{M(\text{max})}{G_0} &= 188,1 \\ \text{Nr. 6} \quad &= 180,1. \end{aligned}$$

Bei Nr. 12 und 18 ist aus dem Verlaufe der Curven ebenfalls mit Wahrscheinlichkeit zu schliessen, dass die grössten der mitgetheilten Werthe dem Maximum sehr nahe sind. In der That erhält man hier für das Gramm Eisen bei

$$\begin{aligned} \text{Nr. 12} \quad \frac{M(\text{max})}{G_0} &= 192,1 \\ \text{Nr. 18} \quad &= 173,6. \end{aligned}$$

Auch der Hohlcyinder Nr. 2 ist offenbar beim grössten Werthe $J = 19,338$ Amp. nicht weit vom Maximum entfernt. Denn die Rechnung führt hier auf die Zahl 170,3.

Als Mittel aus diesen Zahlen, abgesehen von der für Nr. 2, erhält man

$$\frac{M(\text{max})}{G_0} = 183,5.$$

Der Werth ist von derselben Grössenordnung wie derjenige anderer Beobachter. Es ist nach den Beobachtungen und Rechnungen von

$$\text{W. Weber}^1) \frac{M(\text{max})}{G_0} = 180,8$$

$$\text{Stefan}^2) = 181,8$$

$$\text{v. Waltenhofen}^3) = 212,5$$

$$\text{Riecke}^4) = 184,4$$

$$\text{Fromme}^5) = 220,0.$$

Mit den Zahlen von W. Weber, Stefan und Riecke ist der aus den Versuchen des Verfassers abgeleitete in bester Uebereinstimmung.

Aachen, September 1893.

1) W. Weber, *Electrodynamische Maassbestimmungen*. 3. p. 570.

2) Stefan, *Wiener Ber.* (2) 69. p. 205. Stefan findet 1400 für 1 cem.

3) v. Waltenhofen, *Pogg. Ann.* 137. p. 529. 1869.

4) Riecke, *Pogg. Ann.* 149. p. 473. 1873. Riecke findet 1420 für 1 cem.

5) Fromme, *Pogg. Ann.* 152. p. 633. 1874.

10. Ueber den Durchgang electrischer Wellen durch Electrolytenschichten; von G. Udny Yule.

Einleitung.

Im Jahre 1889 hat J. J. Thomson zum ersten male den Versuch gemacht¹⁾ den Widerstand der Electrolyten mit Hülfe sehr schneller Schwingungen zu bestimmen. Er untersuchte nämlich, wie dicke Schichten der Electrolyten nöthig waren, um eine hindurchgehende Welle bis auf eine gewisse durch Funkenmessung bestimmte Grösse abzuschwächen. Dabei ergaben sich Werthe der Widerstände, welche sich ungefähr verhielten wie diejenigen, welche die gewöhnlichen Methoden ergeben; doch wurden keine absoluten Bestimmungen gemacht, und die Messungen waren naturgemäss nur rohe. Da es wichtig wäre, eine wenn auch noch so kleine Aenderung des Widerstandes mit der Geschwindigkeit der Bewegung festzustellen²⁾, so beabsichtige ich, jene Versuche wieder aufzunehmen mit solcher Abänderung, dass eine genaue Messung möglich wäre.

Nach einigen vergeblichen Versuchen, das ursprüngliche Verfahren J. J. Thomson's zu verbessern, benutzte ich folgende Methode: Ich liess eine electrische Welle zwischen zwei Drähten hindurchlaufen, füllte den Zwischenraum beider Drähte auf eine gewisse Strecke hin mit den flüssigen Electrolyten, und untersuchte, in welchem Maasse die Welle beim Durchgang durch diese Strecke geschwächt wurde. Diese Schwächung konnte mit den Electrometer ziemlich genau gemessen werden; wäre sie eine Folge allein der Absorption, so wäre es leicht, aus ihr den Widerstand der Flüssigkeit zu berechnen. Es zeigte sich aber, dass die Sache so einfach nicht war. Denn wenn die Länge der durchlaufenen Flüssigkeit wuchs, so nahm die hindurchgegangene Intensität nicht logarithmisch ab, sie nahm überhaupt nicht immer ab, sondern in gewissem

1) J. J. Thomson, Proc. Roy. Soc. 45. p. 269. 1889.

2) Vgl. die Rechnungen von Cohn, Wied. Ann. 38. p. 217. 1889.

Fällen liess die doppelte Länge des Electrolyten einen grösseren Theil der Welle hindurch als die einfache. Da ich Zeuge der gleichzeitig ausgeführten Versuche des Hrn. E. H. Barton war¹⁾, so konnte ich nicht zweifeln, dass meine Resultate die gleiche Erklärung forderten, wie die von ihm beobachtete Erscheinung. Es verhielt sich offenbar die wachsende Schicht des Electrolyten zu den electrischen Wellen, wie die wachsende Luftschicht eines Newton'schen Farbenglases zu den Wellen des Lichtes. Durch diese Complication wurde allerdings der Versuch zu verwickelt, um die genaue Bestimmung des Widerstandes zu gestatten, welche ursprünglich beabsichtigt war, aber die Erscheinung gewann ein hinlängliches eigenes Interesse, und ich theile deshalb im Folgenden die Erfahrungen mit, welche ich an ihr machte.

Versuchsanordnung.

Den primären und secundären Leitern gab ich die von Bjerknes²⁾ beschriebene Form. Es sei ASA' Fig. 1, der

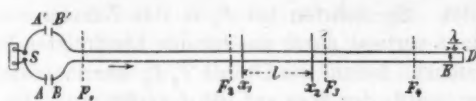


Fig. 1.

primäre Leiter, und BB' die ähnlichen secundären Platten, von denen ein Paar parallel laufender langer Kupferdrähte $BD, B'D$, abgezweigt ist. Die Drähte darf man als blosse Führungen für die Strahlung, die sich in den Zweigen fortpflanzt, betrachten.

Die Dimensionen des Apparates waren dieselben wie die von Bjerknes benutzten (l. c.):

AA', BB' sind kreisförmige Zinkscheiben vom Durchmesser 40 cm; Abstand von A und B 30 cm; Länge des Drahtes ASA' (vom Durchmesser 2 mm) 200 cm; Wellenlänge λ 900 cm.

Die Drähte BFD , deren Durchmesser ungefähr 1 mm betrug, waren 6 cm von einander entfernt.

Wenn man diese Drähte zu kurz nimmt, so kann ein

1) Barton, Proc. Roy. Soc. June 1893.

2) Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 513. 1891.

von BB' ausgeschickter Wellenzug an den Electrolyten x_1 , oder der Brücke D reflectirt werden, und nach B zurückkommen, bevor die primären Oscillationen ganz abgelaufen sind. Wenn dies der Fall ist, so können Veränderungen bei x_1 etc. die Wirksamkeit des Apparates (wie bei einem Wechselstromtransformator) beeinflussen, ganz abgesehen von den unbequemen Interferenzen, die man hierbei erhalten würde. Wenn aber Bx_1 länger als die Hälfte des wirksamen Wellenzuges ist, so können die reflectirten Wellen erst nach B gelangen, wenn die praktisch in Betracht kommenden Oscillationen aufgehört haben: dann erfährt der primäre Leiter nichts von Veränderungen in der Leitung bei x_1 , oder an entferntern Orten. Eine solche Rückwirkung des secundären auf den primären Leiter — und zwar eine ziemlich grosse — ist von Hrn. von Geitler¹⁾ an der Blondlot'schen Anordnung bemerkt worden.

Bei meinem Apparate waren die Drähte bei F_1 in einem Kreis von ungefähr 50 m Umfang um den Garten des Instituts geleitet. Sie kehrten bei F_2 in das Zimmer zurück und wurden dann vertical durch das für den Electrolyten bestimmte Gefäss geführt. Indem die Drähte F_3, F_4 abermals den Garten umkreisten, wurde der Weg auf 100 m verlängert. Das Electrometer befindet sich bei E , eine Viertelwellenlänge ($= 2,25$ m) vom Ende D der Leitung entfernt. Wenn wir den von Bjerknes (l. c.) bestimmten Werthe für die primäre Dämpfung annehmen, dürften diese Grössen genügen, um jede merkliche Rückwirkung auszuschliessen.

Ich benutzte das Bjerknes'sche Electrometer. Es ist ein einfaches Quadrantelectrometer mit einem einzigen Paar Quadranten. Die Nadel, von gewöhnlicher Gestalt, ist aus dünnem, ausgewalzten Aluminium gemacht, und an einem Quarzfaden aufgehängt. Ein Quadrant ist mit jedem Draht verbunden. Weil die Nadel nicht geladen wird, finden die Ausschläge immer in derselben Richtung statt, und sind direct dem Zeitintegral der Energie proportional. Man beobachtet nur die ersten Ausschläge, dieselben werden mit Spiegel, Scala und Fernrohr abgelesen.

1) v. Geitler, Doctor-Dissertation. Bonn, Jan. 1893. p. 22.

2) Blondlot, Compt. rend. 114. p. 283. 1892.

Mehrere Glasgefässe von verschiedenen Gestalten wurden für die Electrolyten benutzt. Die Drähte wurden vertical durch Löcher im Boden des Gefässes geführt, und in denselben eingekittet.

Versuche.

Mehrere Versuche wurden mit diesem Apparat mit verdünnten Kupfersulfatlösungen angestellt. Die Beobachtungen wurden abwechselnd zweimal mit leerem Gefäss und zweimal mit einer bestimmten Schicht des Electrolyten gemacht, für jede Schicht zehn Ablesungen. In solcher Weise wurden die Verhältnisse der Intensitäten der durchgelassenen Wellenzüge für mehrere Dicken des Electrolyten bestimmt und die Resultate in einer Curve dargestellt. Diese Curven wichen immer von der logarithmischen ab, und desto mehr, je verdünnter die Lösung. Nahm man das mittlere logarithmische Decrement für die ganze benutzte Dicke an, so war die daraus berechnete specifische Leitungsfähigkeit ausserordentlich hoch.

Ich nahm, wie schon oben erwähnt, an, dass man diese Unregelmässigkeit auf Interferenzerscheinungen zurückführen müsse. Um die Richtigkeit dieser Annahme näher zu prüfen, war es wünschenswerth, die Absorption möglichst zu vermeiden. Daher wählte ich als den zu diesem Zweck geeigneten Electrolyten destillirtes Wasser. Als Gefäss benutzte ich jetzt einen Glaszylinder von etwa 114 cm Höhe und einem mittleren Durchmesser von 12 cm. Die Beobachtungen fanden wie früher statt, nur mit dem Unterschied, dass nicht Wasserschicht und leeres Gefäss, sondern zwei verschiedene Wasserschichten mit einander verglichen wurden. Dadurch vermied ich zu grosse Pausen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ablesungspaaren, welche leicht Funkenveränderungen mit sich bringen. Der Ausschlag mit leerem Gefäss wurde immer als Einheit genommen: auch wurden wieder, um die Veränderlichkeit der primären Funken möglichst zu eliminiren, zehn oder zwölf Ablesungen für jede Dicke gemacht.

Als Probe der Veränderungen in der Wirksamkeit der primären Funken mögen die zwei Beobachtungsreihen in Tabelle I dienen. Aus denselben lässt sich das Verhältniss der durchgelassenen Intensitäten bei zwei Schichten von 40 und 55 cm, bez. 60 und 80 cm ablesen.

Tabelle I.

40 cm	55 cm	60 cm	80 cm
4,6	11,4	6,8	3,0
4,9	11,4	6,4	3,0
5,0	11,0	6,5	2,8
4,2	11,9	6,1	2,7
4,3	11,5	6,1	2,3
3,9	11,2	6,1	2,5
4,0	11,6	5,9	2,7
4,3	11,4	5,7	2,5
4,6	10,4	5,8	2,0
4,4	11,2	6,6	2,1
4,5	10,4	5,8	2,7
4,6	10,0	6,8	2,7

Dabei erinnere ich daran, dass, zeitlich geordnet, zwischen je zwei Beobachtungspaares der ersten Columne ein Beobachtungspaar der zweiten Columne stehen müsste.

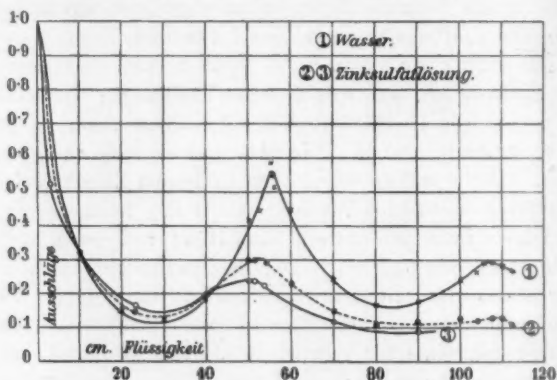


Fig. 2.

Die ganzen Resultate sind in der Curve (1) Fig. 2 dargestellt. Man ersieht sofort daraus, dass die Absorptionswirkungen, wenigstens bei einem so schlechten Leiter wie destillirtem Wasser, ganz und gar von Interferenzerscheinungen verdeckt werden. Die Intensität der durchgelassenen Strahlung nimmt durchaus nicht gleichmässig mit wachsender Dicke der absorbirenden Schicht ab. Das Phänomen befolgt dasselbe allgemeine Gesetz wie Newton's Farbenringe oder die Interferenzerscheinungen dünner Blättchen bei durchgelassenem

Licht — wir haben es hier mit einem Blättchen zu thun, dessen Dicke (50—100 cm) mit der Wellenlänge des benutzten „Lichtes“ vergleichbar ist. Die Intensität des durchgehenden Strahls erreicht bei einer Dicke von $\lambda/4$ ein Minimum, bei einer Dicke $\lambda/2$ ein Maximum, bei $3\lambda/4$ nochmals ein Minimum etc.

Es frug sich aber, ob diese Erscheinungen auch noch bei Electrolyten von grösserer Leitungsfähigkeit zu beobachten sein würden. Um diese Frage zu untersuchen, wurden einige Tropfen einer ziemlich starken Zinksulfatlösung in den Cylinder mit Wasser gegossen und die relativen Intensitäten der durchgelassenen Strahlung nochmals wie vorher bestimmt.

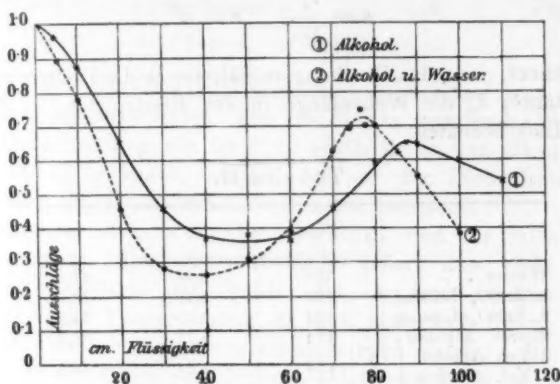


Fig. 3.

Die Resultate sind in der Curve (2) Fig. 2 dargestellt und die einer zweiten Beobachtungsreihe mit etwas stärkerer Lösung in der Curve (3) Fig. 2.

Beide Lösungen waren aber noch immer sehr verdünnt; ihr spezifisches Gewicht bezogen auf Wasser bei derselben Temperatur von 21°C . war etwa 1,00028, bez. 1,00038. Ihr mit der Kohlrausch'schen Brücke gemessener Widerstand betrug etwa 5100, bez. 4030 Ohm \times cm.

Weitere Versuche habe ich mit anderen Flüssigkeiten von verschiedenem spezifischen Inductionsvermögen ausgeführt. Die Curve (1) Fig. 3 wurde mit 95 proc. Alkohol bestimmt, und Curve (2) Fig. 3 mit einer Mischung von 3 Volumina 95 proc. Alkohol mit 1 Volumen Wasser.

Numerische Resultate.

Für solche niedrige Leitungsfähigkeiten, wie wir hier haben, dürfen wir sicherlich innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen die durch die Maxima sich ergebenden als die wahren Wellenlängen ansehen. Die in Fig. 2 und 3 gegebenen Curven liefern uns dann für die Wellenlängen die in der ersten Columnne von Tabelle II zusammengestellten Werthe. Daraus sind sogleich die in der zweiten und dritten Columnne gegebenen Brechungsverhältnisse und Dielectricitätsconstanten nach den gewöhnlichen Formeln

$$n = \frac{\lambda_a}{\lambda_w}, \quad \kappa = n^2$$

berechnet, wo n das Brechungsverhältniss, κ die Dielectricitätsconstante, λ_w die Wellenlänge in den Electrolyten, λ_a die in der Luft bedeuten.

Tabelle II.

	λ cm	n	κ
Wasser	108	8,33	69,5
1. ZnSO ₄ -Lösung	106	8,49	72,0
2. ZnSO ₄ -Lösung	104	8,65	74,9
95 proc. Alkohol .	174	5,17	26,7
3 Vol. Alkohol 1 Vol. Alkohol	154	5,84	34,1
Luft	900	—	—

Aus den Versuchen mit Zinklösung folgt, dass ein Zusatz von Salz, welcher den Widerstand schon sehr bedeutend ändert, die Dielectricitätsconstante nur wenig beeinflusst. Dies stimmt ganz mit dem Resultat von Cohn¹⁾, welcher zuerst die grosse Constante des Wassers bemerkte.²⁾ Immerhin scheint die Dielectricitätsconstante eine merkliche, sogar eine verhältnissmässig bedeutende Zunahme durch die Einführung des Salzes zu erfahren. Zum Vergleich mit meinen Werthen gebe ich in der folgenden Tabelle die von anderen Forschern für Wasser und Alkohol bestimmten Dielectricitätsconstanten.

1) Cohn, Wied. Ann. **45**. p. 370. 1892.2) Cohn u. Arons, Wied. Ann. **33**. p. 13. 1888.

Tabelle III.

Methode	Forscher	Dielectricitätsconstanten	
		Wasser	Alkohol
Wechselstrom oder unterbrochener Strom	Heerwagen ¹⁾	79,56	—
	Rosa ²⁾	75,70	25,7
	Rosa ³⁾	70,00	30,9 †
	Bouty ⁴⁾	—	7,93
Ruhmkorff'sche Apparate	Cohn und Arons ⁵⁾	76,00	26,5 *
	Tereschin ⁶⁾	83,8	27,0 *
Hertz'sche Schwingungen	Cohn ⁷⁾	73,5	—
	Ellinger ⁸⁾	82,0	24
	Stscheglaeff ⁹⁾	1,75	1,62

† 98 proc. * 93 proc.

Die von Stscheglaeff gegebenen Zahlen darf man wohl als unrichtig ausscheiden: den von Bouty gegebenen Werth für Alkohol vermag ich nicht zu erklären; er war allerdings nicht direct bestimmt, sondern nur aus den Dielectricitätsconstanten für alkoholische Mischungen berechnet.

Mit den anderen Zahlen verglichen sind die meinigen etwas niedrig. Dies rührt vielleicht daher, dass nicht die ganze Welle durch das Gefäss geht, sondern ein gewisser Bruchtheil der Energie durch die Luft ausserhalb fliesst, und mit der ersteren Interferenzerscheinungen erzeugt, die das Maximum der Curve verschieben, sodass das Ganze sich wie eine Mischung von Luft und Wasser verhält. Die hieraus entstehende Unbestimmtheit könnte man leicht dadurch vermeiden, dass man einen bestimmten Theil des einen Drahtes durch ein metallisches Rohr *AB* (Fig. 4) ersetzte und dies zugleich als Leitung und Electrolytengefäss benutzte. Dann muss die ganze Induction zwischen dem inneren Draht und

- 1) Heerwagen, Wied. Ann. **48**. p. 35. 1893.
- 2) Rosa, Phil. Mag. **31**. p. 200. 1891.
- 3) Rosa, Phil. Mag. **34**. p. 344. 1892.
- 4) Bouty, Journ. de Phys. 3. Ser. Tom. I. p. 445. 1892.
- 5) Cohn u. Arons, Wied. Ann. **33**. p. 13. 1888.
- 6) Tereschin, Wied. Ann. **36**. p. 792. 1889.
- 7) Cohn, Wied. Ann. **45**. p. 370. 1892.
- 8) Ellinger, Wied. Ann. **46**. p. 513. 1892.
- 9) Stscheglaeff, Phil. Mag. **34**. p. 388. 1892.

dem Rohre liegen, und folglich muss auch die ganze Strahlung durch die Flüssigkeit im Innern des Gefässes hindurchgehen.

Dies war auch eigentlich die Methode, die ich anfangs hatte benutzen wollen; sie besitzt indessen mehrere Nachtheile, derentwegen ich sie schliesslich aufgab. Unter anderm reflectirt stets ein solcher Condensator schon an sich einen Theil der ankommenden Energie.¹⁾ Ferner würden die Lagenveränderungen der Electrolytenoberfläche x_1 in Bezug auf das Ende des Rohres A neue Interferenzerscheinungen eintreten lassen, weil die Wellenzüge von dem letzteren, wie in dem von Hrn. Barton benutzten Apparat²⁾, so gut als von dem ersteren reflectirt würden. Eine weitere Unbequemlichkeit böte die grosse Metalloberfläche des Rohres, die das destillirte Wasser oder die verdünnten Electrolyten sehr rasch verunreinigen würde.



Fig. 4.

Meine ursprüngliche Absicht war, aus den Curven nicht die Dielectricitätsconstante, sondern den Widerstand der Flüssigkeit zu berechnen. Theoretisch kann man behaupten, dass dies auch möglich sein muss: praktisch aber ist die Sache nicht einfach genug, um diesem Zweck zu dienen.

Unter der Annahme, dass die Leitungsfähigkeit sehr klein ist, sodass man die Phasenverschiebung bei Reflexion vernachlässigen darf, lässt sich die Gleichung der Interferenzcurve nach einem von Hrn. Barton benutzten Verfahren ausrechnen. Dies aber genügt nicht: der von x_1 (Fig. 1) reflectirte Wellenzug wird bei B reflectirt und kehrt nochmals nach x_1 zurück, wo er wie vorher theilweise durchgelassen, theilweise reflectirt wird etc. Der Fall ist zu complicirt für exacte Rechnung. Wir haben es mit drei Unbekannten zu thun: erstens mit der Dämpfung des primären Wellenzuges oder der primären Dämpfung; zweitens mit der Dämpfung des secundären Wellenzuges wegen des Widerstandes der Drähte etc.; drittens mit dem Electrolytenwiderstand. Ich habe die Rechnung so gut es ging durchgeführt, aber da sie keine genauen Resultate geben kann, verzichte ich darauf, sie hier wiederzugeben. Ich kann nur

1) v. Geitler, Wied. Ann. 49. p. 184. 1893.

2) Barton, Proc. Roy. Soc. June 1893.

sagen, dass meine Rechnung es wahrscheinlich macht, dass der in diesen Versuchen auftretende Widerstand übereinstimmt mit dem, welcher nach der gewöhnlichen Methode mit Brücke und Telephon bestimmt wird.

Zum Schluss bemerke ich noch, dass ich an Stelle des flüssigen Electrolyten auch feste Salze in Pulverform benutzt habe, z. B. Kochsalz und mit Wassergehalt krystallisirte Soda. Diese Versuche lassen sich gut durchführen, doch erhielt ich noch keine genauen Resultate. Jedenfalls nähern sich die Werthe der Dielectricitätsconstanten für die genannten Salze mehr den für Isolatoren bekannten Werthen, als den grossen Werthen, welche man für Wasser und Alkohol gefunden.

Diese Arbeit wurde im physikalischen Laboratorium der Universität Bonn ausgeführt. Ich erlaube mir, Hrn. Prof. Hertz für sein stetes Interesse sowie für Rath und Hülfe bei derselben auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank auszusprechen.¹⁾

1) Einige dieser Resultate sind schon in Proc. Roy. Soc. of London, June 1898, veröffentlicht worden.

11. Ueber einige Abänderungen am
Thomson'schen Quadrantelectrometer;
von F. Himstedt.

(Hierzu Taf. XII Fig. 14.)

Im 29. Bande des Nuovo Cimento hat Hr. Guglielmo, wie ich erst jetzt gelesen habe¹⁾, mitgetheilt, dass er die Empfindlichkeit des Thomson'schen Quadrantelectrometers dadurch bedeutend gesteigert hat, dass er statt nur einer Nadel deren eine ganze Anzahl benutzt hat und dementsprechend natürlich auch die gleiche Zahl von in Quadranten getheilten Scheiben. Ich habe schon vor längerer Zeit (Frühjahr 1891) ein ähnliches Instrument von den hiesigen Mechanikern Gebr. Schmidt anfertigen lassen, an welchem ich im Laufe der Zeit noch einige Abänderungen gegenüber der gebräuchlichen Einrichtung vorgenommen habe. Da das Instrument jetzt zu meiner vollen Zufriedenheit arbeitet, grosse Empfindlichkeit mit geradezu vollkommener Constanz der Ruhelage verbindet, so glaube ich, dasselbe unter Hinweis auf den beigegebenen Verticalschnitt kurz beschreiben zu dürfen.

Vier Nadeln von der bekannten Biskuitform a_1 bis a_4 sind an demselben Drahte, je 1,5 cm von einander entfernt, befestigt. Jede schwingt innerhalb einer Büchse wie $b_1 b_1 b_2 b_2$, die in herkömmlicher Weise aus den Quadranten gebildet ist. Die vier Büchsen bilden zusammen gewissermaassen eine Büchse $b_1 b_1 b_2 b_2$ mit vier Fächern übereinander und sind auf der Drehbank gearbeitet. Jeder Quadrant dieser Büchse ruht auf einer starken, 2,5 cm dicken, 6 cm hohen Hartgummsäule h . Drei derselben sind auf dem Metallringe rr unveränderlich befestigt, die vierte mit ihrem Quadranten ruht auf einem Schlitten, der in einer Führung geht und sich leicht ein- und ausschieben lässt, sodass die Nadel bequem ein- und ausgehängt werden kann. Die Quadranten sind genau centriert,

1) Die Originalarbeit war mir nicht zugänglich, ich habe nur das Referat in Beibl. 15. 1891 gelesen.

die Stellung des vierten herausnehmbaren kann mittels Schrauben leicht regulirt werden.

Anfangs hatte ich die Nadel wie üblich an Coconfäden bifilar aufgehängt und in bekannter Weise geladen, indem ich als Zuleitung einen dünnen Platindraht benutzte, der am unteren Ende des die Nadel tragenden Drahtes befestigt war und mit seinem freien Ende in Schwefelsäure tauchte. Die Empfindlichkeit des Instrumentes liess sich jetzt, wenn der Abstand der Faden an der Bifilarsuspension sehr klein gemacht wurde, leicht so weit steigern, dass ein Ausschlag von einem Scalenthail einer Potentialdifferenz von $\frac{1}{6000}$ Volt entsprach, allein hiermit war absolut nichts gewonnen, denn durch den in H_2SO_4 tauchenden Pt-Draht entstanden die bekannten Unregelmässigkeiten in der Ruhelage sowohl wie in den Ausschlägen. Die Sache wurde schon bedeutend besser, als ich den Pt-Draht fortliess und nach dem Vorgange von Hrn. Hallwachs ¹⁾ die Nadel an einem sehr feinen Drahte aufhängte, durch welchen die Ladung derselben erfolgen konnte. Vollkommen befriedigende Resultate erhielt ich indessen erst, als ich die Nadeln an einem Boys'schen Quarzfaden aufhängte, der, um als Zuleitung dienen zu können, mit einer ganz dünnen Silberschicht, überzogen war. Die minimal dünne Silberschicht, erhalten nach dem Verfahren, welches beim Versilbern der Spiegel benutzt wird, beeinträchtigt die vorzüglichen Eigenschaften des Quarztadens in keiner Weise und hält sich sehr gut. Der von mir benutzte Quarzfaden functionirt schon über ein Jahr ganz tadellos. Einige Schwierigkeiten bereitete anfangs das Anlöthen der Enden des Fadens an Metallstücke. Sehr sicher gelingt dies in der Weise, dass man das Metallstück etwas dicker mit Loth verzinnt, in dieses eine feine Rinne feilte, den Quarzfaden hineinlegt, ein dünnes, ebenfalls mit Loth verzinntes Blechstückchen daraufdeckt und dieses mit dem recht heissen Löthkolben solange berührt, bis man das Loth fließen sieht.

Das Instrument hatte noch die Unbequemlichkeit, nicht gedämpft zu sein, sodass man mit Schwingungen beobachten musste, was besonders bei Demonstrationen in der Vorlesung

1) Hallwachs, Wied. Ann. 29. p. 1. 1886.

sehr unbequem ist. Versuche, eine Luftdämpfung anzubringen, führten nicht zum Ziel. Nach verschiedenen Versuchen habe ich schliesslich die folgende Einrichtung gefunden, die sich gut bewährt hat. Der Draht d , welcher die Nadeln trägt, ist unten in ein dünnes, 3,5 cm langes Stück Hartgummi g eingeschraubt¹⁾, das am anderen Ende ein Querstück q trägt, in welches zwei Magneten wie $n_1 s_1$ und $s_2 n_2$ als astatisches Paar eingesetzt sind. Die Dämpfung wird erzielt dadurch, dass diese Magnete in der ringförmig ausgedrehten Oeffnung eines cylindrischen Kupferstückes KK schwingen. Diese Anordnung der Magnete²⁾ hat den grossen Vortheil, dass es leicht möglich ist, eine so vollkommene Astasie der Magnete zu erreichen, dass die vom Endmagnetismus auf das astatische Paar ausgeübte Richtkraft so gut wie ganz verschwindend ist, selbst gegenüber der geringen Directionskraft des Quarzfadens. Ferner lässt sich die Dämpfung sehr bequem reguliren. Stehen diese Pole s_1 und n_2 dicht über dem Boden des Kupferdämpfers, so ist die Dämpfung so stark, dass die Nadeln nur ganz langsam in ihre Ruhelage kriechen. Man hat nun nur nöthig, mittels Zahnrad und Trieb f den Dämpfer zu senken, bis die gewünschte Dämpfung erreicht ist. Endlich ist bei dieser Anordnung der Magnete alles symmetrisch zur Drehungsaxe, sodass, wenn wirklich einmal von der Ladung der Electrometernadel etwas auf die Magnete hinübergelangen sollte, dadurch doch kein Drehungsmoment entstehen würde.

Um das Instrument einzustellen, wird zuerst das Magnet-system abgehängt und die Nadel nach Schätzung mit dem Auge über den Quadranten richtig eingestellt. Um dies zu erleichtern, trägt die Suspensionsröhre einen Torsionskopf, der sowohl Heben und Senken als Drehen mittels Schrauben ermöglicht. Vor Luftströmungen ist die Nadel hierbei geschützt durch einen Metalcylinder, der unten am Ringe r abschliesst, oben, um den Einblick zu ermöglichen, durch eine Glasplatte

1) Ich wollte gern ein Quarzstäbchen verwenden, habe aber ein solches von passender Grösse bisher nicht erhalten können.

2) Ich erinnere mich, diese Anordnung der Magnete zu einem astatischen Paare, wo also n_1 mit s_2 und n_2 mit s_1 die beiden horizontalen Magnete bilden, schon irdendwo früher gesehen oder davon gelesen zu haben, vermag aber nicht anzugeben wo.

verschlossen ist. Ist die Einstellung ganz beendet, so kann statt der Glassplatte eine Metallplatte eingesetzt werden, so dass das Instrument dann ganz von einer Metallhülle umgeben ist. Die Zuleitung zu den Quadranten erfolgt durch die Klemmen $x x$, welche in Ebonit eingesetzt sind. Wird, nachdem die Nadel in der eben angegebenen Weise orientirt ist, jetzt das Magnetsystem angehängt, so tritt im allgemeinen eine kleine Ablenkung aus der bisherigen Ruhelage ein. Das ganze Instrument wird nun um den Zapfen z so lange gedreht, bis die frühere Einstellung wieder erreicht ist. Dann erfolgt in bekannter Weise, am bequemsten wohl nach Hallwachs ¹⁾, die genauere Einstellung nach erfolgter Ladung der Nadel.

Wird die Nadel durch 80 kleine Accumulatoren geladen, so ergibt ein Clafkelement einen Doppelausschlag von etwa, über 800 Scalentheilen bei 250 cm Scalenabstand. Bei einer Ladung der Nadel durch 200 Accumulatoren betragen die Abweichungen wiederholt ausgeführter Bestimmungen der Ruhelage, nachdem dazwischen abwechselnd rechts und links Ausschläge erfolgt sind, höchstens 0,5 Scalentheile, im Mittel noch nicht 0,2 Scalentheile. Die Schwingungsdauer der Nadel beträgt, wenn das System sehr nahe aperiodisch gedämpft ist, 22 Sekunden.

Giessen, Sept. 1893.

1) Hallwachs, l. c. p. 13.

12. *Ein geaichtes Electrodynamometer,
insbesondere für electrotherapeutische Zwecke;
von J. W. Giltay.*

In Bd. 25 dieser Annalen habe ich eine Beschreibung eines von mir nach dem Bellati'schen Princip construirten Electrodynamometers gegeben. — Ich habe jetzt die Construction dieses Instrumentes derartig geändert, dass es möglich ist, den Apparat mit Batterieströmen zu aichen. Bei dem früheren Apparat war das nicht möglich, da der Erdmagnetismus eine sehr störende Wirkung auf das Eisenbündel ausübte, sodass die Umkehrung eines durch den Apparat fliessenden Batteriestromes eine bedeutende Veränderung der Ablenkungsgrösse und zuweilen sogar eine Umkehrung der Ablenkungsrichtung verursachte. Diese Umänderung besteht hauptsächlich darin, dass ich zwei einander ganz gleiche Eisenbündel einander parallel und das eine über das andere hänge in zwei einander ganz gleichen Windungsrahmen, welche von genau derselben Anzahl Windungen versehen sind und derartig aufeinander gestellt, dass die Windungen beider Rahmen einander parallel sind. Die Windungen werden so miteinander verbunden, dass ein in den Apparat geleiteter Strom beide Rahmen in entgegengesetzter Richtung umkreist, die Eisenbündel werden dadurch so magnetisirt, dass sie stets zusammen ein astatisches System bilden und daher der Wirkung des Erdmagnetismus entzogen sind.

Jeder Rahmen meines Versuchsinstrumentes war mit 3240 Windungen eines 0,1 mm starken Kupferdrahtes bewickelt, ein Aluminiumzeiger spielte über einer getheilten Trommel, jeder Theil hatte einen Werth von $2\pi/250^\circ$. Ein Strom von 0,7 M. A., in einer gewissen Richtung durch das Instrument geschickt, erzeugte eine Ablenkung von 9,8 Scalentheilen; es zeigte sich, dass bei der Umkehrung des Stromes die Ablenkung genau denselben Werth behielt und dasselbe ergab sich mit anderen Stromstärken. Die Aichung wurde bis 2 M. A. fortgesetzt und danach probirt, ob die Ablenkung bei 0,7 M. A. noch denselben Werth hatte wie früher, was genau

der Fall war; es hatten also die Eisenbündel keinen störenden permanenten Magnetismus von dem Batteriestrome von 2 M. A. erhalten, die Empfindlichkeit und die Astasie hatten sich nicht geändert.

Es ergab sich indess, dass die Astasie des aufgehängten Systems vollständig verschwunden war, sowie ein von einem Schlittenapparat inducirter Strom von 2 M. A.¹⁾ durch den Apparat gegangen war: ein + Strom von 0,7 M. A. gab jetzt eine Ablenkung von 13,9 Scalentheilen, während ein negativer Strom von derselben Stärke nur 2,0 Scalentheile gab.

Es konnte offenbar nur der permanente Magnetismus, den die Eisenbündel von diesem Wechselstrom erhalten hatten, daran Schuld haben. Freilich wird dieser permanente Magnetismus die beiden Bündel zu einem astatischen Systeme magnetisiren, der Erdmagnetismus wird daher auf die Suspension keine Wirkung ausüben können, ebensowenig als vorher, wo noch keine Wechselströme durch das Instrument gegangen waren. Aber auch ohne die Wirkung des Erdmagnetismus wird die Ablenkung durch die Umkehrung der Stromesrichtung einen anderen Werth bekommen können, *wenn der permanente Magnetismus so kräftig ist, dass er von dem durch das Instrument fließenden Batteriestrome nicht umgekehrt wird*. Wird dann ein Batteriestrom, denn wir + nennen wollen, in die Windungen geschickt, so wird er zum Beispiel die Magnetisirungen der beiden Eisenbündel verstärken; wird ein negativer Strom von derselben Intensität durch das Instrument gesandt, so wird er den Magnetismus der Eisenbündel schwächen (falls er, wie wir voraussetzten, zu schwach ist, die Polarität der Eisenbündel umzukehren). Es folgt hieraus, dass die von dem positiven Strome erzeugte Ablenkung grösser sein wird als diejenige Ablenkung, welche die Suspension von dem negativen Strome derselben Stärke bekommt, da die ablenkende Kraft dem Magnetismus proportional ist und die Erde auf die Suspension gar nicht wirkt.

Dass nun die Eisenbündel von dem Inductionsstrom von 2 M. A. ganz verdorben wurden, während ein Batteriestrom

1) Den Wechselstrom, der dem Apparate dieselbe Ablenkung ertheilt, welche er von einem Batteriestrome von 2 M. A. bekommt, nenne ich hier der Kürze halber einen Wechselstrom von 2 M. A.

von 2 M. A. keinen merklichen Einfluss auf dieselben hatte, wird wohl durch die Thatsache erklärt, dass der Wechselstrom nur von sehr kurzer Dauer ist, und also, um der Nadel eine Ablenkung von 2 M. A. geben zu können, in der kurzen Zeit seiner Existenz eine viel grössere Intensität als 2 M. A. haben muss. Es wird folglich auch der von dem Inductionsstrom von 2 M. A. inducirte permanente Magnetismus viel grösser sein, als der von dem Batteriestrome von 2 M. A. erregte.¹⁾

Der Apparat, den ich zur Herstellung der Inductionsströme verwendete, war ein Schlittenapparat mit einem Doppel-interruptor, der 30 Schwingungen pro Secunde machte. Die Dimensionen der Rollen, die Windungszahl etc. hatte ich genau so genommen, wie auf dem internationalen Congress von Elektrikern vom 28. Sept. 1881 in Paris angenommen wurde.²⁾ Wenn die Intensität des den Interruptor treibenden Stromes möglichst schwach genommen wurde, so waren die Unterbrechungen so regelmässig, dass der Zeiger des Electrodynamometers ebenso ruhig stand, als wenn mit einem Batteriestrome gearbeitet wurde.

Ich habe den Uebelstand, dass die Eisenbündel durch die Inductionsströme verdorben wurden, auf folgende Weise beseitigt: Ich verband die beiden Windungsrollen, wenn Inductionsströme durch den Apparat gehen sollten, derart miteinander, dass der Wechselstrom in beiden Rollen in derselben Richtung circulirte. Der permanente Magnetismus wurde nun so in den beiden Eisenbündeln inducirt, dass die beiden Nordpole sich übereinander befanden, ebenso wie die beiden Südpole. Werden nun die Windungen wieder in der früheren Weise miteinander verbunden (wir wollen diese Schaltung der Kürze halber die astatische nennen) und wird ein Batteriestrom in den Apparat geschickt, so wird dieser zum Beispiel versuchen, den permanenten Magnetismus des oberen Eisen-

1) Es liesse sich hieraus vielleicht eine Methode zur Bestimmung der Maximalintensität dieser Wechselströme ableiten. Man könnte bestimmen, wieviel permanenten Magnetismus ein Wechselstrom von 30 Schwingungen pro Secunde, der eine Ablenkung von 1 M. A. gibt, den Eisenbündeln mittheilt, und dann versuchen, wie kräftig ein Batteriestrom sein muss, um denselben permanenten Magnetismus zu erzeugen.

2) Lewandowski, Electrodiagnostik u. Electrotherapie. p. 212. 1887.

bündels zu verstärken und denjenigen des unteren Bündels zu schwächen. Wird der Strom in umgekehrter Richtung in den Apparat gesandt, so wird er dagegen den Magnetismus des oberen Bündels schwächen und denjenigen des unteren Bündels verstärken. Es ist klar, dass die Summe der Wirkungen in beiden Fällen die gleiche sein wird, das Umkehren des Batteriestromes wird also keine Aenderung in der Ablenkungsgrösse verursachen, wenn auch die Bündel von dem Inductionsstrome permanenten Magnetismus erhalten haben.

Das Experiment ergab, dass diese Behauptung richtig war. Nachdem Wechselströme sogar bis zu $9\frac{1}{2}$ M. A. durch das Instrument mit der nicht astatischen Schaltung gegangen waren, wurde die astatische Schaltung wieder hergestellt und zeigte sich jetzt, dass das Umkehren eines Batteriestromes keine Aenderung in der Ablenkung verursachte.

Da ich jedoch das Instrument in der astatischen Schaltung mit Batterieströmen aichte und es dann in der anderen Schaltung für Wechselströme benutzte, so musste ich natürlich noch untersuchen, ob die bei der ersten Schaltung gemachte Scala noch gültig war, wenn ich die zweite Schaltung gebrauchte. Das heisst also: ich musste untersuchen, ob das Instrument, wenn derselbe Wechselstrom durch die Windungen ging, bei *beiden* Schaltungen dieselbe Ablenkung zeigte. Der Erdmagnetismus hat selbstverständlich keinen Einfluss auf die vom Inductionsstrome verursachte Ablenkung der Eisenbündel, da die Polarität derselben 30 mal pro Secunde wechselt.

Es ergab sich, dass ein Wechselstrom, der

mit der astatischen Schaltung	}	5	10	15	20	25 Scalentheilen
eine Ablenkung gab von:						
mit der anderen Schaltung	}	4	8,3	13	18,1	23,8 „
eine Ablenkung gab von:						

Es war also der Apparat mit der letzteren Schaltung etwas unempfindlicher und könnte die mit dem Batteriestrome gemachte Scala nicht ohne weiteres für Wechselströme gebraucht werden, doch würde für letztere eine zweite Scala gemacht werden müssen, und zwar derart, dass z. B. der

Theilstrich 15 der Wechselstromscala in die Verlängerung des Striches 13 der Batteriestromscala käme.

Es gelang mir aber, diesen Complex von zwei Scalen dadurch zu vermeiden, dass ich die beiden Windungsrahmen nicht unmittelbar aufeinander, sondern in einer Entfernung von etwa $3\frac{1}{2}$ cm übereinander stellte. Denn es rührte die Aenderung der Empfindlichkeit des Instrumentes bei Aenderung der Schaltung offenbar nur davon her, dass bei der nicht astatischen Schaltung die benachbarten Windungen der beiden Rahmen in entgegengesetztem Sinne vom Strome durchflossen werden. Es wird dann z. B. ein durch die oberen Windungen des unteren Rahmens gehender Strom das obere Eisenbündel N. S. magnetisiren, während der Strom, der durch die unteren Windungen des oberen Rahmens geht, versuchen wird, dieses Eisenbündel S. N. zu magnetisiren. Es folgt hieraus, dass bei der nicht astatischen Schaltung die Eisenbündel schwächer magnetisirt werden als bei der astatischen, es wird daher das Instrument bei der letzteren Schaltung empfindlicher sein müssen.

Nachdem der obere Rahmen $3\frac{1}{2}$ cm höher gestellt war, ergab sich, dass ein Wechselstrom, der

mit der astatischen Schaltung eine Ablenkung ergab von:	5	9,9	15	19,95	25 Scalentheilen
mit der anderen Schaltung eine Ablenkung gab von:	4,95	9,8	14,9	19,8	24,5 „

Wie sich hieraus ergibt, ist der Fehler durch die Erhöhung des oberen Rahmens fast gänzlich beseitigt; man würde noch kleinere Differenzen bekommen können, wenn man die Distanz zwischen beiden Rahmen grösser wählte; es war jedoch die Genauigkeit für meine Zwecke vollkommen ausreichend.

Wenn nun auch die durch Wechselströme verursachte Ablenkung sich nicht mit dem Schaltungswechsel ändert, so kann man noch nicht daraus schliessen, dass die *Empfindlichkeit* des Apparates in beiden Fällen dieselbe ist. Es wäre ja möglich, dass die Selbstinduction der beiden Spulen zusammen sich mit der Aenderung der Schaltung auch änderte; wenn z. B. die Selbstinduction grösser würde und würde zu

gleich
wäre
behiel
gew
nicht
in ein
eine
das z
statte
ergab
baren

gema
ström
Fall

len
Ba
st

+ 0,
- 0,
+ 1,
- 1,
+ 1,
- 1,
+ 2,
- 2

men
deut
von
halt

Scal
Ele

gleicher Zeit die Empfindlichkeit des Instrumentes grösser, so wäre es möglich, dass die Ablenkung praktisch dieselbe Grösse behielt, obgleich die Intensität des Wechselstromes kleiner geworden war. Der folgende Versuch zeigt jedoch, dass dies nicht der Fall war: ich stellte zwei einander gleiche Instrumente in eine von einem Wechselstrom durchflossene Leitung; das eine Instrument, das wir *a* nennen wollen, wurde abgelesen, das zweite (*b*) war mit einem Commutator versehen, der gestattete, die Schaltung der beiden Spulen zu ändern. Es ergab sich, dass die Schaltungsänderung von *b* keinen sichtbaren Unterschied in der Ablenkung von *a* zeigte.

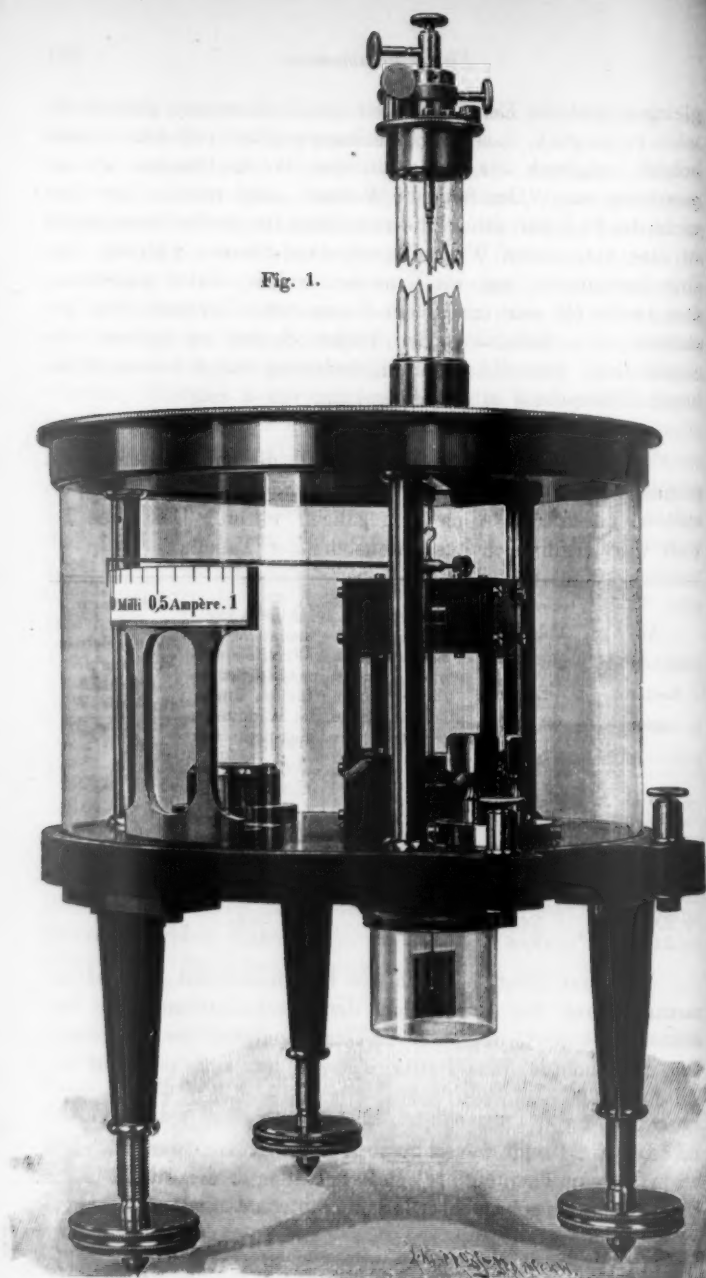
Ich habe schliesslich versucht, ob die mit Batteriestrom gemachte Scala noch richtig war, nachdem kräftige Wechselströme durch den Apparat gegangen waren. Dass dies der Fall war, ergibt sich aus untenstehender Tabelle.

Ablenkender Batteriestrom	Ablenkung mit neuen Eisen- bündeln	Ablenkung, nachdem ein Wechselstrom von 17,9 Scalentheilen durch die Windungen gegangen war	Ablenkung, nachdem ein Wechselstrom von 24,5 Scalentheilen durch die Windungen gegangen war	Ablenkung, nachdem ein Wechselstrom von ungefähr $9\frac{1}{2}$ M. A. durch die Win- dungen ge- gangen war
+ 0,5 M. A.	4,4	4,4	4,4	4,4
- 0,5 "	4,2	4,2	4,2	4,3
+ 1,0 "	13,9	13,9	14,0	14,3
- 1,0 "	13,7	13,7	13,7	14,4
+ 1,5 "	20,9	20,9	20,9	21,2
- 1,5 "	20,7	20,6	20,7	21,2
+ 2,0 "	24,9	24,9	24,8	25,0
- 2,0 "	24,6	24,6	24,5	25,0

Wie man sieht, hat sich die Empfindlichkeit des Instrumentes durch das Durchgehen der Wechselströme nicht bedeutend geändert, und auch die Unabhängigkeit der Ablenkung von der Richtung des Batteriestromes hat sich sehr gut erhalten.

Die Fig. 1 zeigt, wie schliesslich das Instrument aussieht. Die Scala hat eine Theilung bis 1 M. A. erhalten, da dies für die in der Electrotherapie gebrauchten Inductionsströme vollständig genügt.

Fig. 1.



Der
stehe
18 m
Dista
bünd
bünd
von
befin
beste
in d
Drah
steck
die V
scha
unter
irger
Unte
wird
Glas
dass
in d
welc
amp
cons
Inst
Glas
Wid
Wir
hinu
den
gabe
Stro
von
einr

gear
Bate
für
men

Der Zeiger hat eine Länge von 11 cm. Die Eisenbündel bestehen jedes aus 116 Eisendrähten von 0,3 mm Dicke und 18 mm Länge, der Draht ist sorgfältig oxydfrei gegläht. Die Distanz zwischen den beiden Coconfäden an welche die Eisenbündel gehängt sind, ist 1,2 mm. Der Zeiger ist den Eisenbündeln parallel und bildet in der Ruhelage einen Winkel von 47° mit der Windungsebene. Unter dem Glascylinder befindet sich eine Dosenlibelle und ein aus vier Sektoren bestehender Stöpselcommutator. Werden die beiden Stöpsel in die mit *B* bezeichneten Löcher eingesteckt, so sind die Drahtspulen astatisch, also für Batterieströme, geschaltet; stecken die Stöpsel in den mit *I* bezeichneten Löchern, so sind die Windungen nicht-astatisch, also für Inductionsströme, geschaltet. Man kann also jedesmal die Richtigkeit der Scala untersuchen, wenn man meint, dass das Instrument durch irgend welche Ursache Schaden genommen hat. Da diese Untersuchung wohl nicht sehr häufig vorgenommen werden wird, habe ich vorgezogen, dem Commutator unter dem Glascylinder seinen Platz zu geben, damit man sicher sei, dass die Stöpsel nicht von Unberufenen herausgenommen und in die verkehrten Löcher gesteckt werden. Für diejenigen, welche den Apparat auch für Batterieströme, also als Milliampèremeter, gebrauchen wollen, wird er ein wenig anders construiert: der Stöpselcommutator wird fortgelassen und das Instrument erhält vier anstatt zwei Klemmschrauben. Unter dem Glasmantel befindet sich eine bifilar gewickelte Rolle, deren Widerstand $\frac{1}{9}$ des Widerstandes der Windungsrahmen beträgt. Wird ein ausserhalb des Glasmantels befindlicher Metallknopf hinuntergedreht, so wird diese Bifilarrolle als Nebenschluss zu den Windungen eingeschaltet und man muss dann die Angaben des Zeigers auf der Scala mit 10 multipliciren, um die Stromstärke zu bekommen, das Instrument kann dann also von 0—10 M. A. gebraucht werden. Diese Nebenschluss-einrichtung dient jedoch *nur für Batterieströme*.

Um nun sicher zu sein, dass nie mit verkehrter Schaltung gearbeitet wird, dass also die astatische Schaltung stets für Batterieströme, die nicht astatische Schaltung dagegen stets für Wechselströme gebraucht wird, so wird zu diesem Instrument ein Commutator oder Pachytrop geliefert, dessen Rolle

eine Drehung von 180° machen kann. In der Mittellage sind weder Batterie noch Inductionsapparat mit dem Dynamometer verbunden. Befindet sich die Rolle in der linken Grenzstellung, so ist die Batterie mit dem astatisch geschalteten Milliampèremeter verbunden, befindet sich die Rolle in der rechten Endstellung, so ist die Secundärleitung des Inductionsapparates mit dem nicht astatisch geschalteten Electrodynamometer verbunden. Falsche Verbindungen sind hier vollständig ausgeschlossen, man hat also keine Beschädigung des Instrumentes zu fürchten. Die Figuren 2 und 3 deuten schematisch

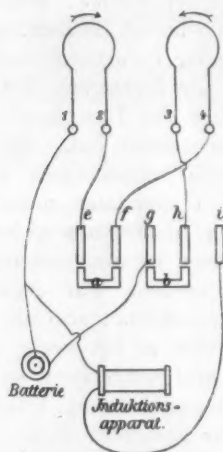


Fig. 2.

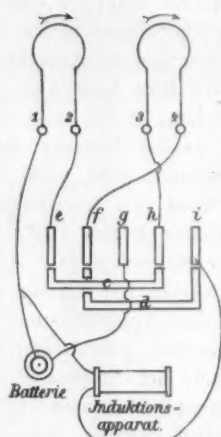


Fig. 3.

an, wie diese Verbindungen sich gestalten. Die vier hufeisenförmigen Theile *a*, *b*, *c* und *d* befinden sich auf der Rolle des Pachytrops. 1, 2, 3 und 4 sind die Klemmschrauben des Electrodynamometers, *e*, *f*, *g*, *h* und *i* sind fünf Federn, welche mit einem Ende auf die Pachytroprolle drücken. Ist die Rolle so gestellt wie in Fig. 2, so ist *e* mit *f* und *g* mit *h* verbunden. Man sieht aus der Figur, dass bei dieser Stellung des Pachytrops der Apparat mit astatischer Schaltung mit der Batterie verbunden ist, also als Milliampèremeter gebraucht wird. Wird der Commutator jedoch in die Lage der Fig. 3 gedreht, so ist *e* mit *h* und *f* mit *i* verbunden, der Apparat

ist dann als Electrodynamometer mit dem Secundärdrabt des Inductors verbunden. Die Primärleitung des Inductors mit der zugehörigen Batterie habe ich der Einfachheit halber aus der Figur fortgelassen.

Die Theorie dieses Electrodynamometers ist selbstverständlich dieselbe, wie diejenige des Weber'schen Electrodynamometers.

Zum Schluss erwähne ich noch, dass dieses Electrodynamometer auf Veranlassung des Hrn. J. L. Hoorweg von mir construiert worden ist.¹⁾ — Ich hoffe bald, diese neue Einrichtung der beiden Eisenbündel und der beiden Windungsrahmen bei meinen empfindlichen Spiegelapparaten anzuwenden.

Delft (Holland), September 1893.

1) Vgl. J. L. Hoorweg, „Die medicinische Electrotechnik und ihre physikalischen Grundlagen (Leipzig, Engelmann) p. 70, 129 und 130.

13. *Eine neue Methode zur Messung von
Selbstpotentialen und Inductionscoefficienten;
von L. Graetz.*

(Aus den Sitzungsber. der bayr. Akad. d. Wissensch. 1893. Bd. 23, Heft 2.)

Für die jetzt im Vordergrunde des Interesses stehenden electrischen Oscillationen, sowie für die praktisch immer häufiger angewendeten electrischen Wechselströme spielt das Selbstpotential von Drähten und Rollen eine ebenso wichtige Rolle wie für Gleichströme der Widerstand. Und doch ist die Messung und Vergleichung von Selbstpotentialen bisher noch eine recht schwierige Aufgabe der messenden Physik. Die von Maxwell herrührenden Methoden für diese, sei es absoluten, sei es relativen Messungen, setzen ein äusserst empfindliches Galvanometer und günstige äussere Umstände voraus und liefern auch bei relativen Messungen durch recht mühsame doppelte Abgleichung nur dann ein Resultat, wenn es sich um ziemlich grosse Werthe des Selbstpotentials handelt; bei kleinen Werthen desselben versagen sie ganz. Die Methode von Oberbeck¹⁾, bei welchen die beiden Rollen eines Electrometers von Wechselströmen mit der Phasendifferenz $\pi/2$ durchflossen werden, erfordert nicht so viele Einzelmessungen; dagegen ist bei ihr die Anwendung reiner Sinusschwingungen nothwendig und sowohl die Erzeugung derselben, wie insbesondere auch die für die Messung nothwendige genaue Bestimmung der Periode dieser Schwingungen macht diese Methode nicht weniger mühsam, als die vorher erwähnten. Bei sorgfältiger Behandlung ergab sie allerdings in den Händen von Oberbeck selbst, dann von Puluj²⁾ und Troje³⁾ gut brauchbare Resultate. Dieselbe Schwierigkeit der genauen Zeitmessung haftet auch der Methode von Wien⁴⁾ an, welcher das optische Telephon für diese Messungen benutzte.

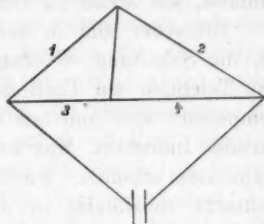
1) Oberbeck, Wied. Ann. 17. p. 816 u. 1040. 1882.

2) Puluj, Electrotechn. Zeitschr. 12. p. 346. 1891.

3) Troje, Wied. Ann. 47. p. 501. 1892.

4) Wien, Wied. Ann. 44. p. 689. 1891.

Einfachere Verhältnisse lassen sich herstellen, wenn man das zuerst von Hughes eingeführte, aber allerdings von ihm ganz incorrect behandelte Hilfsmittel benutzt, dass man in eine Stromverzweigung, welche das zu messende Selbstpotential enthält, noch eine variable Induction einführt, sei es wieder eine Selbstinduction oder eine gegenseitige Induction. Die Irrthümer in der Hughes'schen Interpretation seiner Messungen sind von Heaviside¹⁾, Rayleigh²⁾ und H. F. Weber³⁾ aufgedeckt worden. Sie bestehen darin, dass Hughes annahm, dass bei der Abgleichung in der Wheatstone'schen Brücke, bei welcher ein Telephon nicht bloss ein Minimum des Tones gibt, sondern vollständig verstummt, nicht bloss die Widerstände zu beiden Seiten der Brücke, sondern auch die Inductionen sich jede für sich gegenseitig compensiren, während in Wirklichkeit dann im allgemeinen eine complicirte Beziehung zwischen den Inductionen und den Widerständen stattfindet, die auch noch von der Schwingungszahl der Wechselströme abhängt. Indess lässt sich der Gedanke von Hughes, wie zuerst Lord Rayleigh⁴⁾ zeigte, durch andere Schaltung verwirklichen. Rayleigh selbst wendete nach manchen anderen Versuchen folgende Schaltung an. In der Wheatstone'schen Brücke wurden die Zweige 3 und 4 aus gleichen Widerständen von je $\frac{1}{2}$ Ohm gebildet. Zwischen den Zweigen 1 und 2 befand sich ein ausgespannter Draht mit verschiebbarem Contact. In den Zweig 1 wurde eine Rolle von passender Selbstinduction und ein Rheostat (ohne Selbstinduction) gebracht, in den Zweig 2 die zu messende Selbstinduction und eine variable Selbstinduction, bestehend aus zwei hintereinander geschalteten ineinander drehbaren Rollen, für die das variable Selbstpotential für jede Lage bestimmt war. In die Brücke kam ein Telephon. Konnte man durch Aende-



1) Heaviside, Phil. Mag. (5) 22. 1886.

2) Rayleigh, Journ. Tel. Eng. 15. p. 54. 1886.

3) H. F. Weber, Rep. Phys. 22. p. 290. 1886.

4) Rayleigh, Phil. Mag. (5) 22. p. 469. 1886.

rung des Widerstandes und der Induction das Telephon zum Schweigen bringen, so mussten sich die beiden Zweige 1 und 2 sowohl in Bezug auf Widerstand, wie in Bezug auf Induction gleich verhalten. Die Methode ist sehr gut, wenn die variable Selbstinduction genügend verschiedene Werthe derselben gibt, um in weiten Kreisen die Compensation hervorzubringen. Das ist nur dann möglich, wenn der Widerstand derselben auch ziemlich erheblich ist, wodurch die Methode in der Anwendbarkeit doch recht beschränkt erscheint. Ayrton und Perry¹⁾ haben auf Grund dieser Methode jüngst ein von ihnen „Secohmmeter“ und ein „Standard of Self-induction“ genanntes Instrument construirt, welche solche Messungen für technische Zwecke gestatten sollen. Ihre Standardrolle, die das Intervall von $8 \cdot 10^6$ bis $40 \cdot 10^6$ cm umfasst, hat schon 12 Ohm Widerstand.

Einfacher und in der Anwendung umfassender erschien es, die Schaltung so einzurichten, dass in der Wirkung auf das Telephon ein Theil der Induction durch den Widerstand compensirt wird und nur der übrigbleibende Theil durch eine variable Induction. Man konnte dadurch zunächst mit kleineren Apparaten arbeiten. Ferner erschien es vortheilhaft, variable Contacts vollständig in den Brückenweig zu verlegen, in welchem sie keine Unsicherheit hervorbringen können.

Es wurde daher folgende Methode ausgearbeitet:

Hat man in den Zweigen 1 und 2 der Wheatstone'schen Combination beliebige Selbstpotentiale L_1 und L_2 und ausserdem beliebige gegenseitige Inductionen M_1 und M_2 , so schaltet man zunächst die inducirten Rollen alle in den Telephonweig, und zwar so, dass der Strom in allen dieselbe Richtung hat in Bezug auf den sie inducirenden Strom. Die Zweige 2 und 3 bestehen aus einem ausgespannten Draht, dessen Selbstinduction beliebig klein gemacht und daher vernachlässigt werden kann. Die Stromquelle des Wechselstromes kann beliebig sein. Es wurden dieselben Resultate gefunden mit einer Wechselstrommaschine, einem durch Stimmgabelunterbrecher und einem durch gewöhnlichen Hammer getriebenen Inductionsapparat. Die Gleichungen des Systemes lassen sich dann — unter Be-

1) Ayrton u. Perry, Lum. él. 24. p. 401. 1887.

rücksichtigung aller Inductionen — leicht aufstellen und ergeben als Bedingung für die Ruhe des Telephons:

$$w_1 w_4 - w_2 w_3 = 0$$

$$w_4 L_1 - (w_3 + w_4)(M_1 + M_2) = w_3 L_2.$$

Bei dieser Anordnung ist es nun möglich, die Messung von Selbstpotentialen und von gegenseitigen Inductionscoefficienten in ganz derselben Weise einzurichten, wie es bei Widerstandsmessungen sich schon lange als vortheilhaft bewährt hat, nämlich durch Construction eines *Inductions Kastens*, ganz entsprechend den Widerstandskästen. Man muss dazu nur ein bekanntes Selbstpotential und eine bekannte gegenseitige Induction haben. Durch passende Wickelung zweier Rollen von bekannten Dimensionen liessen diese sich herstellen und ihre Coefficienten durch Rechnung finden. Dabei sind die von Maxwell herrührenden Formeln für die gegenseitige Induction mit Sicherheit zu benutzen. Die Formeln für die Selbstinduction sind von Rayleigh, Stefan, Weinstein etwas verschieden angegeben und es liefern die verschiedenen Berechnungen nur Werthe, die bis auf 1—2 Proc. übereinstimmen. Auch die Beobachtung nach der Rayleigh-Dorn'schen Methode gibt keine genaueren Werthe, sodass dies vorläufig die Grenze für die Genauigkeit der absoluten Bestimmungen ist. Die Abgleichungen selbst lassen sich mit einer weit grösseren Genauigkeit machen, die höchstens $\frac{1}{10}$ Proc. Unsicherheit gibt. Ist S das bekannte Selbstpotential, G das bekannte gegenseitige Potential, so bringt man zunächst in den Zweig 1 und 2 je einen *Inductor mit variabler Induction*. Am bequemsten bestehen dieselben aus einer kreisförmigen festen Rolle und einer in dieser drehbaren beweglichen Rolle, welche in den Telephonkreis eingeschaltet wird. Der Drehungswinkel wird an einem getheilten Kreise durch Zeiger bis auf $0,1^\circ$ abgelesen. Bei der senkrechten Stellung dieser Rollen ist ihre gegenseitige Induction 0, bei paralleler ein Maximum oder Minimum. Man kann die den verschiedenen Winkeln entsprechenden Inductionen relativ finden, da man nach der obigen Formel irgend eine Drehung des einen Inductors beliebig auf beide Inductoren vertheilen kann und so die Abweichungen der Induction von der Proportionalität mit der

Winkeldrehung gradweise bestimmen kann. Ist α die gegenseitige Induction, welche einem Grad der Inductoren entspricht, sind ferner P_1 und P_2 die Selbstpotentiale der beiden Inductoren, so macht man drei Messungen, indem man 1. in 1 und 2 nur je einen Inductor, 2. in 2 etwa noch S und 3. in 2 S und G einschaltet. Sind n_1, n_2, n_3 die Summen der Winkeldrehungen der Inductoren und wird das Verhältniss w_3/w_4 in den drei Fällen mit $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ bezeichnet, wobei $\gamma_3 = \gamma_2$ ist, so hat man folgende Gleichungen:

$$P_1 - (1 + \gamma_1)n_1\alpha = \gamma_1 P_2$$

$$P_1 - (1 + \gamma_2)n_2\alpha = \gamma_2(P_2 + S)$$

$$P_1 - (1 + \gamma_2)(n_3\alpha + G) = \gamma_2(P_2 + S),$$

aus welchen P_1, P_2 und α ein- für allemal absolut ermittelt werden. Es sind das die Constanten des Apparates. Die Messung irgend eines anderen Selbstpotentials x ergibt sich dann sofort, indem man in den Zweig 1 etwa einen Inductor, in den Zweig 2 den anderen Inductor und x einschaltet. Ist γ das Widerstandsverhältniss w_3/w_4 , n die Winkeldrehung der Inductoren, so ist

$$P_1 - (1 + \gamma)\alpha n = \gamma(P_2 + x).$$

Ebenso wird eine gegenseitige Induction y gemessen durch

$$P_1 - (1 + \gamma)(\alpha n + y) = \gamma(P_2 + x).$$

So kann man von Rollen jeder Art durch einfache Messungen die Inductionscoefficienten in Centimetern oder Erdquadranten bestimmen und hat so die Möglichkeit, Rollen von abgemessenen Selbstpotential herzustellen und sie in derselben Weise anzuordnen, wie die Widerstandsrollen eines Widerstandskastens. Ein solcher Inductionskasten wird am besten so construirt, dass zwei Rollen von gleichem Widerstand immer nebeneinander stehen, von denen die eine bifilar gewickelt ist und geringe, die andere unifilar gewickelt ist und grosse Selbstinduction besitzt. Durch gleichzeitiges Einschalten der einen Rolle auf die eine Seite, der anderen auf die andere Seite der Brücke kann man die Selbstinduction bedeutend ändern, ohne das Widerstandsverhältniss wesentlich zu alteriren und so stets die grösste Empfindlichkeit der Einstellungen erzielen. Vorausgesetzt ist dabei, dass die bifilar

gewickelten Rollen keine merkbare Capacität besitzen. Das ist bei kleineren Rollen an sich der Fall, bei grösseren tritt zweckmässig die Chaperon'sche Wickelung ein, welche, wie auch F. Kohlrausch¹⁾ bemerkt hat, vorzügliche Resultate gibt. Die Herstellung eines solchen Inductionskastens ist im physikalischen Institut der Universität von Hrn. Andriessen ausgeführt. Darüber, wie über die Construction der von Edelmann ausgeführten Inductoren wird von ihm berichtet werden.

München, Physik. Inst. der Univ., Juli 1893.

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 49. p. 233. 1893.

**14. Nochmals über die electrische
Theorie magnetooptischer Erscheinungen; von
D. A. Goldhammer.**

Im letzten Augusthefte dieser Annalen¹⁾ veröffentlichte Hr. Drude eine Entgegnung auf meine Notiz²⁾ über die in der Ueberschrift genannte Thatsache. Um diese schon mehrere Monate lang dauernde Polemik mit Hrn. Drude zu schliessen erlaube ich mir noch Folgendes zu bemerken.

Ich freue mich sehr, dass Hr. Drude die Schlussresultate seiner Theorie „als (formell) speciellen Fall“ der meinigen jetzt ansehen kann. Ich gebe auch gern zu, dass das uns schon jetzt vorliegende experimentelle Material nicht ganz hinreichend ist, um die Streitfrage über die „einzige“ oder „zwei“ magnetooptischen Constanten ein für allemal zu entscheiden.

Ich bedaure aber sehr, dass Hr. Drude mit seinen Berechnungen auf Seite 695 nicht recht hat, wenn er behauptet, dass die Gleichung

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \partial \varphi}{\partial t^2 \partial x} = \mathfrak{B}^2 \Delta U + \frac{\partial}{\partial h} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial W}{\partial y} \right)$$

im ganzen Raume gültig sei; dieselbe gilt offenbar nur für ein *magnetisch actives* Medium, da in einem gewöhnlichen (magnetisch *nicht* activen) Medium die Glieder mit $\partial / \partial h$ fortfallen. Ferner sind φ und U Exponentialfunctionen *nicht* von derselben Gestalt, weil φ der Gleichung $\Delta \varphi = 0$ genügt, was für U nicht der Fall ist. Daher folgt aus der Gleichung $\Delta \varphi = 0$ *nicht* $\varphi = 0$, sondern z. B.

$$\varphi_r = i D_r e^{-2\pi \frac{\sin \psi}{L} x} e^{2\pi i \left(\frac{y \sin \varphi}{L} - \frac{t}{T} \right)} \text{ etc.}$$

was ja deutlich bei mir³⁾ angegeben ist. Der von Hrn. Drude gefundene Widerspruch, auf welchen „die Continuität von f stösst“, ist demnach durch ein Missverständniss Hrn. Drude's verursacht.

Kasan, 13./25. Juli 1893.

1) P. Drude, Wied. Ann. **49**. p. 690. 1893.

2) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. **48**. p. 740. 1893.

3) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. **46**. p. 80. 1892.

Namenregister zum Jahrgang 1893.

A.

- Ambrohn, H., Optische Eigenschaften sehr enger Spalten **48**, 717.
 Ångström, K., Bolometrische Untersuchungen über die Stärke der Strahlung verdünnter Gase unter dem Einflusse der electricischen Entladung **48**, 493.
 Austin, L., Elastische Längs- und Torsionsnachwirkung in Metallen **50**, 659.

B.

- Barus, C., u. E. A. Schneider, Verhalten des festen colloidalen Silbers gegen den electricischen Strom **48**, 327.
 Bjerknes, V., Eindringen electricischer Wellen in Metalle und electricische Lichttheorie **48**, 592.
 du Bois, H. E. J. G., Polarisation des ungebeugten Lichtes durch Gitter **48**, 546.
 du Bois, H. E. J. G., u. H. Rubens, Astatisches Galvanometer **48**, 236.
 — Polarisation ungebeugter ultrarother Strahlung durch Metalldrahtgitter **49**, 593.
 Boltzmann, L., Durchgang Hertz'scher electricischer Planwellen durch planparallele Metallplatten. **48**, 63. — Medium nach den Maxwell'schen Gleichungen **48**, 78. — Die Maxwell'sche Electricitätstheorie betreffende Fragen **48**, 100.
 Braun, F., Physikalische Deutung der Thermoelectricität **50**, 111.
 Brodmann, C., Modification der Transpirationsmethode für sehr zähe Flüssigkeiten **48**, 188.

C.

- Christiansen, C., Apparat zur Bestimmung des mechanischen

- Wärmeäquivalents **48**, 374. — Neues Electrometer **48**, 726.

Des Coudres, Th., Unpolarisierbare electrolytische Zellen unter Einfluss der Centrifugalkraft **49**, 284.

Culmann, P., Gültigkeit eines Satzes von Kirchhoff für Electromagnetismus **48**, 380.

Czermak, P., Warme Luft- und Flüssigkeitsströmungen **50**, 329. — s. Klemenčič.

D.

- Daniel, John, Galvanische Polarisation **49**, 281.
 Dieterici, C., Dampfdrucke wässriger Lösungen bei 0° C. **50**, 47.
 Drude, P., Stehende Lichtwellen und Schwingungsrichtung polarisirten Lichtes **48**, 119. — Magneto-optische Erscheinungen **48**, 122. — **49**, 690. — Beziehung der Dielectricitätsconstanten zum Brechungsexponenten **48**, 536. — Lichttheorie **50**, 381. — Phasenänderung des Lichtes bei Metallreflexion **50**, 595.

E.

- Ebert, H., Maxwell'sche Theorie **48**, 1. — Modell für die Inductionsgesetze **49**, 642. — Electricische Schwingungen molecularer Gebilde **49**, 651. — Dissociationswärme in der electrochemischen Theorie **50**, 255.
 Ebert, H., u. E. Wiedemann, Electricische Entladungen; Erzeugung electricischer Oscillationen und Beziehung von Entladungsröhren zu denselben **48**, 549. — **49**, 1. — Electrodynamische Schirmwirkung und electricische

- Schatten 49, 32. — Leucht-erscheinungen in electrodensen gasverdünnten Räumen unter dem Einflusse rasch wechselnder electriccher Felder 50, 1. 221.
- Ellinger, H. O. G., Brechungsindex electriccher Strahlen in Alkohol 48, 108.
- Elsas, A., Electricche Schwingungen in Drähten 49, 487.
- Elster, J., u. H. Geitel, Atmosphärische Potentialgefälle und ultraviolette Sonnenstrahlung 48, 338. — Photographische Vergleichung von Lichtstärken 48, 625. — Unipolare Leitung erhitzter Gase 48, 798.
- Englisch, E., Thermoelectricche Untersuchungen 50, 88.
- Exner, Karl, Polarisirende Wirkung der Lichtbeugung 49, 387.

F.

- Föppl, A., Theorie des remanenten Magnetismus 48, 252.
- Franke, A., Dielectricitätsconstanten flüssiger Körper in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur und die Mosotti-Clausius'sche Formel 80, 163.

G.

- Galitzine, B., Zustand der Materie in der Nähe des kritischen Punktes 50, 521.
- Geitel, H., s. Elster.
- Geitler, J. v., Reflexion electriccher Drahtwellen 49, 184.
- Giltay, J. W., Electrodynamometer 50, 756.
- Glan, P., Grundgesetz der Complementärfarben 48, 307. — Intensität des polarisirten Lichtes durch Reflexion an Glas 50, 590.
- Gockel, A., Thermoketten aus Electrolyten und unpolarisirbaren Electroden 50, 696.
- Goldhammer, D. A., Theorie der magnetooptischen Erscheinungen 48, 740. — 50, 772.
- Graetz, L., Messung von Selbstpotentialen und Inductionscoefficienten 50, 766.
- Grottrian, O., Magnetismus eiserner Hohl- und Voleyliner 50, 705.

H.

- Hallwachs, W., Methode mit streifender Incidenz zur Bestimmung der Lichtbrechung 50, 577. s. Kohlrausch.
- Heerwagen, Fr., Dielectricitätsconstante leitender Flüssigkeiten 48, 85. — Temperaturcoefficient der Dielectricitätsconstanten des reinen Wassers 49, 272.
- v. Helmholtz, H., Electromagnetische Theorie der Farbenzerstreuung 48, 389, 723.
- Hennig, R., Susceptibilität des Sauerstoffs 50, 485.
- Heydweiller, Ad., Electrification der Luft bei Glimm- und Büschelentladung 48, 110. — Entladungspotentiale 48, 213. — Galvanische Ausmessung langer Drahtspulen 50, 571.
- Himstedt, F., Länge eines Solenoids 49, 583. — Thomson'sches Quadrantelectrometer 50, 752.
- Hirsch, E., Einfluss der Temperatur auf ferromagnetische Circularpolarisation 48, 446.
- Holland, R. J., Electricche Leitfähigkeit bei Zusatz von kleinen Mengen eines Nichtleiters 50, 261. — Electricche Leitfähigkeit von Kupferchloridlösungen 50, 349.
- Holz, A. L., Electricitätserregung mit Tröpfchen 50, 147.

J.

- Jaeger, W., Reinigung des Quecksilbers 48, 208.
- Jahn, H., Secundäre Wärmen galvanischer Elemente 50, 189.

K.

- Kayser u. Runge, Spectren von Aluminium, Indium und Thallium 48, 126. — Ultrarothe Spectren der Alkalien 48, 150. — Dispersion der Luft 50, 293.
- Ketteler, E., Dispersionsformel 49, 382. — Theorie des Lichtes und der doppelten Brechung 49, 509.
- Kleiner, A., Durch dielectricche Polarisation erzeugte Wärme 50, 138.

Klemenčič, I., Absorption und Verzweigung electricischer Schwingungen in Drähten 50, 456.

Klemenčič, I., u. P. Czermak, Interferenz electricischer Wellen in der Luft 50, 174.

Koch, K. R., Galvanische Polarisation an kleinen Electroden 48, 734. — Messung des Leitungsvermögens dielectricischer Flüssigkeiten 50, 482.

König, W., Hydrodyn.-akustische Untersuchungen 50, 639.

Kohlrausch, F., Electricische Widerstandsbestimmung mit Wechselströmen 49, 225. — Geschwindigkeit electrolytischer Ionen 50, 385.

Kohlrausch, F., u. W. Hallwachs, Dichtigkeit verdünnter wässeriger Lösungen 50, 118.

Kohlrausch, F., u. F. Rose, Electricische Bestimmung der Löslichkeit schwer löslicher Körper im Wasser 50, 127.

Konowalow, D., Eigenschaften der Lösungen von Aminen mit Säuren 49, 733.

Kossel, A., u. A. Raps, Blutgaspumpe 49, 220.

Krigar-Menzel, O., Zerlegung geradliniger Schwingungsfiguren 49, 545.

Krigar-Menzel, O., u. A. Raps, Bewegung gezupfter Saiten 50, 444.

Kümmell, G., Electricische Vorgänge zwischen verschieden concentrirten Lösungen 50, 383.

Kundt, A., Hall'sches Phänomen in Eisen, Kobalt und Nickel 49, 257.

L.

Lehmann, E. W., Photometer 49, 672.

Lehmann, H., Magnetisirung radial geschlitzter Eisenringe 48, 406.

Levy, M., Differentialgalvanometer 49, 196.

Lohnstein, Th., Capillaritätsconstanten 48, 207.

Lommel, E., Darstellung der äquipotentialen Linien in durchströmten Platten. Hall'sches Phänomen 48, 462. — Aequipotential- und Magnetkraftlinien 49, 539. — 50, 316. — Aequipotential- und

Magnetkraftlinien. Zum Hall'schen Phänomen 50, 320. — Objective Darstellung von Interferenzerscheinungen in Spectralfarben 50, 325.

Lorberg, H., Weber'sches Grundgesetz 49, 392.

Lüdtke, H., Silbermodifikationen 50, 678.

M.

Maey, E., Beugung des Lichtes an einem geraden Rande 49, 69.

O.

Oberbeck, A., Colloidales Silber 48, 745. — Dünne Oelschichten auf einer Wasseroberfläche 49, 366.

P.

Paschen, F., Gesamtmission glühenden Platins 49, 50. — Bolometrische Untersuchungen im Gitterspectrum 49, 272. — Emission erhitzter Gase 50, 409.

Precht, J., Ausströmen der Electricität aus Spitzen 49, 150.

Pringsheim, E., Kirchhoff'sches Gesetz und Strahlung der Gase 49, 347.

Q.

Quincke, G., Magnetische und electricische Messinstrumente 48, 25.

R.

Raps, A., Quecksilberluftpumpe 48, 377. — Luftschwingungen 50, 193. s. Kossel.

Reiff, R., Fortpflanzung des Lichtes in bewegten Medien 50, 361.

Richarz, F., Kinetische Theorie mehratomiger Gase 48, 467. — Gesetz von Dulong und Petit 48, 708.

Riecke, E., Electricische Fläche im Turmalin 49, 421. — Thermodynamik des Turmalins und mechanische Theorie der Muskelcontraction 49, 430. — Moleculartheorie der piezoelectricischen und pyroelectricischen Erscheinungen 49, 459.

Rose, F., s. Kohlrausch.

Rubens, H., s. du Bois.

Runge, C., s. Kayser.

Ruoss, H., Brechungsexponenten für Flüssigkeiten durch Spiegelablesung 48, 531.

Rydberg, J. R., Linienspectren 50, 625.

S.

Schulze-Berge, Rotationsluftpumpe 50, 268.

Schneider, E. A., s. Barus.

Sella, A., u. W. Voigt, Zerreissungsfestigkeit von Steinsalz 48, 636.

Silberstein, L., Bewegung eines electricisirten Körpers in einem Dielectricum 48, 262.

Streintz, Fr., Secundärelement 49, 564.

V.

Voigt, W., Drillungsfestigkeit von Steinsalzprismen 48, 657. — Zerreissungsfestigkeit von Bergkry stall und Flussspath 48, 663. — Elasticitätsconstanten quasi-isotroper Metalle 48, 674. — Elasticitätsconstanten fester Körper 49, 396. — Constanten der thermischen Dilatation und des thermischen Druckes für quasi-isotrope Metalle 49, 697. — Specifische Wärmen c_p und c_v einiger quasi-isotroper Metalle 49, 709. — Elasticitätsconstanten des chlor-sauren Natrons 49, 719. — Erwiderung 50, 377. s. Sella.

W.

Wachmuth, R., Innere Wärmeleitung 48, 158.

Wesendonek, K., Electricische Entladungen 49, 295. — Spitzen-auströmmung 50, 476.

Wiechert, E., Elastische Nachwirkung für constante Temperatur 50, 335, 546.

Wiedemann, E. s. Ebert.

Wien, M., Inductionswaage 49, 306.

Wien, Willy, Obere Grenze der Wellenlängen bei Wärmestrahlung 49, 633.

Wiener, O., Gekrümmte Lichtstrahlen zur Untersuchung von Diffusion und Wärmeleitung 49, 105.

Winkelmann, A., Absoluter Werth der Wärmeleitung der Luft 48, 180. — Telephon bei electricischen Nullmethoden 48, 384. — Specifische Wärme verschieden zusammengesetzter Gläser 49, 401.

Y.

Yule, G. Udny, Durchgang electricischer Wellen durch Electrolytenschichten 50, 742.

Z.

Zahn, Georg H., Uebergang eines Stromes zwischen verschiedenen concentrirten Lösungen 48, 606.

Zehnder, L., Hertz'sche Versuche in objectiver Darstellung und Hochspannungsaccumulator 49, 549. — Reflexion und Resonanz Hertz'scher electricischer Schwingungen 49, 724.

Zsigmondy, R., Diathermanität wässriger Eisenoxydulsalzlösungen 49, 531. — Diathermanität einiger Gläser 49, 535.

Verhandlungen
der
Physikalischen Gesellschaft zu Berlin
im Jahre 1893.

Zwölfter Jahrgang.

Herausgegeben

von

Arthur König.



Leipzig, 1894.

Verlag von Johann Ambrosius Barth.
(Arthur Meiner.)

Verhandlungen

der Versammlung der Deutschen Naturforscher und Ärzte

zu Jena 1894

Verlag von

W. Engelmann



Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

*R. I.
H. V.

HAER
M. P.

Adre
*A. I.
*A. I.

*A. I.

*A.
*F.
Th.
*A.

W.

F. M.
O. I.
Rech

*E.

*H.

O. I.
A.
*B.
O. I.

geg

Inhaltsverzeichnis *).

	Seite
*R. P. PICTET. Ueber elektrische Schwingungen	1
H. W. VOGEL. Ueber eine neue Methode der vervielfältigenden Photographie in Naturfarbe	1
HAENTZSCHEL. Zur Potentialtheorie	6
M. PLANCK. Ein neues Harmonium in natürlicher Stimmung nach dem System von C. EITZ	8
Adresse an Hrn. E. DU BOIS-REYMOND	10
*A. RAPS. Ein photographisches Registrir-Instrument	11
*A. KUNDT. Zwei von Hrn. G. LIFFMANN hergestellte farbige Photo- graphien	11
*A. KUNDT. Ueber den Einfluss der Temperatur auf die elektro- magnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichtes in Eisen, Kobalt und Nickel	11
*A. RAPS. Eine selbstthätige Blutgaspumpe	12
*F. RICHARZ. Ueber das Gesetz von DULONG und PETIT	12
Th. GROSS. Ueber die Hauptsätze der Energielehre	12
*A. KUNDT. Ueber das HALL'sche Phänomen in Eisen, Kobalt und Nickel	20
W. WIEN. Ueber die Aenderung der Energievertheilung im Spec- trum eines schwarzen Körpers, gefolgert aus dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie	20
F. NEESEN. Ueber eine neue Quecksilberluftpumpe	21
O. FRÖLICH. Zur Theorie des Electromagnets	23
Rechenschaftsbericht über das abgelaufene Geschäftsjahr 1892/93 und Vorstandswahl	25
*E. PRINGSHEIM. Ueber die Strahlung von Lithium, Thallium und Kalium	25
*H. RUBENS. Ueber die Durchlässigkeit von Metallgittern für pola- risirte Wärmestrahlen	25
O. KRIGAR-MENZEL. Ueber die Abnahme der Schwere mit der Höhe	25
A. KÖNIG. Künstlicher Kehlkopf	25
*B. FRÄNKEL und SCHMID. Ueber eine sogenannte Pseudostimme	26
O. KRIGAR-MENZEL. Ueber die Bewegung gezupfter Saiten	26

*) Ueber die mit einem * versehenen Vorträge ist kein Referat gegeben.

	Seite
*W. WIEN. Ueber die obere Grenze der Wellenlänge in der Wärmestrahlung, gefolgert aus einer Eigenschaft HERTZ'scher Wellen und dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie . . .	28
*A. RAPS. Ueber die Untersuchungen von Luftschwingungen . . .	29
A. RAPS. Apparat zur Demonstration der AMPÈRE'schen Versuche . . .	29
F. NEESEN. Eine selbstthätige Quecksilberluftpumpe	30
O. FRÖLICH. Anwendung der verallgemeinerten WHEATSTONE'schen Brücke	31
A. BLÜMMEL. Apparat zur Demonstration der Lichtbrechung . . .	34
F. NEESEN. Ein Verfahren, Aluminium mit anderen Metallen zu überziehen	34
W. WIEN. Die Entropie der Strahlung	37
A. DU BOIS-REYMOND. Ueber OTTO LILIENTHAL's Versuche, das Fliegen zu lernen	42
H. HÄNSCH. Construction der verschiedenen NICOL'schen Prismen .	50
Mitgliederliste	51

Verhandlungen

der

Physikalischen Gesellschaft zu Berlin.

Fortschritte der Physik.

Der unter obigem Titel seit 1845 von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin herausgegebene Jahresbericht soll von nun an in derartig veränderter Weise erscheinen, dass neben Aufarbeitung der noch ausstehenden Bände für 1888 bis 1892 die folgenden Jahrgänge von 1893 an stets im Laufe des auf das Berichtsjahr folgenden Jahres herauskommen. An die Herren Fachgenossen richten wir daher die Bitte, dies beschleunigte Erscheinen der Zeitschrift dadurch unterstützen zu wollen, dass Separatabzüge der im Gesamtgebiet der Physik erscheinenden Arbeiten thunlichst frühzeitig an die Verlags- handlung von FRIEDRICH VIEWEG & SOHN in Braunschweig oder auch an die physikalische Gesellschaft zu Berlin NW, Neue Wilhelmstrasse 16a, eingesendet werden.

Sitzung vom 6. Januar 1893.

Vorsitzender: Hr. E. DU BOIS-REYMOND.

Hr. R. Pletet schilderte Versuche, welche die Hrn. SARASIN und DE LA RIVE in Genf über electrische Schwingungen an- gestellt haben.

Herr H. W. Vogel sprach dann:

Ueber eine neue Methode der vervielfältigenden
Photographie in Naturfarbe.

Ueber diesen Gegenstand hatte ich bereits die Ehre, der phys. Gesellschaft am 17. Juni 1892 unter Vorlage zahl- reicher Leimdruckproben Mittheilung zu machen.

Diese auch anderorts vorgelegten Farbendrucke haben nicht nur verschiedene Nachahmungen veranlasst, wie das bei jeder vielversprechend erscheinenden Erfindung eintritt, sondern es sind auch Interessenten für die Sache eingetreten, welche den Wirkungskreis derselben zu erweitern suchten. Der Druck von einer Leimplatte (vulgo Lichtdruckplatte) ist bis jetzt nicht

geeignet zum Buchdruck d. h. zur Herstellung von Druckplatten die ähnlich wie ein Letternsatz abgedruckt werden können.

Solche Illustrationen sind aber jetzt für Kunst, Wissenschaft, Industrie und Leben von höchster Bedeutung geworden, schon wegen der grossartigen Lieferungsfähigkeit; denn eine Buchdruckschnellpresse liefert an einem Tage so viel Tausende als eine Leimdruck(Lichtdruck)presse Hunderte. Noch vor 50 Jahren waren physikalische und andere naturwissenschaftliche Lehrbücher mit Abbildungen im Texte eine Seltenheit. VIEWEG & SOHN in Braunschweig waren wohl die ersten, die ein Personal von Holzschneidern heranzogen, das ihnen durch Schneiden von Holzstöcken, welche die zu druckende Figur in Hochrelief (ähnlich dem Letternsatz) darstellte, lieferte. Diesen mitten im Text hergestellten Abbildungen verdankt der VIEWEG'sche Verlag seine ungeheure Popularität.

Freilich ist die Arbeit des Holzschneiders nicht billig; sie wird um so theurer, je künstlerischer die Ausführung ist, so kostet ein solcher künstlerisch ausgeführter Holzschnitt von 7×8 cm Grösse an 150 Mk. Wesentlich billiger sind die rein schematisch in Linien ausgeführten Figuren in physikalischen und chemischen Lehrbüchern.

Zieht man nun die zahlreichen Fälle der neuern illustrierten Zeitungen heran, die grossartige Tafeln von 50 cm und mehr in künstlerischer Ausführung bringen, so wird man begreifen, wie hoch das Anlagekapital zur Herstellung einer einzigen Nummer solcher Zeitung ist. Nur die Masse d. h. eine zahlreiche Abonnentenschaar kann solche Unkosten decken.

Schon lange hat man sich deshalb bemüht, den Zeichner und Holzschneider zu umgehen und zwar durch Anwendung der Photographie. Die ersten Versuche der Art reichen zurück bis zum Jahre 1827, wo NICEPHORE NIEPCE mit einem sogenannten heliographischen Verfahren hervortrat, welches erlaubte, mit Hülfe des Lichtes Kupferstichplatten herzustellen, ohne eines Zeichners zu bedürfen. Er hatte entdeckt, dass eine Asphalt-schicht, wie man sie leicht durch Uebergiessen einer Kupferplatte mit einer Asphaltterpentinöllösung und Trocknen herstellen kann, im Lichte unlöslich (in Terpentinöl) wird.

Setzt man solche Platte unter einer Zeichnung dem Lichte aus, so halten die schwarzen Striche das Licht zurück, der

Asphalt bleibt unter denselben löslich, die weissen Stellen der Zeichnung lassen dagegen das Licht hindurchgehen, sodass hier der Asphalt unlöslich gemacht wird.

Wäscht man solche belichtete Platte alsdann mit Terpentinöl, so wird nur der löslich gebliebene Asphalt weggenommen und dadurch die Platte an allen Stellen, die durch Striche gedeckt waren, blossgelegt und dem Angriffe von Säuren (Aetze) zugänglich gemacht. So entsteht ein vertieftes Bild auf der Platte, völlig analog den bekannten durch DÜRER erfundenen Radirungen. Solche vertiefte Platte kann auch, ähnlich wie eine radirte Platte, in der Kupferdruckpresse abgedruckt werden.

Ganz anders wird das Resultat, wenn man von der Originalzeichnung ein negatives Bild in gewöhnlicher photographischer Manier aufnimmt. In dem Negativ sind alle schwarzen Striche der Zeichnung durchsichtig, der weisse Grund dagegen undurchsichtig. Deckt man solches Negativ auf eine Asphaltschicht, so werden die unter den durchsichtigen Strichen liegenden Stellen unlöslich, die anderen nicht. So bleibt beim Waschen der Schicht mit Terpentinöl ein unlösliches Bild in Asphalt zurück. Wird dieses mit Säure (Aetze) behandelt, so schützen die Striche das Metall vor Angriff der Säure, sie bleiben, indem die Säure alle blanken nebenliegenden Stellen auflöst, als höher ragendes Relief stehen und bilden so das Analogon eines Holzstockes für die Buchdruckpresse.¹⁾

In dieser Weise z. B. sind die Druckplatten von ANDRÉE'S geographischem Atlas hergestellt durch photographische Aufnahmen vorzüglicher Originalzeichnungen. 80 Karten sind hier für den billigen Preis von 20 Mk. geliefert. Solcher Preis könnte nimmermehr mit Hülfe des Holzschnittes erzielt werden. Dazu kommt die Schnelligkeit, mit welcher photographisch eine solche Druckplatte zu erzielen ist. Ein Holzstecher würde wochenlang daran zu thun haben; endlich die Treue der Wiedergabe, die photographisch leicht in verschiedenen Grössen erfolgen kann.

1) Der Sachkundige weiss, wie hierbei, um ein Unterätzen (Wegätzen) der feineren Striche zu vermeiden, noch verschiedene Vorsichtsmaassregeln getroffen werden müssen, auf welche hier nicht eingegangen werden kann. Dass man die Asphaltschicht auch durch eine Leimchromat-schicht ersetzen kann, die viel empfindlicher als Asphalt ist, setze ich als bekannt voraus (H. W. VOGEL, Lehrb. der Photogr. Berlin 1890, p. 99 etc.).

Natürlich machte man alsbald den Versuch, auch photographische Originalaufnahmen nach der Natur in dieser Weise zur Herstellung einer Buchdruckplatte (Hochdruckplatte) zu benutzen.

Hier stellten sich jedoch eigenartige Hindernisse ein. Ein Bild auf asphaltirtem Metall nach einem Original negativ zu erhalten, war nicht schwer. Man bemerkte bald, dass der Uebergang von Licht und Schatten (Halbton) in solchen Bildern aus dünnen und dicken zusammenhängenden Lagen von Asphalt bestand. Die nunmehr nothwendige Aetzung ergab aber, dass die dünnere Lage von Asphalt die Säure ebenso gut abhielt, wie die dickere. Der Halbton stellte sich daher nach der Aetzung nicht mehr als Halbton, sondern als eine einzige hoch herausstehende Fläche dar, die gleichförmig schwarz druckte.

Schon in dem Anfange der sechziger Jahre machte man in der hiesigen Reichsdruckerei Versuche, diesen Uebelstand zu überwinden, indem man den Halbton in Striche und Punkte zu zerlegen suchte. Man copirte das Negativ auf Asphalt, legte aber ein Netz dazwischen, dessen undurchsichtige Striche die Wirkung des Lichtes verhinderten; so bekam man als Copie ein durch ein Netz gebrochenes Asphaltbild, in welchem der durch das Netz gebrochene Halbton sich der Aetzung an den durchsichtigen Netzstellen bereits zugänglicher erwies. Dennoch war das Resultat noch nicht zufriedenstellend. In die Litteratur gelangte über die betreffenden Versuche nichts. Aus einer Probe, die Autor im Jahre 1864 sah, ging hervor, dass das Netz eine Maschenweite von fast 1 mm hatte.

Anders ging nun MEISENBACH zu Werke, der nach verschiedenen Versuchen ein auf Glas hergestelltes Netzwerk vor die photographische Aufnahmeplatte setzte und dadurch ein durch ein Netz gebrochenes Negativ erhielt. Er nahm ein Netz von viel engeren Maschen (4 Linien auf den Millimeter) und erreichte es in einer mechanischen Weise, die ich in meinem Handbuch der Photographie Bd. I, p. 111 auseinander-gesetzt habe, dass die Netzpunkte in dem Schatten des Originals ausbleiben, in dem Halbtone sich um so dichter zusammendrängten, je dunkler der Ton ist, um endlich nach dem Lichte hin dünner zu werden, ganz entsprechend den Strich- und Punktlagen der Zeichner oder Holzschneider.

Dieses Lichtzinkhochdruckverfahren hat nun eine ungemeine Popularität gewonnen. Unter dem seltsamen Namen Autotypie fand es alsbald seinen Weg 1881 von München nach Wien, dann nach Berlin und endlich ins Ausland.

Bei der praktischen Ausübung ergaben sich mancherlei Handgriffe, die hier nicht speciell geschildert werden können, deren Anwendung aber die Veranlassung bildet, dass manche „Autotypisten“ es zu einer ausserordentlich künstlerischen Wirkung brachten. Zu diesen gehörte von Ausländern in erster Linie der Deutsche KURTZ in Newyork. Derselbe brachte dem Lichtfarbendruck ein (vgl. meine Abhandlung, Juni 1892) so lebhaftes Interesse entgegen, dass er die Anwendung desselben im Buchdruck durchzuführen beschloss. Mein Sohn Dr. E. VOGEL ging zu diesem Zwecke 1892 nach Newyork. Das Resultat seiner vierteljährigen Arbeit mit KURTZ sind die vorliegenden Naturfarbenbuchdrucke. — Redner legt verschiedene solcher Aufnahmen theils nach Aquarell und Oelbildern, theils nach der Natur (Fruchstücke) vor.

Das Eigenartige des KURTZ'schen Verfahrens besteht darin, dass er auf ein Netzwerk, wie es bis dahin in der Autotypie üblich war, verzichtet, und sich einer Linienplatte (Gitter) bedient, welche vor die Aufnahmeplatte gestellt wird. Diese Linienplatte wird nun für jede folgende Platte (es sind drei nöthig, eine roth-, blau- und gelbempfindliche) um einen gewissen Winkel gedreht, der im vorliegenden Beispiele 45 und 90° beträgt und dadurch drei Negative erhalten, die auf Zink copirt und geätzt, dann mit den entsprechenden Farben abgedruckt den Naturfarbenbuchdruck liefern. KURTZ' Resultate haben auch andere angespornt, ähnliches zu machen.

Da über die angewendeten Verfahren noch nichts in die Oeffentlichkeit gelangt ist, bin ich nicht in der Lage, darüber genaueres mitzutheilen.

Sicher ist aber, dass wir nunmehr im Stande sind, durch die ungleich rascher arbeitende Buchdruckpresse Farbendrucke mit grosser Annäherung an die Naturwahrheit zu liefern, welche die Anerkennung von Künstlern allerersten Ranges gefunden haben.

In Newyork wird das Verfahren bereits praktisch ausgeübt. Die Vorbereitungen zur Ausübung in Deutschland und England sind im vollen Gange.

Sitzung vom 20. Januar 1893.

Vorsitzender: Hr. A. KUNDT.

Hr. Haentzschel spricht

zur Potentialtheorie

und berichtet insbesondere über einige Untersuchungen, die er über die Frage angestellt hat, für welche Körper ist es möglich, bei der Berechnung des Potentials die Potentialgleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

auf gewöhnliche Differentialgleichungen zu reduciren? Während nach den Entwicklungen des Hrn. A. WANGERIN dies nur für solche Rotationskörper ausführbar ist, deren Meridiancurve die ebene algebraische Isothermencurve

$$(1) \quad (x^2 + r^2)^2 + Ax(x^2 + r^2) + B(x^2 + r^2) + Cx^2 + Dx + E = 0$$

ist, weist der Vortragende auf die Arbeit des Hrn. H. A. SCHWARZ hin, die sich in ihrem Endresultat mit der von Hrn. WANGERIN deckt und nach der jede ebene algebraische Isotherme, die durch die Gleichungen

$$(2) \quad x + ir = F(t + iu) \text{ und } F^2(t + iu) = A_1 F^4 + B_1 F^3 + C_1 F^2 + B_1 F + A_1$$

definirt ist, eine Meridiancurve für die gedachten Rotationskörper liefert. Als Fundamentalcurve wird das cartesische Oval erkannt:

$$x^2 + r^2)^2 - 4x(x^2 + r^2)\rho - 4(x^2 + r^2)\left(\rho^2 - \frac{g_2}{8}\right) + 4x^2\rho^2 + 2x\left(\frac{g_2}{2}\rho + g_3\right) + \left(g_3\rho + \frac{g_2^2}{16}\right) = 0,$$

das durch eine Inversion mit reellen Coefficienten die oben angegebene Curve (1) des Hrn. WANGERIN, durch eine solche mit complexen Coefficienten die Curve

$$(3) \quad A(x^2 + r^2)^2 + Bx(x^2 + r^2) + Cr(x^2 + r^2) + Dx^2 + Er^2 + Fxr + Gx + Hr + J = 0$$

liefert. Aus der letzteren gehen, wenn $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ gesetzt wird, Rotationskörper 8. Ordnung hervor. Ein von Hrn. WEIERSTRASS für (2) gegebener Integralausdruck, im Sinne der

conformen Abbildung gedeutet, liefert sogar Curven 16. Ordnung, denen Rotationskörper von der 32. Ordnung entsprechen. Wird die Transformationstheorie der elliptischen Functionen auf (2) angewandt, so erkennt man, dass die Zahl der Meridiancurven leicht ins unbegrenzte gesteigert werden kann. Werden die entsprechenden Rotationskörper als Sonderfälle von gewissen dreiachsigen Körpern aufgefasst, so ersieht man, dass den Rotationskörpern, deren Meridiancurve durch Gleichung (1) gegeben ist, das dreifach-orthogonale DARBOUX'sche Cyclidensystem zuzuordnen ist; letzteres ist also als der Grenzfall neuer orthogonaler Flächensysteme anzusehen, die für die Physik die Bedeutung von Isothermenflächen haben.

Was die analytische Seite des Problems betrifft, so wird darauf hingewiesen, dass für Rotationskörper die Lösung desselben von der Untersuchung der LAMÉ-WANGERIN'schen Functionen 2. Ordnung abhängt, von denen zwei Typen unterschieden werden. Die vom ersten Typus sind durch die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 y}{d u^2} = \left\{ (m^2 - \frac{1}{4})(p u - e_\lambda) - h^2 \right\} y$$

gegeben, welche an der Grenze für $e_\kappa = e_\lambda$ in die reducirte Form der Differentialgleichung der LAPLACE'schen bzw. Kugelfunctionen übergeht, bei einem weiteren Grenzübergang für $e_i = e_\kappa = e_\lambda = 0$ die reducirte Form der Differentialgleichung der BESSEL'schen Functionen ergibt; diejenigen vom zweiten Typus sind durch die Gleichung

$$\frac{d^2 y}{d u^2} = \left\{ (m^2 - \frac{1}{4}) \frac{(e_\lambda - e_i)(e_\lambda - e_\kappa)}{p u - e_\lambda} - h^2 \right\} y$$

gegeben, die an der Grenze die Exponentialfunction definirt. Es bedeutet dabei $p u$ die von Hrn. WEIERSTRASS definirte Function.

— Es werden Resultate angedeutet, die sich auf die LAMÉ'schen Functionen höherer Ordnung beziehen und eine Verallgemeinerung der Untersuchungen des Hrn. HERMITE darstellen, die derselbe über die LAMÉ-HERMITE'schen Functionen zweiter Ordnung angestellt hat. — Schliesslich wird der Begriff der Cylinderfunction höherer Ordnung gegeben und im besonderen darauf hingewiesen, dass die Function des elliptischen Cylinders in convergente trigonometrische Reihen nicht entwickelt werden kann — einen von Hrn. BRUNS behandelten

Sonderfall ausgenommen — und dass die Reihen in HEINES Handbuch der Kugelfunctionen, Theil I, falsch sind.

Auf eine Anfrage des Hrn. HAMBURGER, den letzteren Punkt betreffend, erklärt der Vortragende, dass er für die Function des elliptischen Cylinders gerade solche divergente Reihenentwickelungen erhalten habe, wie Hr. POINCARÉ bei seinen allgemeineren Untersuchungen.

Die ausführlichere Darstellung des soeben Gegebenen findet sich in den „Studien über die Reduction der Potentialgleichung auf gewöhnliche Differentialgleichungen. Ein Anhang zu HEINE's Handbuch der Kugelfunctionen. Berlin, 1893, Georg Reimer“, welche Abhandlung des Vortragenden demnächst erscheinen wird.

Hr. M. Planck demonstrierte

ein neues Harmonium in natürlicher Stimmung nach dem System von C. EITZ.

Das Instrument ist von Hrn. CARL EITZ in Eisleben construiert, von der Pianofortefabrik SCHIEDMAYER in Stuttgart im Auftrag der preussischen Staatsregierung erbaut und dem Institut für theoretische Physik in Berlin überwiesen worden, wo es mit gütiger Erlaubniss des Hrn. A. KUNDT im physikalischen Institut der Universität aufgestellt ist.

Der Umfang beträgt $4\frac{1}{2}$ Octaven: vom Contra *F* bis zum dreigestrichenen *c*. Jede Octave enthält 104 verschiedene Töne, welche in folgendem Schema¹⁾ veranschaulicht sind.

Jede Horizontalreihe enthält reine Quinten bez. Quarten, jede nach rechts aufsteigende Diagonalreihe grosse Terzen bez. kleine Sexten, und daher jede nach rechts absteigende Diagonalreihe kleine Terzen bez. grosse Sexten. Die Exponenten 0, + 1, - 1, ... beziehen sich auf die Tonunterschiede in Vielfachen eines syntonischen Komma (81/80). Auch das pythagoräische Komma (ca. 74/73) lässt sich auf dem Instrument angeben, z. B. as^0gis^0 , ebenso das Schisma (ca. 887/886), z. B. f^0eis^{-1} ,

1) Vgl. A. v. Oettingen, Harmoniesystem in dualer Entwicklung, 1866; S. Tanaka, Studien im Gebiete der reinen Stimmung, 1890; C. Eitz, Das mathematisch-reine Tonsystem, 1891.

nahezu auch die natürliche Septime ($7/4$), z. B. $g^0 f^{-1}$, welches Intervall noch um ca. 301/300 zu gross ist.

Zur Hervorbringung dieser 104 Töne dienen 52 Tasten in der Octave, von denen 13 grün, 13 blau, 13 weiss und 13 roth gefärbt sind. Die grünen Tasten geben die 13 Töne der Quintenreihe I oder die der Quintenreihe V, je nach der Stellung eines Zuges, indem jede Taste auf einen der in correspondirender Lage befindlichen Töne beider Reihen anspricht (z. B. auf *gis*⁴ oder auf *as*⁰), die blauen Tasten geben die Töne der Reihe II oder die der Reihe VI, die weissen die Töne der Reihe III oder der Reihe VII, und die rothen die der Reihe IV oder der Reihe VIII. Man kann also durch Registerstellung 4 beliebige Quintenreihen, die verschiedenfarbigen Tasten entsprechen, miteinander combiniren.

Die Anordnung der Tasten auf dem Manual richtet sich nach der Tonhöhe, wie auf den gewöhnlichen temperierten Instrumenten, indem die Tasten mit nur kommatisch verschiedenen Tönen (z. B. c^{-1} c^0 c^{+1} *his*⁻²) hintereinander angebracht sind. Der Mechanismus functionirt zufriedenstellend, die Spielart ist bei einiger Uebung verhältnissmässig bequem.

Der Vortragende besprach sodann einige beim Studium des Instruments gesammelte Erfahrungen von musikalischer Bedeutung, mit deren weiterer Ausarbeitung er gegenwärtig noch beschäftigt ist, und belegte dieselben durch verschiedene Beispiele.

[illegible]

Sitzung vom 10. Februar 1893.

Vorsitzender: Hr. A. KUNDT, dann Hr. E. DU BOIS-REYMOND.

Die Gesellschaft beschliesst einstimmig ihren Ehrenvorsitzenden Hrn. E. DU BOIS-REYMOND am 11. Februar durch eine Adresse zu begrüßen und genehmigt deren Wortlaut in folgender von Hrn. A. König vorgeschlagenen Fassung.

Hochgeehrter Herr!

In der grossen Schaar, die sich Ihnen am heutigen Tage glückwünschend naht, stehen mit Recht die Vertreter der biologisch-medicinischen Wissenschaften in vorderster Reihe; ist es doch die medicinische Doctorwürde, welche heute nach einem halben Jahrhundert feierlich erneuert wird.

Wenn nun aber auch die Physik Sie für sich in Anspruch nimmt, so hat sie darauf ein festgegründetes gleichsam historisches Anrecht. Denn sie kann dankbaren Sinnes daran erinnern, dass bereits Ihr Vater FELIX HENRI DU BOIS-REYMOND in der ersten physikalischen Vorlesung an der neugegründeten Berliner Universität als Assistent zugegen war, und sie begrüsst in Ihnen einen der Stifter und den nunmehrigen Ehrenvorsitzenden der Berliner Physikalischen Gesellschaft.

Schon Ihre erste Arbeit „Ueber den Froschstrom und die electromotorischen Fische“ lehrte zugleich mit der dasselbe Thema geschichtlich behandelnden Dissertation, dass die Richtung Ihrer Studien wesentlich eine physikalische war.

Dasselbe Gebiet, welches GALVANI, ALEXANDER VON HUMBOLDT und NOBILI, ersten Entdeckungsreisenden in entlegenen Ländern gleich, auf schmalen Pfaden nur an der Grenze betreten hatten, ward von Ihnen in stets siegreichem, freilich keineswegs mühelosem Eroberungszuge nach allen Richtungen durchstreift und schnell wurde die Electrophysiologie unter Ihren Händen zu einer wohlangebauten, bis in ferne Zeiten vollen Ertrag versprechenden Provinz, die, zwischen Physik und Physiologie gelegen, von beiden als ihrem Reiche angehörig betrachtet wird.

Viel zu weit würde es führen, dessen im Einzelnen zu gedenken, was Sie an Methoden und Apparaten ersannen, an letzteren grossentheils sogar zum erstenmale mit eigener Hand

erbauten. Fast könnte man sagen, die physikalischen Gewinnste Ihrer Arbeit seien so sehr in die Praxis des Experimentirtischen und des Laboratoriums übergegangen, dass man sie als etwas Selbstverständliches nimmt und nicht mehr nach ihrem Ursprunge fragt. Wie wenige des heute aufstrebenden Geschlechtes denken noch daran, dass erst durch Ihren Scharfsinn und Ihre Ausdauer der Multiplicator mit dem stromprüfenden Froschpräparat an Empfindlichkeit wetteifern kann, dass Ihr Auge zuerst an dem aperiodisch schwingenden Bussolenspiegel stetig sich ändernde Stromintensitäten auch stetig verfolgte.

Gelehrte Gesellschaften aber haben die schöne Pflicht, strenge Hüterinnen historischen Sinnes zu sein. Freudig und stolz erinnern wir uns und die Mitwelt daran, was Ihnen die Wissenschaft schuldet.

Wohl haben Sie einst im Verein mit gleichstrebenden Jugendgenossen die Lebenskraft, den rhodischen Genius der Alten, verbannt, wir nehmen jedoch am heutigen Tage das schöne Gleichniss wieder auf und wünschen aus vollem Herzen, möge bei Ihnen noch lange der rhodische Genius seine lodernde Fackel drohend erheben, möge seines Auges Herrscherblick Sie noch lange erhalten der Menschheit und unserer Gesellschaft zum Stolz.

Berlin, den 11. Februar 1893.

Die Physikalische Gesellschaft zu Berlin.

Hr. A. Raps demonstrierte

ein photographisches Registrir-Instrument.

Hr. A. Kundt projecirte

zwei von Hrn. G. LIPPMANN hergestellte farbige Photographien.

Hr. A. Kundt sprach dann

über den Einfluss der Temperatur auf die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichtes in Eisen, Kobalt und Nickel.

Sitzung vom 24. Februar 1893.

Vorsitzender: (i. V.) Hr. B. SCHWALBE.

Hr. A. Raps demonstrierte

eine selbstthätige Blutgaspumpe,

die er nach gemeinsamen mit Hrn. A. Kossel ausgeführten Versuchen construiert hat.

Hr. F. Richarz sprach darauf

über das Gesetz von DULONG und PETIT.

Der Inhalt des Vortrages wird ausführlich in Wied. Ann. veröffentlicht werden.

Hr. Th. Gross spricht dann

über die Hauptsätze der Energielehre.

Das Princip von der Erhaltung der Energie ist ein unbedingtes Kriterium für die Möglichkeit jeder Naturauffassung, aber es bestimmt seinem Wortlaute nach nicht, in welcher Richtung die Energieverwandlungen erfolgen. In dieser Beziehung suchen der sogenannte Grundsatz von CLAUSIUS und der ihm verwandte von THOMSON, auf deren Unterschiede ich hier nicht einzugehen brauche, eine Ergänzung zu geben. Nach dem ersteren kann ein Wärmeübergang aus einem kälteren in einen wärmeren Körper nicht ohne Compensation durch eine andere gleichzeitig erfolgende Aenderung stattfinden, wogegen der entgegengesetzte Uebergang uncompensirt möglich sein soll. CLAUSIUS benutzt diesen Satz erstens zu seiner Erörterung der Kreisprocesse, über die ich in früheren Vorträgen gesprochen habe, und zweitens sucht er nach dem Vorgange von Sir W. THOMSON mittels dessen das schliessliche Ziel zu bestimmen, dem die Entwicklung der Natur zustreben soll. In der Natur sollen nämlich die uncompensirten die compensirten Energieverwandlungen überwiegen, und das Weltall dadurch allmählich in einen Zustand gelangen, „wo die Kräfte keine neuen Bewegungen mehr hervorbringen können und keine Temperaturdifferenzen mehr existiren.“

Diese Schlüsse dürften zu grossen erkenntnisstheoretischen Schwierigkeiten führen, worauf ich jedoch hier nicht eingehe; vielmehr will ich durch rein physikalische Erörterungen den richtigen Standpunkt zur Beurtheilung des CLAUSIUS'schen Satzes und damit zusammenhängender Probleme zu gewinnen suchen.

Es drängt sich sofort die Bemerkung auf, dass jener unverwandelbare Zustand, in den alle Energie übergehen soll, überhaupt nicht mehr Energie wäre. Würde von irgend einer Energieform, z. B. der Wärme, ein gewisser Betrag unbedingt unübertragbar, so könnte er weder durch die Empfindung wahrgenommen, noch mittels eines Thermometers gemessen werden und er hätte auch kein Arbeitsäquivalent, wofür keine Entschädigung dadurch gegeben wäre, dass er ein solches früher einmal hatte. Der angenommene unübertragbare Zustand besässe also nicht die wesentlichen Merkmale der Wärme genannten Energieform, und es wäre unberechtigt, ihn mit dieser durch irgendwelche Hypothese zu identificiren. Die Zunahme eines in der Natur etwa vorhandenen unübertragbaren Wärmequantums entspräche daher thatsächlich einem Energieverlust. Zu demselben Resultate gelangt man auch durch rein analytische Erwägungen, indem man die Energie U eines isolirten Systems mittels des Principes der lebendigen Kräfte darstellt. Denn ist zur Zeit t W dessen verwandelbare lebendige Kraft, L dessen verwandelbare Arbeit, $c \geq 0$ dessen unverwandelbare Energie, so ist $U = W + L + c = \text{const.}$, und $dU = dW + dL + dc = 0$. Da aber nach der Annahme c unverwandelbar ist, so hat dc ein Aequivalent weder in dW noch in dL und muss somit Null sein, oder es ist $c = \text{const.}$ Wenn also in einem isolirten Systeme unverwandelbare Energie vorhanden ist, so muss ihr Betrag constant sein. Die Annahme, dass sie sich ändert, kommt darauf hinaus, dass in der Gleichung $U = \text{const.}$ die Constante einen anderen Werth erhält, was mit einem Entstehen oder Verschwinden von Energie gleichbedeutend wäre.

In der Natur lässt sich nun jedes System zu einem isolirten ergänzen: denn ein System, das die Aequivalente aller darin betrachteter Energieänderungen enthält, ist in Bezug auf sie ein isolirtes. Die Natur kann daher als eine Summe

isolirter oder, wie ich sie lieber nennen will, vollständiger Systeme aufgefasst werden.

Wird der verwandelbare Betrag einer Energieform als ihre Actualität bezeichnet, so ergibt sich also aus dem Vorstehenden der Satz:

Die Actualität jeder Energieform ist constant.

Hieraus ist schon zu schliessen, dass in der Natur jeder Energieübergang durch einen entgegengesetzten compensirt wird; da dieser Schluss jedoch der Erfahrung zu widersprechen scheint, will ich das vorliegende Problem auf einem anderen Wege ausführlich erörtern.

Ich gehe wiederum von allgemeinen, aus dem Princip von der Erhaltung der Energie gezogenen Folgerungen aus.

Die Differenz zweier Energiewerthe ist wiederum Energie, denn beide Grössen sind Arbeiten äquivalent, deren Differenz ebenfalls eine Arbeit ist. Also fordert die Aenderung einer Energiedifferenz in einem isolirten Systeme ein sie compensirendes Aequivalent. Sind z. B. in einem solchen die beiden, in denselben Einheiten gemessenen Energiewerthe W_1 , W_2 gegeben und nimmt W_1 um dW_1 ab und W_2 um dW_2 zu, wobei eine der beiden Aenderungen auch Null sein kann, so ändert sich die Differenz $W_1 - W_2$ um $dW_1 + dW_2$. Da aber die gesammte Energie des Systems constant ist, so muss entweder $dW_1 = -dW_2$ sein, wo denn keine Aenderung der genannten Differenz erfolgen würde, oder es ist mit $dW_1 + dW_2$ eine Aenderung verbunden, die äquivalent $-(dW_1 + dW_2)$ ist.

Geht Energie von einer Masse M_1 zu einer Masse M_2 über, mit der sie ein vollständiges System bildet, und es ändert sich dadurch die Differenz der Werthe, die die Energie auf M_1 und M_2 hat, so muss nach dem Vorigen eine den Uebergang compensirende Aenderung vorhanden sein. Bleibt die genannte Differenz constant, so ist also der Uebergang compensirt. Hiernach bedingt jeder Energieübergang in einem vollständigen Systeme eine Compensation, die entweder in ihm selbst enthalten ist, oder durch einen anderen Vorgang gegeben wird.

Die Erfahrung lehrt nun, dass Wärmeübergänge von höherer zu niedrigerer Temperatur „von selbst“ stattfinden können. Also ist mit Rücksicht auf das Vorstehende zu

schliessen, dass derartige Uebergänge ihre Compensation in sich selbst enthalten. Dieser Punkt ist jetzt näher zu untersuchen.

Da jeder Werth der absoluten Temperatur irgend eines Körpers durch die absolute Temperatur eines als Thermometer dienenden Luftvolumens gemessen werden kann, und in letzterem die absolute Temperatur der darin als solche enthaltenen Wärme oder auch deren Intensität, d. h. deren in der Masseneinheit enthaltenen Betrage, proportional anzunehmen ist; so können die absoluten Temperaturen aller Körper Wärmemengen proportional gesetzt werden.¹⁾ Ist also ϑ_1 die mittlere absolute Temperatur der Masse M_1 und c_1 eine positive Constante, so ist die in der Einheit von M_1 enthaltene wahrnehmbare Wärme gleich $c_1 \vartheta_1$, deren in M_1 selbst enthaltener Betrag $W_1 = c_1 \vartheta_1 M_1$, und ein unendlich kleiner Theil $dW_1 = c_1 \vartheta_1 dM_1$ zu setzen. Dieser Ausdruck ist integrabel, da die Intensität als Function von M darstellbar ist. Wird M_1 eine unendlich kleine Wärmemenge zugeführt oder entzogen, so ändert sich seine Temperatur um $d\vartheta$; für diese Wärme wäre demnach eine mittlere Temperatur zwischen ϑ_1 und $\vartheta_1 \pm d\vartheta$ anzunehmen. Es ist aber bei Vernachlässigung unendlich kleiner Grössen höherer Ordnung $c_1 (\vartheta_1 \pm d\vartheta) dM_1 = c_1 \vartheta_1 dM_1$; also gilt der Ausdruck auf der rechten Seite für die genannte Wärme. Ist ferner $\vartheta_2 < \vartheta_1$ die mittlere absolute Temperatur der Masse M_2 , so ist für sie analog wie vorhin der Ausdruck $dW_2 = c_2 \vartheta_2 dM_2$ aufzustellen. Wird $\gamma c_1 dM_1 = c_2 dM_2$ gesetzt, worin γ eine positive endliche Grösse bezeichnet, so kann durch Ueberführung der Wärmemenge $\gamma c_1 \vartheta_1 dM_1 = c_2 \vartheta_1 dM_2$ von M_1 auf M_2 die Temperatur des letzteren um $d\vartheta$ erhöht werden. Da aber die Temperatur dieser Wärmemenge ϑ_1 ist, so muss sie um $\vartheta_1 - \vartheta_2$ abnehmen. Setzt man $\vartheta_1 = n \vartheta_2$, worin $n > 1$ eine ganze oder gebrochene Zahl bedeutet, so ist $c_2 \vartheta_1 dM_2 = n c_2 \vartheta_2 dM_2$; es ist also bei der Ueberführung von M_1 auf M_2 die durch die linke Seite dieser Gleichung dargestellte Wärmegrösse von höherer Intensität in die ihr gleiche, auf

1) Da hiernach die Temperatur eine Wärmemenge ist, kann sie nicht als ein integrierender Divisor, d. h. als eine rein abstracte Grösse definiert werden.

der rechten Seite stehende von geringerer Intensität umzuformen, und es ist die Frage, ob das für sich und vollständig geschehen kann.

Die Wärmemenge $c_2 \vartheta_1 dM_2$ gehört zu der Masse dM_2 ; hat ihre Intensität abgenommen, so muss sie entweder zu einer grösseren Masse als vorhin gehören, oder sich in andere Energieformen verwandeln. Sinkt ihre Intensität von ϑ_1 auf $\vartheta_2 = 1/n \vartheta_1$, so gehört demnach von der genannten Wärmemenge nur der Theil $c_2 \vartheta_2 dM_2$ als Wärme zu dM_2 , während der Rest $(n-1)c_2 \vartheta_2 dM_2$ Verwandlungen erleidet, die einer dM_2 entzogenen Wärme äquivalent sind. Wird nun die dM_2 zugeführte Wärme $c_2 \vartheta_2 dM_2$ als positiv gerechnet, so ist die ihm entzogene negativ anzusetzen.

Bei dem Uebergange von Wärme von höherer zu niedrigerer Temperatur treten also positive und negative Wärmegrössen auf, und es ist nun festzustellen, welchen Vorgängen die letzteren entsprechen.

Die positiv gerechnete Wärmemenge $c_2 \vartheta_2 dM_2$ ging erstens von M_1 auf dM_2 und zweitens von höherer zu niedrigerer Temperatur über; da beide Uebergänge getrennt stattfinden können, kommt jedem von beiden unabhängig von dem anderen ein bestimmtes Vorzeichen zu. Soll die genannte Wärmemenge positiv sein, so ist jedem von beiden dasselbe Vorzeichen zu geben, und zwar möge es positiv sein. Die negative Grösse $-(n-1)c_2 \vartheta_2 dM_2$ muss dann einem Vorgange entsprechen, worin zwei entgegengesetzte Vorzeichen multiplicirt werden, d. h. einem positiven Uebergange in negativer Richtung oder einem negativen Uebergange in positiver Richtung.

Es könnte also in diesem Vorgange, wenn er ganz allgemein betrachtet wird, Wärme von dM_2 auf andere Massen (negativ) und zugleich von höherer zu niedrigerer Temperatur (positiv) übergehen. Ist aber, wie in jedem in der Natur vorhandenen Systeme, die Differenz zwischen der in ihm enthaltenen höchsten und niedrigsten Temperatur endlich, so muss darin mit jedem Wärmeübergange von höherer zu niedrigerer Temperatur ein entgegengesetzter, oder eine Verwandlung von Wärme in andere Energieformen verbunden sein. Geht z. B. dW_1 von M_1 und ϑ_1 zu M_2 und ϑ_2 über, und es entsteht dort dW_2 , so ist $dW_1 + dW_2$ zu compensiren. Soll dieses durch

einen Wärmeübergang von höherer zu niedrigerer Temperatur geschehen, so ist dieser so darstellbar, dass $M_1 dW_2$ abgibt und dafür M_2 mit der Temperatur $\vartheta_3 < \vartheta_2$ dW_1 aufnimmt. Die Wärmeänderungen von M_2 heben sich dann auf und es bleibt nur der Uebergang von ϑ_1 zu ϑ_3 übrig, der wie derjenige von ϑ_1 zu ϑ_2 zu erörtern ist etc., sodass die Reihe der Wärmeübergänge von höherer zu niedrigerer Temperatur schliesslich zu der tiefsten Temperatur gelangt, wo denn die Compensation nur noch durch die Verwandlung der Wärme in solche von höherer Temperatur oder in andere Energieformen geschehen kann. Ist $\vartheta_2 > \vartheta_1$, so ist die Wärmemenge $c_2 \vartheta_1 dM_2$ negativ; da sie dM_2 zugeführt wird (positiv), aber von niedrigerer zu höherer Temperatur (negativ) übergeht. Sie ist also einer dM_2 entzogenen Wärmemenge gleichzusetzen; es muss daher, wenn in diesem Vorgange ϑ_2 steigen soll, noch eine positive Wärmemenge vorhanden sein, die auf dM_2 von höherer zu niedrigerer Temperatur übergeht, oder äquivalente Verwandlungen erleidet. Es hat sich also Folgendes ergeben.

Die Wärmeübergänge von höherer zu niedrigerer Temperatur bedingen nothwendig eine Compensation, deren Aequivalent sie aber in sich selbst enthalten, indem ein Theil der übergehenden Wärme sich in moleculare oder mechanische Arbeit oder in Wärme von höherer Temperatur verwandelt, oder den genannten äquivalente Umformungen erleidet. Die Wärmeübergänge von niedrigerer zu höherer Temperatur erfordern dagegen eine Compensation durch Vorgänge, die von ihnen verschieden sind.

Ist $\vartheta_1 = \vartheta_2$ und folglich $n = 1$, so wird $(n-1)c_2 \vartheta_2 dM_2 = 0$; bei Wärmeübergängen zwischen gleichen Temperaturen würden sich also die verschwindende und die entstehende Wärme compensiren.

Als sich compensirende Grössen sind hier die Wärmedifferenzen, die durch einen Wärmeübergang entstehen und deren Arbeitsäquivalente miteinander verglichen. CLAUSIUS dagegen bezeichnet bekanntlich als Verwandlungswerthe die Quotienten aus den abgegebenen oder aufgenommenen Wärmemengen und ihren absoluten Temperaturen. Doch ist die CLAUSIUS'sche Bestimmung leicht auf die obige allgemeinere

zurückzuführen. Denn werden dW_1 , dW_2 durch Division mit ϑ_1 , ϑ_2 auf die Einheit der Intensität reducirt, so stellt

$$\frac{dW_1}{\vartheta_1} + \frac{dW_2}{\vartheta_2},$$

oder in der üblichen Bezeichnungsweise

$$\frac{dQ_1}{\vartheta_1} + \frac{dQ_2}{\vartheta_2}$$

einen Wärmeübergang dar, wobei die Temperatur constant und der folglich, wie erwähnt, in sich compensirt ist. Ein solcher hat aber kein Arbeitsäquivalent, und es muss daher

$$\frac{dQ_1}{\vartheta_1} + \frac{dQ_2}{\vartheta_2} = 0$$

sein. Werden die Grössen $c_2 \vartheta_1 dM_2$ und $c_2 \vartheta_2 dM_2$, deren Differenz $(n-1)c_2 \vartheta_2 dM_2$ einer aus Wärme entstandenen Arbeit äquivalent ist, durch ihre absoluten Temperaturen dividirt, so zeigt sich, dem Vorstehenden entsprechend, dass sie gleich sind. Ferner ist das Verhältniss der in Arbeit verwandelten zu der von dM_2 aufgenommenen Wärmemenge

$$n-1 = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} - 1$$

nur von den Temperaturen und nicht von der Natur der Massen abhängig. In der That müssen auch diese für Kreisprocesse festgestellten Resultate in dem isolirt angenommenen Systeme für jeden Vorgang gelten, da seine Energie constant, und demnach jeder Vorgang in ihm als ein Kreisprocess aufzufassen ist.

Analoges wie oben würde sich offenbar auch bei einer anderen Bestimmung der ursprünglichen, frei zu wählenden Vorzeichen ergeben.

Nimmt man an, dass M_1 und M_2 nur Wärme abgeben, bez. aufnehmen, dass der Wärmeübergang zwischen ihnen durch einen dritten Körper vermittelt wird, dessen endgültige Aenderung Null ist, und dass die aus Wärme entstehende Arbeit auf eine Masse übertragen wird, die nur Arbeitsänderungen erleidet, so hat man die Bedingungen, die bei der Darstellung der Kreisprocesse vorausgesetzt werden. Die oben entwickelten Resultate behalten auch für sie Geltung.

Die vorstehenden Erörterungen sind so wie auf die Wärme

auch auf die anderen Energieformen anzuwenden. Denn die Geltung der für die Wärmeübergänge abgeleiteten Formeln kann nicht von den gewählten Einheiten abhängen, und die Energiewerthe verschiedener Form sind durch ihr Wärmeäquivalent vollständig bestimmt darzustellen.

Der oben (p. 14) aufgestellte Satz kann nun auch in folgender Form ausgesprochen werden.

Alle Energieübergänge werden compensirt.

Es erklärt sich nun, dass die Wärme bei dem Uebergange von höherer zu niedrigerer Temperatur nicht vollständig in Arbeit verwandelt werden kann, sondern stets zum Theil als Wärme übergehen muss: denn der letztere Uebergang bietet die nothwendige Compensation der ersteren Verwandlung.

Nach den obigen Erörterungen ist die Entropie in einem isolirten oder vollständigen Systeme stets constant, ein Resultat, das sich auch ohne weiteres ergibt, wenn man daran festhält, dass die Wärme in dem Ausdrucke der Entropie eine von aussen zugeführte ist. Von einzelnen Physikern wird jedoch in besonderen Fällen eine Zunahme der Entropie isolirter Systeme angenommen.

So suchen sie die Hrn. BERTRAND¹⁾ und POINCARÉ²⁾ auf verschiedenen Wegen zu erweisen. Beide setzen jedoch dabei voraus, dass ein Wärmequantum von höherer zu niedrigerer Temperatur ohne Compensation übergehen kann, wogegen, wie oben gezeigt, dieser Vorgang seine Compensation in sich enthält, deren Aequivalent durch einen Theil der übergehenden Wärme geliefert wird. Hierdurch werden ihre Schlüsse hinfällig.³⁾

1) BERTRAND, Thermodynamique. Paris 1887. p. 268.

2) POINCARÉ, Thermodynamique. Paris 1892. p. 143.

3) Hr. PLANCK (Ueber den zweiten Hauptsatz der mechan. Wärmetheorie, München, Ackermann, 1879 u. Wied. Ann. **30**. p. 562. 1887) theilt sämtliche natürliche Prozesse in „natürliche“ und in „neutrale“ ein und stellt sich die neutralen als solche vor, „für deren Endzustand die Natur die gleiche Vorliebe hat, wie für deren Anfangszustand“, und die natürlichen als solche, „für deren Endzustand die Natur mehr Vorliebe hat, wie für den Anfangszustand“. Bei den natürlichen Vorgängen soll die Entropie positiv sein. Zum Beweise betrachtet Hr. PLANCK als einen typischen Vorgang solcher Art die Ausdehnung eines vollkommenen Gases ohne Arbeitsleistung, wobei das Entropiedifferential

$$dS = R \frac{dv}{v}$$

Die ausführlichere Darstellung der Erörterungen meines Vortrages behalte ich mir vor.

Sitzung vom 10. März 1893.

Vorsitzender: Hr. A. KUNDT.

Hr. A. Kundt spricht

über das HALL'sche Phänomen in Eisen,
Kobalt und Nickel.

Der Inhalt des Vortrages ist bereits in den Sitzungsberichten der Berliner Akademie veröffentlicht.

Hr. W. Wien trägt vor

über die Aenderung der Energievertheilung im Spectrum eines schwarzen Körpers, gefolgert aus dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie.

Der Inhalt des Vortrages ist bereits in den Sitzungsberichten der Berliner Akademie veröffentlicht.

nach ihm wesentlich positiv ist. Bekanntlich ist aber für diesen Vorgang $S = \text{const.}$ und folglich identisch $dS = 0$, wie auch aus „CLAUSIUS“ zu ersehen war. Es finden eben dabei abwechselnd unendlich kleine Volumen-Ausdehnungen und -Zusammenziehungen statt.

Verhandlungen

der

Physikalischen Gesellschaft zu Berlin.

Sitzung vom 28. April 1893.

Vorsitzender: Hr. A. KUNDT.

Hr. F. Neesen sprach

über eine neue Quecksilberluftpumpe.

Der wesentliche Theil der Pumpe besteht in einer Fallröhre, welche dort, wo dieselbe durch ein Glasrohr mit dem Recipienten in Verbindung steht, umbogen ist und dann in eine Capillare endigt, die an einem zum Zuführungsgefäss für Quecksilber leitendes Rohr angeschmolzen ist. Zunächst drückt ein Quecksilberdruck, dann bei eingetretener Verdünnung der äussere Luftdruck das Quecksilber durch die Capillare. Es sammelt sich in dem umbogenen Theile der Fallröhre ein Quecksilbertropfen, welcher, nachdem er gross genug geworden ist, abreisst und in der Fallröhre niederfällt. Während sich nun, durch die Capillare im Zuströmen verlangsamt, neues Quecksilber sammelt, dringt die Luft aus dem Recipienten dem fallenden Tropfen nach, wird von dem neuen sich bildenden Tropfen abgeschlossen und von letzterem nach seinem Abreissen vorgeschoben. Das Volumen dieser Luft ist grösser, wie das des Tropfens, und zwar um so grösser, je weiter die Verdünnung vorschreitet. Für das sichere Spiel ist die Anordnung der Capillaren bedeutungsvoll; bei derselben muss man für die Fallröhre einen solchen Durchmesser nehmen, dass der Tropfen eben noch zusammenhält, etwa 2,5 mm.

Eine bedeutende Erhöhung der Wirksamkeit tritt ein, wenn mehrere Fallröhren nebeneinander angeordnet werden. Zu dem Ende sind die Capillaren der einzelnen Röhren an ein gemeinschaftliches Zufussrohr angeschmolzen, ebenso die von den einzelnen Fallröhren zum Recipienten führenden Rohre.

Die Fallröhren sind auf ihrem oberen Theile nicht vertical, sondern etwas geneigt, damit der Tropfen sicherer zusammenhält.

Um mittels Wasserstrahlpumpe vorzupumpen, werden die Fallrohre nur 2,5 dm lang genommen; sie münden in eine weitere gemeinschaftliche Ablaufröhre *a*, die mit der Wasserpumpe in Verbindung steht, und weiter in eine verticale Ablaufröhre endigt.

Durch diese Vereinigung mit einer Wasserstrahlpumpe wird auch der Vortheil erzielt, dass das Quecksilber luftleer bleibt, weil es sich meist in einem durch die Wasserpumpe luftverdünnt erhaltenen Raume befindet. Um etwa doch noch vorhandene geringe Mengen von Luft zu fangen, hat das Rohr, an welches die Capillaren angeschlossen sind, vor der ersten dieser letzteren einen vertical aufrechtstehenden Ansatz.

Es erlaubt diese Pumpe wegen der Höhendifferenz zwischen dem Ablaufrohr *a* und dem Zulaufgefäss *B*, aus welchem das Quecksilber wieder emporgedrückt wird, die Anordnung einer sehr einfachen selbstthätig wirkenden Bedienung. Zu dem Ende lässt man das sich in der erwähnten Röhre *a* sammelnde Quecksilber in eine Glaskugel *A* mit drei Ansätzen laufen. Durch den einen Ansatz *b* fliesst das Quecksilber ein, er ist in *A* eingeschmolzen, reicht bis auf den Boden von *A* und hat ein Ventil, das durch einen Ueberdruck in *A* gehoben, letztere Kugel von *a* abschliesst. Mittels des zweiten Ansatzes *c* wird die Kugel *A* mit dem Zulaufgefäss *B* verbunden. Auch in dieser Verbindung ist ein Ventil angeordnet, um das Ueberlaufen des Quecksilbers von *B* nach *A* zu verhindern. Von dem dritten Ansatz *d* geht eine Verbindung zu einem Hahn, dessen Sitz ausser der mit *c* verbundenen Oeffnung noch zwei weitere hat, von denen die eine zu einer Leitung nach der Wasserstrahlpumpe, die andere nach der freien Luft führt. Das Hahnkücken hat eine aus zwei unter einem Winkel von etwa 20° sich treffenden Theilen bestehende Bohrung.

An einem am Hahnkücken angebrachten Arme hängt die Glaskugel *A*, an einem zweiten Arm ein Gegengewicht. Das Moment dieses hat, solange die Kugel *A* noch nicht gefüllt ist, das Uebergewicht, und hält den Hahn in einer solchen Stellung, dass *A* mit der Wasserpumpe in Verbindung steht. Füllt sich nun *A*, so gewinnt allmählich *A* Uebergewicht; der Hahn schlägt um und verbindet *A* mit der äusseren Luft. Nun fliesst das Quecksilber, weil *A* höher wie das Zulaufgefäss *B*

steht, in letzteres zurück. Ist A fast entleert, so gewinnt das Contragewicht wieder Uebergewicht, der Hahn schlägt um und das Spiel beginnt von neuem. Dass nicht sofort, wie etwas Quecksilber aus A nach B übergeflossen ist, der Hahn wieder umschlägt, wird durch die bei der Drehung des Hahnes eintretende Aenderung der Gabelarme, an welchen A und das Contragewicht angreifen, bewirkt.

Hr. O. Frölich sprach dann

zur Theorie des Electromagnets.

Die Theorie des Electromagnets hat durch die Arbeiten von HOPKINSON und KAPP eine wesentliche Förderung erfahren.

HOPKINSON hat, ausgehend von einem Satz von MAXWELL und THOMSON, eine Gleichung aufgestellt, welche für jeden Electromagnet die Beziehung zwischen Ampèrewindungen und Kraftlinien liefert, wenn dieselbe Abhängigkeit für die Volumeneinheit der verschiedenen Eisensorten durch Versuche ermittelt und in Curven dargestellt ist.

KAPP geht von der vor ihm von Anderen entwickelten Vorstellung des magnetischen Stromes aus, gibt eine dem OHM'schen Gesetz entsprechende Gleichung für die Abhängigkeit des magnetischen Widerstandes von der Sättigung eine Formel.

Sowohl HOPKINSON als KAPP haben Electromagnete von Dynamomaschinen mit gutem Erfolg berechnet; die KAPP'sche Sättigungsfunction hat sich indessen als unrichtig herausgestellt. Die beiden Darstellungsweisen sind bisher stets getrennt beschrieben worden; ein Versuch, dieselben zu vereinigen, wurde nicht bekannt.

Der Vortragende zeigte nun zunächst, wie diese Vereinigung hergestellt wird; es wird hierdurch die Vorstellung des magnetischen Stromkreises aus den Sätzen von MAXWELL und HOPKINSON bewiesen. Auch die KIRCHHOFF'schen Gesetze der Stromverzweigung lassen sich alsdann auf magnetische Stromkreise anwenden.

Die graphisch bekannte HOPKINSON'sche Function sowohl, als die von KAPP eingeführte Sättigungsfunction lassen sich nun durch Formeln darstellen, theils durch complicirtere,

welche die Functionen in deren ganzem Bereich mit genügender Genauigkeit darstellen, theils durch einfachere, welche nur im Bereich der praktisch vorkommenden Sättigungen gelten.

KENNELLY hatte bemerkt, dass der magnetische Widerstand für höhere Werthe der Ampèrewindungen eine lineare Function derselben sei. Vervollständigt man diese Formel dahin, dass sie für das ganze Gebiet der Ampèrewindungen richtig ist, so lassen sich aus derselben andere Formeln gewinnen, welche die Abhängigkeit der Ampèrewindungen, bez. des magnetischen Widerstandes von den Kraftlinien darstellen. Zweckmässig ist es, hierbei den Begriff des „Sättigungsverhältnisses“ einzuführen, d. h. das Verhältniss der vorhandenen Sättigung (σ) zu dem Sättigungsrest ($1 - \sigma$).

Für die praktisch vorkommenden Sättigungen gilt die Beziehung, dass der magnetische Widerstand eine lineare Function des Sättigungsverhältnisses ist.

Auf diese Weise wird eine Theorie gewonnen, aus welcher sich alle den Electromagnet betreffenden Fragen behandeln lassen.

Zunächst kann man nicht nur, wie bei HOPKINSON und KAPP, die Wirkung eines Electromagnets aus den Dimensionen berechnen, sondern auch die Dimensionen aus der gewünschten Wirkung bestimmen. Auch wird es möglich, aus Beobachtungen am fertigen Electromagnet und den Dimensionen dessen magnetische Constanten zu berechnen.

Auch die Beziehung, welche am fertigen Electromagnet zwischen den Kraftlinien und den Ampèrewindungen herrscht, lässt sich nun analytisch feststellen. Es zeigt sich, dass die bezügliche Formel, welche der Vortragende zur Grundlage einer Theorie der Dynamomaschine machte, für Electromagnete mit geringer Luftschicht genau gilt, und dass für solche mit grösserer Luftschicht die Correction sich angeben lässt. Jene Theorie der Dynamomaschinen erhält dadurch Begründung und Verbesserung aus der Theorie des Electromagnets.

Auch die Hysteresis oder Trägheit des Eisens lässt sich nun theoretisch mittels der für das mittlere magnetische Verhalten gefundenen Formeln und dem Begriff der Coercitivkraft, wie ihn HOPKINSON aufstellte, behandeln.

Sitzung vom 12. Mai 1893.

Vorsitzender: Hr. E. DU BOIS-REYMOND.

Hr. M. Planck legt den Rechenschaftsbericht über das abgelaufene Geschäftsjahr vor und erhält dafür die Entlastung. Sein Voranschlag für 1893/94 wird genehmigt. Der bisherige Vorstand der Gesellschaft wird darauf durch Zuruf wiedergewählt.

Hr. E. Pringsheim spricht

über die Strahlung von Lithium, Thallium und Kalium.

Der Inhalt des Vortrages wird anderweitig ausführlich veröffentlicht.

Sitzung vom 2. Juni 1893.

Vorsitzender: Hr. H. v. HELMHOLTZ.

Hr. H. Rubens sprach

über die Durchlässigkeit von Metallgittern für polarisirte Wärmestrahlen.

Die betreffenden Versuche waren gemeinsam mit Hrn. H. E. J. G. du Bois ausgeführt worden.

Hr. O. Krüger-Menzel berichtete darauf über die gemeinsam mit Hrn. F. Richarz angestellten Versuche

über die Abnahme der Schwere mit der Höhe.

Der Inhalt des Vortrages ist bereits in den Sitzungsberichten der Berliner Akademie veröffentlicht.

Sitzung vom 16. Juni 1893.

Vorsitzender: Hr. H. v. HELMHOLTZ.

Hr. A. König besprach einen von Hrn. J. WOLFF construirten

künstlichen Kehlkopf.

Der Vortrag gab eine Geschichte der bisherigen Versuche zur Construction künstlicher Kehlköpfe und erläuterte eingehend die Vortheile, welche der WOLFF'sche Kehlkopf gegenüber der früheren hat. Die Leistungsfähigkeit des WOLFF'schen

Kehlkopfes wurde demonstrirt, indem ein Patient, dem Hr. J. WOLFF den Kehlkopf wegen Carcinoms exstirpirt und nachher einen künstlichen Kehlkopf eingesetzt hatte, der Gesellschaft in dem grossen Hörsaale mit lauter Stimme etwas declamirte und sogar vorsang.

Hr. J. Wolff fügte einige erläuternde Bemerkungen hinzu.

Die als Gäste anwesenden Hrn. B. Fränkel und Schmid sprachen darauf

über eine sogenannte Pseudostimme

und stellten den betreffenden Patienten ebenfalls der Gesellschaft vor.

Hr. O. Krigar-Menzel trug dann vor über eine gemeinsam mit Hrn. A. Raps ausgeführte Untersuchung

über die Bewegung gezupfter Saiten.

Die Schwingungsfiguren wurden nach der an anderem Orte¹⁾ beschriebenen Methode photographirt und durch Anwendung eines eigens dazu construirten Zupfapparates, welcher die Saite nur in einer festen Ebene schwingen macht und welcher zugleich den photographischen Momentverschluss durch einen electricischen Contact auslöst, war es möglich, stets die ersten Perioden nach Beginn der Bewegung aufzunehmen, welche die interessantesten Erscheinungen zeigen.

Nach der gewöhnlichen Theorie der gezupften Saiten (vgl. HELMHOLTZ, Tonempf., Lehrbücher über theor. Akustik und über Anwendungen der FOURIER'schen Reihen) ist die Bewegung der gezupften Saiten

$$y = \frac{2 h l^2}{\pi^3 \cdot \xi (l - \xi)} \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{a^3} \sin a \pi \frac{\xi}{l} \cdot \sin a \pi \frac{x}{l} \cos a \pi t,$$

wo y die transversalen Verschiebungen der durch die Abscissen x gemessenen Seitenpunkte, l die Seitenlänge, ξ die Abscisse des gezupften Punktes, h die Höhe, um welche derselbe zu Anfang aus seiner Ruhelage gehoben ist, n die Zahl der in 2π Sec. ausgeführten Schwingungen, t die vom Beginne der Bewegung

1) O. KRIGAR-MENZEL und A. RAPS, Ueber Saitenschwingungen, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 32. p. 613—629 und Wied. Ann. 44. p. 623—641.

gezählt
bedeut

N
graph
stimmt

Fig. 1
dass

diesen
nehme

mehr
nehme

in dem
dies a

werde
fallen

gerad
allmä

die e
der V

kehrt

als n
angen

in di
zur

Mass
ihrer

stets

Mass
Kräf

die
sind

lasse
aus

ist,

Die
auch

gezählte Zeit und n die Ordnungszahl der Partialschwingungen bedeutet.

Nach dieser Theorie mussten die Schwingungsfiguren (die graphischen Darstellungen von y als Function von t für bestimmte Saitenpunkte x und ξ) dem Typus nach die Gestalt Fig. 1a besitzen. Aus den Photographien sieht man aber, dass nur die ersten Perioden nach Beginn der Bewegung diesem Verlaufe genau entsprechen; in den folgenden Perioden nehmen die ursprünglichen horizontalen Strecken der Figuren mehr und mehr zu-
nehmende Neigungen an in dem Sinne, wie Fig. 1d dies andeutet. Zugleich werden die steil abfallenden, ursprünglich geradlinigen Strecken allmählich gekrümmt, die convexe Seite nach der Vergangenheit gekehrt.

Fig. 1a.



Fig. 1b.



Fig. 1c.

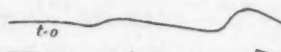


Fig. 1d.



Diese Veränderungen der Figuren kann man theoretisch als notwendige Folgen der Mithbewegung der sonst als starr angenommenen Saitenlager nachweisen. Führt man nämlich in die Rechnung statt der festen Endpunkte zwei im Vergleich zur Saitenmasse sehr schwere, aber transversal bewegliche Massenpunkte ein, welche durch starke elastische Kräfte nach ihrer Ruhelage hingezogen werden, und macht die praktisch stets zutreffende Annahme, dass die Eigenschwingungen dieser Massenpunkte unter dem alleinigen Einflusse ihrer elastischen Kräfte langsamer sind, als die Saitenschwingungen, so zeigt die Theorie, dass die Eigentöne der Saite nicht mehr $= an$ sind, wie im Idealfalle, sondern ein wenig höher, und zwar lassen dieselben sich mit Hülfe einer kleinen Grösse ε , welche aus den Constanten unseres mechanischen Systems gebildet ist, annähernd darstellen:

$$= an \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{a^2} \right).$$

Die Endpunkte der Saiten sind wegen ihrer Beweglichkeit auch nicht mehr genau die Knoten der in diesen Eigentönen

erklingenden Partialschwingungen, doch können diese kleinen Knotenverschiebungen keine mit der Zeit wachsende Veränderungen der Idealfigur erzeugen, und sollen der Kürze wegen hier ganz vernachlässigt werden. Die Bewegung ist dann nach der verbesserten Theorie:

$$y = \frac{2 h l^2}{\pi^2 \xi (l - \xi)} \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{a^2} \sin a \pi \frac{\xi}{l} \sin a \pi \frac{x}{l} \cos \left[a n \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{a^2} \right) \cdot t \right].$$

Wir zerlegen

$$\cos a n \left(1 + \frac{\varepsilon}{a^2} \right) t = \cos a n t - \frac{\varepsilon n t}{a} \sin a n t.$$

Dadurch zerfällt y in zwei Summen, deren erste mit dem Factor $\cos a n t$ identisch mit der Idealbewegung Gleichung (1) wird, deren zweite aber lautet:

$$\eta = - \frac{h l^2}{\pi^2 \xi (l - \xi)} \cdot \varepsilon n t \cdot \sum_{a=1}^{\infty} \frac{1}{a^3} \sin a \pi \frac{\xi}{l} \sin a \pi \frac{x}{l} \sin a n t.$$

Die Amplituden dieser zur Idealbewegung zu superponirenden Zusatzbewegung sind wegen des Factors ε sehr klein gegen diejenigen der Idealbewegung, sie werden aber wegen des Factors t proportional der Zeit wachsen, d. h. von Periode zu Periode ihre Beimischung deutlicher zeigen.

Die Gestalt dieser Zusatzbewegung, abgesehen von dem vor dem Summenzeichen stehenden Ordinatenmaassstab kann man leicht erkennen, wenn man die Summe in η nach t differentiirt. Dann erhält man nämlich wieder die Summe der Idealbewegung und kennt somit den Verlauf der Neigungen (das ist $\partial \eta / \partial t$).

Danach ist Fig. 1b gezeichnet. In Fig. 1c ist dem vor der Summe stehenden kleinen, aber proportional der Zeit wachsenden Maassstab und dem Minuszeichen Rechnung getragen, und Fig. 1d zeigt die Superposition von 1a und 1c und stimmt mit den photographirten Figuren sehr befriedigend überein.

Hr. W. Wien sprach darauf

über die obere Grenze der Wellenlänge in der Wärmestrahlung, gefolgert aus einer Eigenschaft HERTZ'scher Wellen und dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie.

Verhandlungen

der

Physikalischen Gesellschaft zu Berlin.

Sitzung vom 20. October 1893.

Vorsitzender: Hr. E. DU BOIS-REYMOND.

Hr. A. Raps sprach

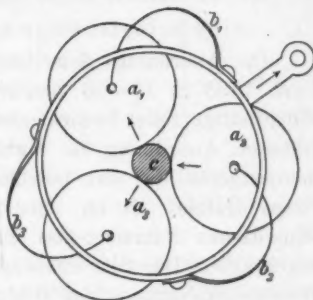
über die Untersuchungen von Lichtschwingungen.

Die Beschreibung der hierbei angewandten Methode und der erhaltenen Resultate wurde in Wied. Ann. Bd. 50. S. 193 veröffentlicht.

Hr. A. Raps führte dann einige

Apparate zur Demonstration der AMPERE'schen Versuche vor.

Um die Unannehmlichkeiten zu beseitigen, welche die Anwendung des Quecksilbers bei den Demonstrationen der AMPERE'schen Versuche mit sich bringt, hat sich der Vortragende bemüht, Apparate zu construiren, bei welchen der Gebrauch des Quecksilbers ganz vermieden ist. Es wurde dies durch zwei bewegliche Contactsysteme erreicht, von denen das eine den Strom in die beweglichen Leiter einführt, das andere den Strom aus denselben ableitet. Jedes dieser Systeme besteht aus drei sehr elastischen Federn, welche an ihren Enden drei Rollen, in Spitzen gelagert, tragen. Diese drei Rollen a_1 a_2 a_3 werden durch die Federn b_1 b_2 b_3 sanft gegen Contactcylinder c gepresst und besorgen auf diese Weise sowohl das Geschäft der Stromleitung als auch die Führung des beweglichen Leiters in der Verticalaxe an seinem unteren Ende. Die beiden Contactsysteme sind durch einen Ring aus isolirendem Material mit einander verbunden, ebenso die beiden Contactcylinder. Der be-



wegliche Stromleiter, welcher mittelst einer Nadel auf einem Achathütchen spielt, hat auf diese Weise sehr wenig Reibung in seinen beweglichen Theilen, da die Rollen mit grossem Durchmesser sich auf seiner kleinen Cylinderfläche abwälzen.

Es gelang auf diese Weise, AMPERE'sche Apparate von recht grossen Dimensionen herzustellen, welche so geringe Reibung besitzen, dass sie selbst durch den leisesten Luftzug in Bewegung gesetzt wurden. Die Rollensysteme können an die beweglichen Leiter der verschiedenen Apparate angesetzt werden, sodass man mit demselben Apparate alle Versuche ausführen kann. Ein Solenoid von 15 cm Durchmesser, 40 cm Länge mit 70 Windungen aus Aluminiumdraht stellte sich bei einer Stromstärke von 6 Amp. sicher in den magnetischen Meridian ein. Höchstwahrscheinlich lassen sich die meisten Apparate, welche die Wechselwirkungen zwischen Strömen und Magneten demonstrieren sollen, ohne Anwendung von Quecksilber auf ähnliche Weise herstellen.

Sitzung vom 3. November 1893.

Vorsitzender: Hr. E. DU BOIS-REYMOND.

Hr. F. Neesen zeigte vor

eine selbstthätige Quecksilberluftpumpe.

Die Anordnung derselben unterscheidet sich von der des Verf. 1893 S. 11—13 beschriebenen in Bezug auf den ein selbstthätige Spiel bewirkenden Theil. Es war hierzu bei der früheren Anordnung ein Hahn genommen, an welchem das Sammelgefäss für das fallende Quecksilber hing. An Stelle dieses Hahnes ist an dem mit der Ablaufröhre fest verschmolzenen Sammelgefäss ein Doppelventil mit Schwimmer angebracht. Der Sitz des einen Ventilkörpers steht mit einer Wasserstrahlpumpe, der Sitz des anderen Ventilkörpers mit der äusseren Luft in Verbindung. Ist das Sammelgefäss von Quecksilber entleert, so zieht die Schwere des Schwimmers das Ventil herunter, sodass Abschluss des Sammelgefässes gegen die äussere Luft, dagegen Verbindung mit der Wasserstrahlpumpe eintritt. Die Pumpe fängt an zu wirken, das in das Sammelgefäss fliessende Quecksilber hebt schliesslich den Schwimmer, sodass die Verbindung jenes Gefässes mit der

äusseren Luft hergestellt, dagegen die mit der Wasserstrahlpumpe abgestellt wird. Das Quecksilber fliesst nun, wie in der früheren Veröffentlichung näher angegeben ist, in das Gefäss zurück, aus welchem es durch den äusseren Luftdruck in die Pumpe zurückgetrieben wird.

Die Construction ist einfacher und dementsprechend billiger. Sie wird von Glasbläser STUHL in Berlin, Philippstrasse 22, ausgeführt.

Sitzung vom 17. November 1893.

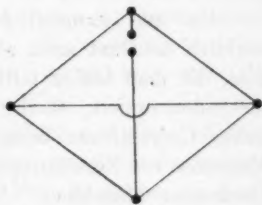
Vorsitzender: Hr. E. DU BOIS-REYMOND.

Hr. O. Frölich sprach über

Anwendungen der verallgemeinerten WHEATSTONE'schen Brücke.

Der von dem Vortragenden vor längerer Zeit (Wied. Ann. 30. S. 156 und Electro-techn. Zeitschr. 1886. S. 483) abgeleitete Satz der verallgemeinerten WHEATSTONE'schen Brücke hat eine Reihe von Anwendungen gefunden, über welche hier kurz berichtet wird.

Dieser Satz lautet dahin, dass, wenn in sämtlichen Zweigen der WHEATSTONE'schen Brücke electromotorische Kräfte wirken, die Widerstände der Seitenzweige in der bekannten Proportion stehen, wenn bei einer Widerstandsveränderung in dem einen Diagonalzweige der Strom in dem anderen Diagonalzweige gleichbleibt.



Ausser diesem Gleichgewicht der Widerstände gibt es bei diesem Schema noch ein Gleichgewicht der electromotorischen Kräfte; wenn eine gewisse Beziehung zwischen sämtlichen electromotorischen Kräften und den Widerständen der Seitenzweige und des festen Diagonalzweiges erfüllt ist, so bleibt der Strom in diesem letzteren ebenfalls gleich, wenn der andere Diagonalzweig verändert wird. Dieses Gleichgewicht hat aber die Eigenthümlichkeit, dass der Strom in dem veränderlichen Diagonalzweige stets Null ist.

In diesen beiden Sätzen sind sämtliche Nullmethoden, welche bisher zur Bestimmung von electromotorischen Kräften und Widerständen angewendet wurden, enthalten. Ferner kann man eine Anzahl derselben, bei welchen besondere Mittel angewendet sind, um im festen Diagonalzweige das Auftreten von Strom zu vermeiden, erheblich vereinfachen, wenn man auf gleichen Strom, nicht auf den Strom Null einstellt.

Die beiden Sätze gelten nur für constante electromotorische Kräfte und Widerstände; sind dieselben variabel, so treten Modificationen ein. Sind nur in einem Seitenzweige electromotorische Kräfte und Widerstand variabel, in den übrigen constant, so wird beim Widerstandsgleichgewicht nicht der Widerstand jenes Seitenzweiges bestimmt, sondern die folgende Grösse:

$$-\frac{dp}{dj} = -\frac{d}{dj}(e - jw) = w + j\frac{dw}{dj} - \frac{de}{dj},$$

wo w den Widerstand, e die electromotorische Kraft, j den Strom, p den Spannungsunterschied an den Enden jenes Zweiges bedeuten; hier kann namentlich das letzte Glied erhebliche Werthe annehmen, auch wenn der Unterschied der beiden Ströme, welche bei der Messung durch den Zweig geschickt werden, sehr gering ist.

Da nun namentlich die electromotorischen Kräfte nie wirklich constant sind, so ergibt sich hieraus, dass die Resultate, die man bisher mittelst der hierher gehörigen Brückenmethoden erzielt, theils unrichtig sind, theils nicht unerheblicher Correctionen bedürfen; es gilt dies hauptsächlich für Elemente von Zersetzungszellen, electriche Flammenbogen und electriche Maschinen. So ist z. B. die Methode von KOHL-RAUSCH zur Bestimmung von Flüssigkeitswiderständen keineswegs unabhängig von der Polarisirung, obschon diese letztere gering ist und ihre Richtung stets wechselt.

Sind in einem Körper electromotorische Kraft und Widerstand variabel, so ergeben Brückenmessungen diese Grössen nicht, sondern nur die Grösse dp/dj . Ist entweder die electromotorische Kraft oder der Widerstand constant und misst man bei verschiedenen Stromstärken, so kann durch ein Integrationsverfahren (vgl. Electrotechn. Zeitschr. 1891, 370) der variable Theil als Funktion der Stromstärke dargestellt werden.

Der Vortragende besprach alsdann die Anwendungen jenes Satzes auf Messungen an arbeitenden Dynamomaschinen und im Betriebe befindlichen Gleichstromanlagen.

Setzt man den rotirenden Anker einer Dynamomaschine in den Seitenzweig einer Messbrücke, so ergeben die Messungen ein scheinbares Wachsen des Ankerwiderstandes mit der Rotationsgeschwindigkeit.

Diese Erscheinung ist bisher darauf zurückgeführt worden, dass durch die Thätigkeit des Commutators eine Abtheilung der Ankerwicklung nach der anderen kurz geschlossen und geöffnet wird, und dass beim Füllen der geöffneten Abtheilung mit Strom Selbstinduction auftritt, welche sich bei der Brückenmessung als Zunahme des Widerstandes äussert. Wendet man hierauf die obige für variable electromotorische Kraft geltende Betrachtung an, so erkennt man, dass ausser der Selbstinduction noch die Veränderung des Magnetismus der Dynamomaschine durch den Strom eine ähnliche Wirkung haben könne.

Getrennte Untersuchungen und Bestimmungen dieser beiden Grössen haben nun gezeigt, dass der Einfluss der Selbstinduction viel geringer ist als derjenige der Veränderlichkeit des Magnetismus, dass also die scheinbare Zunahme des Ankerwiderstandes hauptsächlich von dieser letzteren herrührt.

Eine electricische Centralanlage ist ein Leitersystem von sehr complicirter Verzweigung mit electromotorischen Kräften und vielen Isolationsfehlern, in welchem sich alle Eigenschaften fortwährend verändern.

Um die Gesamttisolation einer solchen Anlage während des Betriebes zu messen, gibt es allerdings Methoden, welche nicht auf Brückenmessung beruhen. Man kann aber auch die ganze Anlage als einen einzigen, mit electromotorischer Kraft und Widerstand behafteten Körper betrachten und denselben in die Brücke einschalten; man erhält alsdann den Isolationswiderstand unabhängig von der electromotorischen Kraft.

Die verallgemeinerte WHEATSTONE'sche Brücke lässt sich aber auch benutzen, um die Isolationsfehler der einzelnen Hauptleiter der Anlage, sowie um den Ort eines gröberen Fehlers zu bestimmen.

Näheres über diese Anwendungen befindet sich in der Electrotechn. Zeitschr. 1888, S. 137; 1888, S. 497; 1893, S. 48.

Hr. A. Blümel demonstirte darauf einen von ihm construirten Apparat, welcher gestattet, das SNELLIUS'sche Brechungsgesetz zu bestätigen und den Brechungsexponenten von Flüssigkeiten mit ziemlicher Genauigkeit zu bestimmen.

Zur Construction des Apparates führte das bekannte REUSCH'sche Experiment. Sind auf einer kreisrunden Scheibe zwei Radien so gezeichnet, dass, wenn die Scheibe zur Hälfte im Wasser steht, der eine den Gang eines Lichtstrahls in der Luft, der andere den im Wasser darstellt, so wird ein in der Verlängerung des oberen Radius befindliches Auge den unteren Radius in der Verlängerung des oberen, beide also in einer geraden Linie sehen. Um die beiden Radien in dieser Weise zu zeichnen, muss der Brechungsexponent der Flüssigkeit bekannt sein.

Bringt man nun aber die beiden Radien im Mittelpunkt der Scheibe drehbar an als Lineale, so wird, wenn das untere Lineal in einer bestimmten Lage festgestellt ist, das obere so lange gedreht werden können, bis beide für ein in der Verlängerung des oberen Lineals befindliches Auge eine gerade Linie bilden. Aus der so erhaltenen Stellung beider Lineale ist der Brechungsexponent der Flüssigkeit zu berechnen, indem man den Quotienten der senkrechten Entfernungen des oberen und unteren Linealendes vom senkrechten Durchmesser bildet.

Eine genaue Beschreibung des Apparates findet sich im 2. Jahrgang der Zeitschrift für phys. und chem. Unterricht Heft IV und im 6. Jahrgange derselben Zeitschrift Heft VI.

Sitzung vom 1. December 1893.

Vorsitzender i. V.: Hr. B. SCHWALBE.

Hr. F. Neesen sprach über
ein Verfahren, Aluminium mit anderen Metallen zu überziehen.

Die Aufgabe, Aluminiumgegenstände mit anderen Metallen zu überziehen, deren Lösung für die Verwendung des ausgezeichneten Materials von der grössten Bedeutung ist, bietet erhebliche Schwierigkeiten, da die metallischen Niederschläge

auf dem Aluminium, wenn dasselbe nach einem der gewöhnlichen Verfahren gereinigt ist, schlecht haften. Durch einen Zufall veranlasst, bin ich dieser Frage näher getreten und dabei zu einer einfachen Lösung gelangt, welche auch abgesehen von der praktischen Verwendbarkeit ein gewisses Interesse bietet.

Aluminium wird bekanntlich von Salzsäure und den Alkalien lebhaft angegriffen. Bei diesem Angriff werden die Aluminiumtheilchen einmal durch den entwickelten Wasserstoff von Schmutz mechanisch gereinigt und dann in einen gewissen Erregungszustand, einen status nascendi, versetzt. Es schien nun wahrscheinlich, dass in einem solchen die Aluminiumtheilchen sich mit anderen Metallen fester vereinigen als sonst. Von dieser Ueberlegung ausgehend wurde versucht, das Aluminium zu versilbern u. s. f., nachdem es in Kalilauge getaucht war bis die Zersetzung eintrat. Aus der Kalilauge gehoben, ward es mit einer noch anhaftenden Laugenschicht in die Silber- u. s. f. Flüssigkeit getaucht. Der Erfolg entsprach der Erwartung, da der gebildete Niederschlag fest haftete.

Hierbei ergab sich folgende neue Eigenschaft des Aluminiums. Von letzterem kennt man nicht die Fähigkeit, andere Metalle zu fällen. Wird z. B. Aluminiumblech nach sorgfältiger Reinigung in Cyansilberlösung getaucht, so bleibt die Oberfläche blank. Wenn dagegen entsprechend dem Obigen das Blech erst in Kalilauge bis zur Gasentwicklung getaucht, und dann direct noch angefeuchtet in die Silberlösung gebracht wird, so überzieht sich jenes sofort mit einer Silberschicht. Auf die gleiche Weise erhält man Fällung von Quecksilber, Blei, Zinn, Kupfer etc. Dass nicht etwa das anhaftende Kali für sich die Fällung bewirkt, liegt auf der Hand; Glas, mit Kali benetzt, bringt eine Fällung des Silbers nicht hervor. Es war bislang nur bekannt, dass mit Kali befeuchtetes Aluminium sich mit metallischem Quecksilber direct amalgamirte. Die Amalgamirung geschieht somit auch beim Eintauchen des mit Kali behandelten und befeuchteten Aluminiums in die Lösung irgend eines Quecksilbersalzes. Es liefert diese Reaction ein ausserordentlich empfindliches Erkennungsmittel für Quecksilber. Bekanntlich zeigt das amalgamirte Aluminium, an der Luft liegend, starke Bildung von Aluminiumoxyd in der Form von kleinen aus

jenem herauswachsenden Haargebilden oder bei geringem Quecksilbergehalt von kleinen weissen Flecken. Wird ein mit Kali nach obigem behandeltes Aluminium z. B. in Wasser getaucht, welches über Calomel (Quecksilberchlorür), das in Wasser unlöslich sein soll, gestanden hat, so zeigen sich nach Herausnahme und Trocknen sehr bald die weissen Flecken, welche die Aufnahme von Quecksilber durch das Aluminium bekunden. Erwärmung befördert die Reaction.

In Bezug auf die Wirkung der Kalilauge kann dieselbe auch darauf beruhen, dass durch den Abschluss gegen die äussere Luft, eine Oxydschicht verhindert wird, welche sich sofort auf jedem mit der Luft in Verbindung stehenden Aluminium bildet und dieses passiv macht, wie das Eisen beim Eintauchen in Salpetersäure passiv wird. Um zu prüfen, ob dieses oder die oben vorangestellte Auflockerung der wahre Grund sei, wurde Aluminium, nachdem es bis zur Gasentwicklung in Kalilauge getaucht war, sorgfältig abgewaschen, entweder in Wasser oder in Alkohol, sodann wieder in feuchtem Zustande, so dass auch hier der directe Luftzutritt ausgeschlossen war, in ein Versilberungsbad eingetaucht. Der erzeugte Niederschlag haftete allerdings fester, wie bei dem nicht bis zur Gasentwicklung mit Kali behandelten Aluminium, aber entfernt nicht so fest, als wenn sich beim Eintauchen noch eine dünne Kalihaut an dem Silber befindet. Es spricht dieser Umstand dafür, dass, wenn auch die Ausschliessung der Oxydschicht von Einfluss sein wird, die hauptsächliche Ursache für das geschilderte Verhalten in der Herstellung eines dem status nascendi ähnlichen Zustande zu suchen ist.

Die Aluminiumgegenstände von verschiedener Herkunft unterscheiden sich wesentlich in Bezug auf die Dauerhaftigkeit der Ueberzüge. Es gibt Sorten, bei welchen das directe Versilbern, z. B. nach der vorher angegebenen Behandlung, noch nicht Producte gibt, die sich walzen oder poliren lassen. Hier führt ein in der Galvanoplastik allgemein bekanntes Hilfsmittel, die vorherige Almagamirung, in Verbindung mit dem Kaliverfahren zum Ziel. Das Verfahren stellt sich dann also folgendermaassen:

Nach Reinigung mit Salpetersäure wird der Aluminiumgegenstand in Kalilauge (nicht zu concentrirt) getaucht, bis

Gasentwicklung eintritt. Darauf hält man ihn für einige Secunden, nachdem er nur abgeschwenkt ist (nicht getrocknet) in eine verdünnte Quecksilbersalzlösung z. B. 5 gr Quecksilberchlorid auf 1 Liter Wasser. Beim Herausnehmen wird sich ein schwarzer Belag zeigen, der abgewaschen wird. Das Aluminium kommt nun wieder in die Kalilauge, in welcher jetzt eine sehr lebhafte Gasentwicklung eintritt. Zur völligen Sicherung kann man dasselbe nochmals in die Quecksilbersalzlösung bringen, wieder abwaschen und wieder in die Kalilauge. Aus dieser herausgehoben, wird es abgeschwenkt und dann in eine Cyansilberlösung als Kathode eingeführt. Dies so versilberte Aluminium lässt sich walzen, biegen, poliren. An Stelle der Kalilauge lässt sich selbstverständlich auch Natronlauge benutzen, sowie jede Substanz, welche Aluminium durch chemische Wirkung auflockert.

Die besondere Fähigkeit, mit welcher Quecksilber haftet, dürfte mit der nahen Stellung der beiden Elemente Al in Hg in der nach dem periodischen Gesetz angeordneten Reihenfolge zusammenhängen. Zur Vermeidung von Missverständnissen erwähne ich, dass das geschilderte Verfahren Patentschutz durch das Pat. Nr. 72773 unter dem Namen meines Freundes DENNSTEDT erhalten hat, welcher letzterer meiner aus äusseren Gründen veranlassten Bitte, die Anmeldung auf seinen Namen zu machen, gütigst entsprochen hat.

Hr. W. Wien sprach dann über
die Entropie der Strahlung.

Da die Strahlung sich mit endlicher Geschwindigkeit ausbreitet, ist auch im leeren Raume stets ein endlicher Energievorrath vorhanden, wenn Strahlung durch ihn hindurchgeht. Soweit nun die Strahlung von warmen Körpern herrühren kann, muss für diese Energie der zweite Hauptsatz erfüllt sein. Die hieraus sich ergebenden Folgerungen müssen für jede Strahlung gelten, auch wenn sie nicht von warmen Körpern herrührt, sobald sie nur dieselben Eigenschaften hat wie die, welche aus einer Wärmequelle stammt.

Aus dem KIRCHHOFF'schen Satze ergibt sich die Folgerung, dass Strahlung, die sich in einem leeren Raume be-

findet, der von gleichtemperirten Wänden eingeschlossen ist, die Eigenschaften der Strahlung eines schwarzen Körpers annehmen muss, die der Temperatur der Wände entspricht. Sie ist unabhängig von der Beschaffenheit der Wände. Dieser Zustand ist demnach der des Wärmegleichgewichts, weil jeder andere in ihn übergeführt werden kann, ohne dass dabei Arbeitsleistung nöthig wäre.

In dem Zustande des Wärmegleichgewichts haben wir der Strahlung die Temperatur der umgebenden Wände beizulegen. Wenn wir den Temperaturbegriff in derselben Weise fassen, wie es in der Wärmelehre geschieht, so muss jeder einzelnen homogenen Farbe, die in der Strahlung vorkommt, diese Temperatur beigelegt werden. Denn nicht nur die Gesamtstrahlung ist durch eine bestimmte Temperatur defnirt, sondern auch die spectrale Energievertheilung ist bestimmt, und jede andere Vertheilung auf die verschiedenen Farben würde auch bei gleicher Gesamtstrahlung nicht im Zustande des Wärmegleichgewichts sein. Eine beliebig gegebene homogene Strahlung, die keine Vorzugsrichtungen in dem Gange der Strahlen besitzt, wird mit der Energie von gleicher Farbe und gleicher Dichtigkeit in der Strahlung eines schwarzen Körpers im thermischen Gleichgewicht stehen und wir haben ihr dieselbe Temperatur zuzuschreiben. Wenn wir die Energievertheilung der Strahlung eines schwarzen Körpers kennen, so können wir auch die Temperatur jeder beliebigen Strahlung mit zerstreuten Richtungen bestimmen.

Jede Strahlung von anderer spectraler Energievertheilung als die eines schwarzen Körpers stellt sich demnach als ein System von Energie verschiedener Temperatur dar.

Es folgt hieraus nach den Sätzen der Wärmelehre, dass Strahlung Arbeit leisten kann, wenn gleichzeitig ein Theil seine Farbe verändert in der Weise, dass diese Aenderung einem Sinken der Temperatur entspricht. Das Maximum der Arbeitsleistung, das aus homogener Strahlung gewonnen werden kann, ergiebt demnach der Bruch $(\vartheta_1 - \vartheta_0)/\vartheta_1$, wo die ϑ die in der angegebenen Weise gemessenen absoluten Temperaturen der Strahlung vor und nach den Aenderungen bezeichnen. Haben wir zusammengesetzte Strahlung verschiedener Farbe, so kann Arbeit geleistet werden, indem ein Theil

die Zusammensetzung eines schwarzen Körpers von gleicher Dichtigkeit der Energie annimmt. Da hierbei jede homogene Farbe den angegebenen Theil ihrer Energie in Arbeit umsetzt, wird die gesammte Arbeit

$$= \int_0^{\infty} \varphi d\lambda \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{\vartheta_1},$$

wo $\varphi(\lambda) \cdot d\lambda$ die Energie, deren Wellenlänge zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegt, bezeichnet. Wenn die Energievertheilung nach der Aenderung die eines schwarzen Körpers ist, so ist ϑ_0 unabhängig von λ und wir erhalten

$$\int_0^{\infty} \varphi d\lambda \left(1 - \frac{\vartheta_0}{\vartheta_1}\right) = \int_0^{\infty} \varphi d\lambda - \vartheta_0 \int_0^{\infty} \frac{\varphi d\lambda}{\vartheta_1}.$$

Da für die grössten Intensitäten der Strahlung, die wir von gleichmässig temperirten Wänden eines geschlossenen Raumes erhalten können, die Energievertheilung so ist, dass das Maximum der Energie im Ultrarothem liegt, so wird jeder Farbe im sichtbaren Spectrum eine um so grössere Temperatur zukommen, je kürzer die Wellenlänge ist, wenn die Farben gleiche Dichtigkeit der Energie besitzen. Auf der anderen Seite des Maximums nimmt dagegen die Temperatur nach den langen Wellen hin zu.

Eine etwas verschiedene Behandlung erfordert die Strahlung mit regelmässiger Richtung. Aus den Sätzen von Hrn. v. HELMHOLTZ über die Helligkeit reciproker Bilder¹⁾ folgt, dass einem bestimmten Strahlenkegel, der eine bestimmte Energiemenge führt, auch eine bestimmte Temperatur zukommt, weil man diese Temperatur höchstens mit ihm an einem festen Körper erzielen kann, indem der feste Körper selbst bei weiterer Steigerung der Temperatur in dem Kegel mehr Energie rückwärts sendet, als ihm zugeführt wird. Es hat deshalb die Strahlung, die sich von einem kleinen strahlenden Körper ausbreitet und von einer spiegelnden Kugelfläche zurückreflectirt wird, die Temperatur des Körpers.

1) v. HELMHOLTZ, Ges. Abh. 2. S. 93.

Es ergibt sich sehr leicht die quantitative Bestimmung der Temperatur durch Vergleichung der Dichtigkeit dieser Strahlung mit der eines schwarzen Körpers. Sogenannte parallele Strahlung von endlicher Dichte hat daher eine unendlich hohe Temperatur, weil ihre Dichtigkeit im Vergleich mit der eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur unendlich klein ist, wie man leicht sieht, wenn man beachtet, wie die Dichtigkeit mit wachsender Entfernung, die zur Gewinnung paralleler Strahlung nöthig ist, abnimmt. Hindurchgehen des Lichtes durch zerstreue Schirme ist daher immer mit Temperaturverminderung begleitet. Während man mit directem Sonnenlicht sehr hohe Temperaturen erzielen kann, kann man dies in keiner Weise mehr mit dem zerstreuten Tageslicht, obwohl beide von derselben Wärmequelle stammen.

Von BOLTZMANN¹⁾ ist zuerst ein umkehrbarer Process angegeben, auf Grund dessen die Maximalarbeit der Strahlung wirklich gewonnen werden kann. Hierdurch lässt sich die Entropie der Strahlung berechnen.

Wir beschränken uns hier auf die Strahlung mit zerstreuten Richtungen. Es sei Strahlung eines schwarzen Körpers in einem Cylinder gegeben, dessen Querschnitt gleich der Flächeneinheit ist. Die Wände seien zerstreut spiegelnd. Ich habe nachgewiesen²⁾, dass eine adiabatische Veränderung der Strahlung durch Volumveränderung die gleiche Aenderung der Strahlung wie Temperaturerhöhung hervorbringt, und zwar für jede Farbe unabhängig von der Existenz der anderen.

In dem Cylinder befinde sich ein beweglicher Stempel in der Entfernung $a - x$ von einer festen Basis angerechnet. $a - x$ ist dann das Volumen der Strahlung. Durch eine Klappe im Cylinder sei dafür gesorgt, dass stets der Vorgang adiabatisch oder durch Verbindung mit einem strahlenden Körper isotherm ausgeführt werden kann. Sei

$$\psi = \int_0^{\infty} q \, d\lambda$$

die Gesamtenergie in der Volumeinheit, dQ die der Strahlung

1) Wied. Ann. 22. S. 31. 1884.

2) Berl. Akad. 9. Febr. 1893.

aus dem Wärmeverrath des festen Körpers zugeführte Energie.
Die innere Energie des Systems ist

$$U = (a - x) \psi$$

$$dU = (a - x) \cdot d\psi - \psi \cdot dx.$$

Nach der electromagnetischen Lichttheorie übt die Strahlung einen Druck aus, der für senkrecht auf eine Fläche fallende Strahlen für die Flächeneinheit gleich der Energie in der Volumeinheit ist. Der Mittelwerth des Druckes für alle Strahlen ist für die Flächeneinheit $= \frac{1}{3} \psi$.

Die Arbeit ist also, wenn x um dx wächst,

$$dW = -\frac{1}{3} \psi dx.$$

Die CLAUSIUS'sche Gleichung

$$dQ = dU + dW$$

wird

$$= d\psi(a - x) - \frac{4}{3} \psi dx.$$

Bezeichnet S die Entropie, so ist

$$S = S_0 + \int \frac{dQ}{\vartheta},$$

Integrirender Nenner ist $c\psi^{1/4}$, wo c constant ist, denn es ist

$$dS = d\left(\frac{4}{3} (a - x) \psi^{3/4}\right) = \frac{dQ}{c\psi^{1/4}}.$$

Es ist also zu setzen

$$\vartheta = c\psi^{1/4}$$

$$S = S_0 + \frac{4}{3c} (a - x) \psi^{3/4}.$$

Die Entropie zusammengesetzter Strahlung setzt sich zusammen aus den Entropien der einzelnen Farben, weil jede Farbe sich unabhängig verändert und ihre eigene Temperatur hat. Da bei der Strahlung eines schwarzen Körpers alle Farben dieselbe Temperatur haben und ebenso dasselbe Volumen, so ist die Entropie jeder homogenen Farbe gleich der Gesamtentropie multiplicirt mit dem Verhältniss der Energiedichtigkeit der Farbe zur Gesamtdichtigkeit also

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{E}_{d\lambda} &= \mathfrak{E}_0 + \frac{4}{3c} (a-x) \psi^{1/4} \frac{\varphi d\lambda}{\psi} \\
 &= \mathfrak{E}_0 + \frac{4}{3} (a-x) \frac{\varphi d\lambda}{c \psi^{1/4}} \\
 &= \mathfrak{E}_0 + \frac{4}{3} \frac{(a-x) \varphi d\lambda}{\vartheta}.
 \end{aligned}$$

Bei beliebig zusammengesetzter Strahlung wird

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 + \frac{4}{3} \int \frac{(a-x) \varphi d\lambda}{\vartheta},$$

wo ϑ als Function von λ zu betrachten ist.

Die Maximalarbeit bei Verwandlung der Strahlung in die eines schwarzen Körpers wird

$$(a-x) \psi - \frac{3}{4} (\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_0) \cdot \vartheta_0.$$

Sitzung vom 15. December 1893.

Vorsitzender: Hr. E. DU BOIS-REYMOND.

Hr. A. du Bois-Reymond berichtete:

Ueber OTTO LILIENTHAL's Versuche, das Fliegen zu lernen¹⁾.

Wenn wir den Begriff des „Fliegens“ definirt haben als die Kunst, einen Körper, der specifisch schwerer ist, als die Luft, durch Bewegung seiner Theile gegen einander oder durch seine eigene Bewegung relativ zur umgebenden Luft frei schwebend zu heben, zu senken oder in jeder beliebigen Richtung horizontal fortzubewegen, so fallen uns zunächst die unzähligen Zusammenstellungen von Schiffsschrauben, Segeln und Drachen ein, mit denen man versucht hat, diese Aufgabe zu lösen. Solche Versuche pflegen an dem grundsätzlichen Fehler zu leiden, dass man die Bedingungen, auf welchen die Abmessungen der Apparate und die Kräfte, die aufgewendet werden sollen, beruhen, aus unvollkommenen Voraussetzungen

1) LILIENTHAL, Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst. Berlin, R. GAERTNER's Verlag. PROMETHEUS: Nr. 55, 204, 205.

folgerte. Der Weg, den Hr. OTTO LILIENTHAL eingeschlagen hat, ist zweifellos weit richtiger. Er besteht darin, zunächst theils durch Versuche, theils durch unmittelbare Beobachtung zu einem möglichst vollen Verständniss der Mechanik des natürlichen Vogelfluges vorzudringen. Die Beobachtung ergibt zunächst, dass die Vögel drei Flugarten ausüben, welche in der Praxis zwar beständig in einander übergehen, welche aber auf Grund der physikalischen und physiologischen Bedingungen, auf denen sie beruhen, deutlich von einander unterschieden werden können:

1. Das sogenannte „Rütteln“, oder das Fliegen an Ort und Stelle;

2. den von Hrn. LILIENTHAL so genannten „Ruderflug“, welcher rein beobachtet wird, wenn ein Vogel bei vollkommener Windstille vorwärts fliegt;

3. endlich den „Segelflug“, d. h. die bei den besseren Fliegern häufig beobachtete Kunst, ohne Flügelschlag und allem Anscheine nach ohne jede Anstrengung dahin zu schweben oder zu segeln.

Das „Rütteln“ erfordert den grössten Arbeitsaufwand bezogen auf die Gewichtseinheit und wird dementsprechend nur von den kleinsten Vögeln und einigen Insecten mit Ausdauer und Vollkommenheit ausgeübt. Vor dem Bekanntwerden der Versuche des Hrn. LANGLEY ist diese Flugart wiederholt Berechnungen über die zum Fliegen des Menschen erforderliche Arbeitsleistung zu Grunde gelegt worden und hieraus erklären sich zum Theil die ausserordentlich hohen Werthe, zu denen solche Berechnungen geführt haben. Durch die Vorwärtsbewegung wird eine wesentliche Arbeitersparniss erzielt. Die Aufgabe, den Ruderflug der Vögel künstlich nachzuahmen, würde daher schon weit leichter zu lösen sein; aber die Beobachtung, dass vornehmlich die grössten Vögel den Segelflug ausüben und die Thatsache, dass diese Flugart allem Anscheine nach praktisch ohne jeden Arbeitsaufwand von den Vögeln ausgeübt wird, führte Hrn. LILIENTHAL gegenüber früheren Forschern dazu, wenn ich so sagen darf, das Problem am anderen Ende anzugreifen. Es ist längst bekannt, dass der Segelflug in seiner reinen und vollkommenen Form von den Vögeln nur ausgeübt wird, wenn es windig ist; aber es

scheint niemand darauf aufmerksam geworden zu sein, dass allein diese Thatsache einen Rückschluss auf gewisse Eigenschaften des Windes gestattet, die ihm für gewöhnlich nicht beigelegt werden. Würde man den Wind einfach als eine horizontale Verschiebung der gesammten Luftmasse betrachten, so müsste es für den fliegenden Vogel offenbar gleichgültig sein, ob es weht oder nicht. Hätte er in ruhender Luft einmal diejenige Geschwindigkeit erlangt, die er zur Ausübung des Segelfluges nöthig hat, so würde er sich mechanisch genau ebenso verhalten, wie ein Vogel, der absolut still steht und dem ein Wind von der betreffenden Geschwindigkeit entgegenweht. Aber die Beobachtung lehrt weiter, dass die höheren Luftschichten sich schneller bewegen als die tieferen. Man könnte annehmen, dass diese Erscheinung so vor sich geht, dass die Luftmasse in eine Anzahl beliebig dünner, in sich starrer, horizontaler Schichten zerlegt ist, von denen jede einzelne sich mit grösserer Geschwindigkeit bewegt, als die nächst tiefere. Alsdann würde für den Vogel ein Unterschied bestehen zwischen bewegter und unbewegter Luft. Indessen auch diese Annahme genügt nicht zur Erklärung des Segelfluges der Vögel. Würde nämlich der Vogel gegen den Wind fliegen, so würde die Luft an seiner Oberseite mit grösserer Geschwindigkeit reiben, als an seiner Unterseite. Würde er aber mit dem Winde fliegen und zwar mit grösserer als der Windgeschwindigkeit, so würde die Luft an seiner Unterseite mit grösserer Geschwindigkeit reiben, als an seiner Oberseite.

Die Beobachtung lehrt nun, dass die guten Flieger, obwohl sie nur segeln können, wenn es weht, dennoch in jeder beliebigen Richtung gleich gut segeln. Man muss daher eine Eigenschaft des Windes construiren, die für jede Flugrichtung des Vogels unverändert bleibt. Eine solche Eigenschaft könnte etwa darin bestehen, dass der Wind gegen den Horizont eine aufsteigende Richtung hat. Alsdann würde in der relativen Windrichtung, der der Vogel für jede horizontale Flugrichtung und Flugeschwindigkeit ausgesetzt ist, stets dieselbe Verticalcomponente enthalten sein.

Die Versuche des Hrn. LILIENTHAL lassen in der That auf diese oder eine ähnlich wirkende Eigenschaft des Windes

schliessen. Er befestigte zunächst, ähnlich wie Hr. LANGLEY, an den Enden eines horizontalen Balkens, der in seiner Mitte um eine Verticalaxe drehbar befestigt war, zwei gleich grosse ebene Flächen und maass die Kraft, welche erfordert wurde, um diese Flächen bei verschiedenen Neigungen gegen den Horizont mit einer bestimmten Geschwindigkeit horizontal durch die Luft zu bewegen, und den Auftrieb, welcher durch diese Bewegung erzeugt wurde. Aus diesen beiden Componenten erhielt er für die betreffende Geschwindigkeit und Neigung den Luftwiderstand. Indem er aber die so gewonnenen Ergebnisse einer Berechnung des Arbeitsaufwandes zu Grunde legte, der von den Vögeln geleistet werden muss, um bei der betreffenden Geschwindigkeit durch ruhende Luft vorwärts zu fliegen, gelangte er zu so hohen Werthen, dass es höchst unwahrscheinlich erschien, dass er mit seinem Apparate die wirklichen Bedingungen des Vogelfluges getroffen hatte. Er wurde nun darauf aufmerksam, dass die Flügel der Vögel niemals eben sind, sondern stets gewölbte Flächen und zwar mit der concaven Seite nach unten gewölbte Flächen. Sobald er an seinem Apparate die ebenen Flächen durch gewölbte ersetzte, zeigte sich, dass die gemessenen Horizontalcomponenten des Luftwiderstandes ausserordentlich zusammenschumpften, während die Verticalcomponenten dementsprechend wuchsen. Gleichzeitig fand er, dass das Gesetz der Abhängigkeit des Luftwiderstandes vom Neigungswinkel der Flächen gegen den Horizont ein wesentlich anderes war, als bei der Verwendung ebener Flächen. Versuche mit einer grossen Reihe verschieden gewölbter Flächen führten zu dem Ergebniss, dass eine Wölbung, deren Pfeilhöhe etwa $\frac{1}{12}$ der Flügelbreite beträgt, bei gewissen kleinen Neigungen gegen den Horizont weitaus die kleinsten Horizontalcomponenten und die grössten Verticalcomponenten erzeugte. Sorgfältige Messungen an einer grossen Anzahl natürlicher Vogelflügel ergab ferner, dass die Natur vor ihm zu demselben Resultate gekommen war und die obige Berechnung, auf Grund der neu gewonnenen Daten ausgeführt, ergab Arbeitsleistungen, die man recht wohl den Vögeln zumuthen kann.

Aber zur Erklärung des Segelflugs der Vögel fehlte noch eins. Es waren bei allen diesen Versuchen niemals die Hori-

zontalcomponenten verschwunden, mit anderen Worten: der Apparat drehte sich nicht von selbst. Folglich mussten andere Ergebnisse entstehen, wenn die gewölbten Flächen dem natürlichen Winde ausgesetzt wurden, anstatt künstlich ruhender Luft entgegenbewegt zu werden. Der Versuch wurde angestellt, und es zeigte sich die überraschende Erscheinung, dass unter gewissen günstigen Neigungswinkeln im Winde nicht allein die Horizontalcomponenten verschwinden, sondern sogar negativ werden können, d. h. die gewölbten Flächen flogen dem Winde entgegen und wurden von ihm gehoben. Diese Versuche sind u. a. von Hrn. WELLNER in Wien nachgemacht worden und Hr. WELLNER hat die LILIENTHAL'schen Ergebnisse in vollem Umfange bestätigt gefunden.¹⁾

Um sich ferner von der aufsteigenden Richtung des Windes zu überzeugen, verband Hr. LILIENTHAL eine im indifferenten Gleichgewicht um eine Horizontalaxe drehbar aufgehängte ebene Wetterfahne mit einem Schreibapparat, der eine Curve verzeichnete, deren Ordinaten für jeden Zeitpunkt die Neigung der Wetterfahne gegen den Horizont darstellten. Eine grössere Anzahl von sorgfältig und unter sehr verschiedenen Bedingungen aufgenommenen Curven ergab, dass die Fahne sich im Winde mit einer aufwärtsgerichteten Neigung von im Mittel $3-4^{\circ}$ gegen den Horizont einstellte. Ob diese Versuche wirklich beweisen, dass der Wind aufsteigt, ist für die vorliegenden Fragen ziemlich belanglos. Mit Sicherheit geht aber daraus hervor, dass der Wind unter den vorliegenden Bedingungen so wirkt, als ob er gegen den Horizont aufstiege. Hiermit war also ein Vorgang experimentell dargestellt, der sich qualitativ in nichts von dem Segelflug der Vögel zu unterscheiden scheint. Um indessen den Segelflug der Vögel praktisch nachzuahmen, fehlte noch ein weiteres Moment. Künstliche Vögel, die mit starren Flügeln ausgestattet sind, mögen noch so sorgfältig geformt und belastet werden. Sie zeigen, frei dem Winde überlassen, zwar unverkennbare Anfänge des natürlichen Segelns; aber immer tritt nach einiger Zeit ein Augenblick ein, wo sie in das labile Gleichgewicht zu gerathen scheinen, sich über-

1) Vgl. Zeitschr. d. Oesterreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins vom 27. Januar 1893.

schlagen und herabfallen. Aus solchen Versuchen folgt indessen ebensowenig die Unmöglichkeit, den Segelflug der Vögel praktisch nachzumachen, wie aus der Unmöglichkeit, ein lebloses Modell eines Segelbootes zum praktischen Segeln zu bringen, die Unmöglichkeit des Segelns folgen würde. Um zu fliegen, braucht man nicht allein zweckmässig gebildete Flügel von geeigneter Grösse und einen Wind von hinreichender Geschwindigkeit, sondern es muss noch ein Drittes hinzukommen: man muss das Fliegen erlernt haben, gerade so, wie man beispielsweise das Schlittschuhlaufen erlernt haben muss, um Schlittschuhlaufen zu können.

Es kann hier nicht auf die ganze Entwicklung der praktischen Fliegeversuche des Hrn. LILIENTHAL eingegangen werden; vielmehr beschränke ich mich darauf, diese Versuche in der Form, in der sie sich heute darstellen und in der ich sie gesehen habe, zu beschreiben. Eine Hauptschwierigkeit bei der Erlangung der nöthigen Uebung bestand in der Lebensgefahr, welche solche Versuche mit sich bringen. Dieser Schwierigkeit begegnet Hr. LILIENTHAL neuerdings durch ein sehr einfaches Mittel. Während er nämlich anfangs, ähnlich wie fast alle, welche praktisch zu fliegen versucht haben, als Abflugort eine Dachkante oder dergleichen gewählt hatte, um möglichst viel freie Höhe zu gewinnen, ist er durch die Praxis allmählich zu der Ueberzeugung gelangt, dass eine solche Abflugstelle folgende grosse Nachtheile bietet: Erstens befindet sich der Uebende gerade im Augenblicke des Abfluges in der grössten Höhe über dem Erdboden, also auch in der grössten Lebensgefahr; zweitens wird der Wind, welcher einer Dachkante entgegenweht, stets gerade an der Stelle, wo der Uebende den festen Erdboden verlässt und sich seinen Flügeln anvertraut, einen unregelmässigen Wirbel bilden, der zum mindesten dazu beitragen muss, ihn zu verwirren und seine Geistesgegenwart zu beeinträchtigen. Hr. LILIENTHAL wählt statt dessen einen sanften unbewaldeten Abhang mit einer Neigung von nicht wesentlich mehr als 10—15° gegen den Horizont und gegen die herrschende Windrichtung. An einem solchen Abhange wird der Wind, ohne Wirbel zu bilden, gleichmässig emporwehen und man kann, bevor man die nöthige Sicherheit erlangt hat, um grössere Strecken zu durchfliegen, den ganzen

Abhang auf den Füssen laufend oder springend durchmessen und so allmählich lernen, die tragende Wirkung der Flügel richtig zu schätzen und dem Schwerpunkt relativ zur Flügelfläche für jeden Augenblick die richtige Lage zu geben. Ich selbst habe versucht, die Uebungen des Hrn. LILIENTHAL nachzumachen und es gelang mir schon nach fünf oder sechs Versuchen, Sprünge von 15—20 m Länge auszuführen, obgleich das Wetter an jenem Tage die Versuche keineswegs begünstigte. Es herrschte nämlich fast völlige Windstille, so dass die absolute Geschwindigkeit des Uebenden und seine relative Geschwindigkeit zur Luft nahezu gleich gross waren. Aus diesem Grunde war die Schwierigkeit des Landens nach einem ausgeführten Sprunge natürlich weit grösser, als wenn ein mässiger Wind die relative Geschwindigkeit zur Luft erhöht und somit die absolute Geschwindigkeit verringert hätte. Hr. LILIENTHAL, welcher schon seit einigen Wochen in der angegebenen Weise übte, bedurfte nur eines kurzen Anlaufes, um die Tragfähigkeit seines Flügelsystems so weit zu steigern, dass er sich ihnen anvertrauen konnte, und durchmaass wiederholt Strecken von 120—150 m unter einer abwärts gerichteten Neigung von 10—15° gegen den Horizont.

Eine zweite Schwierigkeit würde man a priori geneigt sein, für weit grösser zu halten, als sie thatsächlich zu sein scheint, nämlich die, den Apparat in der Luft willkürlich zu steuern. Für diesen Zweck ist die LILIENTHAL'sche Flugfläche einfach mit einem feststehenden, wetterfahnenartigen Steuer an ihrem hinteren Ende versehen. Will man nach rechts fliegen, so verlegt man nur den Schwerpunkt ein wenig nach dieser Seite; dadurch erhält der Apparat eine nach rechts geneigte Stellung. Die Luft beginnt von rechts nach links unter der Flügelfläche abzugleiten und trifft so das feststehende Steuer von rechts her. Auf diese Weise erhält das ganze System eine Drehung nach rechts und würde, wenn die Neigung beibehalten würde, eine Kreis- oder eine Schraubenlinie beschreiben. Wenn der Schwerpunkt wieder in die Mitte verlegt wird, richtet sich die Bewegung von selbst wieder geradeaus.

Sobald die Versuche durch windiges Wetter unterstützt werden, nimmt die Neigung der Flugbahn merklich ab und es

ist Hrn. LILIENTHAL wiederholt begegnet, von plötzlichen Windstössen, welche die mittlere Windstärke erheblich überschritten, gehoben zu werden. Bei solchen Windstössen gelang es ihm, fast stillstehend an einer Stelle zu schweben, — gerade wie man dies an Raubvögeln beobachtet, — bis die Windstärke nachliess oder bis er die Neigung seiner Flugfläche der neuen Windstärke angepasst hatte, so dass er wieder eine Vorwärts-Abwärtsbewegung erhielt. Er berechnet, dass bei seinem Flugapparate, welcher der Luft eine Fläche von ungefähr 14 qm darbietet, eine mittlere Windstärke von 10 m genügen sollte, ihn zu tragen. Aus wohlbegründeter Furcht vor der Gefährlichkeit eines solchen Versuches hat er indessen noch nicht gewagt, es mit Windstärken von mehr als 7—8 m mittlerer Geschwindigkeit aufzunehmen. Da aber mit der Steigerung der gewählten Windstärke eine deutliche Abnahme der Abwärtsneigung der Flugrichtung zusammengeht, so scheinen diese Versuche qualitativ einer Nachahmung des wirklichen Segelfluges der Vögel vollständig gleichzukommen, umsomehr, als bereits wiederholt bei plötzlichen Verstärkungen des Windes die Flugbahn, wenigstens stellenweise, horizontal und auch aufwärts gerichtet war. Es scheint, dass es nur nöthig ist, die Sicherheit im Regieren der Flugfläche so weit zu treiben, dass man es mit genügenden Windstärken aufnehmen kann, um nach Art der Raubvögel in der Luft Kreise zu ziehen und sich so bis zu einer beliebigen Höhe aufzuschwingen, und alsdann in irgend einer Richtung nahezu oder ganz horizontal fortzugleiten. Sollte diese Möglichkeit aus irgend einem Grunde, der noch heute verborgen ist, nicht so nahe liegen, wie die thatsächlich ausgeführten Versuche es glauben machen, so bieten doch diese Versuche schon in der Form, in der sie heute vorliegen, ein vorzügliches Feld für sportmässigen Wettbewerb, und es darf wohl als ein glücklicher Gedanke des Hrn. LILIENTHAL bezeichnet werden, dass er dieser Seite seiner Arbeiten einiges Gewicht beilegt. Die ausserordentlich rasche technische Entwicklung anderer ähnlicher künstlicher Körperübungen legt wenigstens den Analogieschluss nahe, dass es nur darauf ankommen dürfte, das thätige Interesse einer möglichst grossen Anzahl körperlich tüchtiger junger Leute für diese Versuche zu gewinnen und eine Tradition in der Aus-

übung des Fliegens zu schaffen, um, wenn auch nicht zur endlichen Lösung des vielumworbenen Problems zu gelangen, doch zum mindesten die damit zusammenhängenden physikalischen und technischen Fragen wesentlich zu klären.

Hr. H. Hänsch erläuterte darauf an grossen Modellen die Construction der verschiedenen Nicol'schen Prismen.

Mitgliederliste.

Im Jahre 1893 wurden in die Gesellschaft aufgenommen die Herren:

Dr. E. BLASIUS, K. FISCHER, Prof. Dr. D. GOLDHAMMER, Dr. L. HOLBORN,
Dr. E. JAHNKE, Dr. C. KASSNER, Dr. L. KLECKI, Dr. E. KOEBKE, Dr. G. ME-
LANDER, RENISCH, Dr. E. RÖBER, Dr. M. v. ROHR, Dr. O. SCHÖNROCK,
Dr. G. SCHWALBE, Dr. O. STUMPE, Dr. B. THIERBACH, Dr. R. WACHSMUTH
und Dr. M. WIEN.

Dagegen verlor die Gesellschaft durch Tod:

Prof. Dr. F. STENGER und Prof. Dr. J. TYNDALL.

Ihren Austritt aus der Gesellschaft erklärten die Herren:

Dr. P. ANDRIES, Prof. Dr. H. BORK, Dr. A. HEMPEL, Prof. Dr. F. MÜLLER
und Dr. O. STUMPE.

Am Ende des Jahres 1893 waren Mitglieder der Gesellschaft:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| Hr. Prof. Dr. ADAMI in Bayreuth. | Hr. Dr. E. BRODHUN in Charlotten- |
| — Prof. K. ÅNGSTRÖM in Stock- | burg, Leibnitzstrasse 66. |
| — Prof. Dr. H. ARON*), W., Lich- | — Telegraphendirector BRUNNER |
| tensteinallee 3a. | in Wien. |
| — Dr. L. ARONS, SW., König- | — Prof. Dr. BRUNS in Leipzig. |
| grätzerstrasse 109. | — Prof. Dr. E. BUDDE, NW., Klop- |
| — Prof. Dr. R. ASSMANN, Grünau, | stockstrasse 53. |
| Victoriastrasse 6. | — Prof. Dr. F. BURKHARDT in |
| — Dr. E. VAN AUBEL in Brüssel, | Basel. |
| Rue royale 3. | — Dr. R. BURG, NW., Mittelstr. 3. |
| — Prof. Dr. AVENARIUS in Kiew. | — Dr. M. BUSOLT, W., Steglitzer- |
| — O. BASCHIN, W., Schinkelpplatz 6. | strasse 55. |
| — Dr. BECKER in Darmstadt. | — Dr. F. CASPARY, W., Kurfürsten- |
| — Dr. W. BEIN, NW., Karlstr. 18a. | strasse 4. |
| — P. BENOTT, SW., Wartenburg- | — Prof. Dr. E. B. CHRISTOFFEL in |
| strasse 23. | Strassburg i. E. |
| — A. BERBERICH, SW., Lindenstr. 91. | — Prof. Dr. O. CHWOLSON in |
| — Dr. A. BERLINER, Amerika. | St.-Petersburg. |
| — Dr. G. BERTHOLD in Ronsdorf. | — Dr. DEHMS in Potsdam. |
| — Prof. Dr. W. v. Bezold, W., | — Prof. Dr. C. DIETERICH in Breslau. |
| Lützowstrasse 72. | — Prof. Dr. DIETRICH in Stuttgart. |
| — Dr. E. BLASIUS, NW., Reichs- | — Dr. P. DRUDE in Göttingen. |
| tagsufer 7/8. | — Dr. E. v. DRYGALSKI, W., Steg- |
| — A. BLÜMEL, SO., Melchiorstr. 22. | litzerstrasse 42. |
| — Prof. Dr. R. BÖRNSTEIN, Wil- | — Dr. A. EBELING, W., Derflinger- |
| mersdorf, Lieckstrasse 10. | strasse 28. |
| — Dr. H. BÖTTGER, NW., Lessing- | — Prof. Dr. E. O. ERDMANN, W., |
| strasse 13. | Schellingstrasse 7. |
| — Dr. H. E. J. G. du Bois, NW., | — F. ERNECKE, SW., Königgrätzer- |
| Mittelstrasse 39. | strasse 112. |
| — A. du Bois-REYMOND in West- | — Dr. M. ESCHENHAGEN in Potsdam, |
| end bei Berlin, Ahorn-Allee 42. | Magnetisches Observatorium. |
| — Prof. Dr. E. du Bois-REYMOND, | — Dr. C. FÄRBER, SO., Elisabeth- |
| NW., Neue Wilhelmstrasse 15. | ufer 41. |
| — Prof. Dr. L. BOLTZMANN in Mün- | — Dr. K. FEUSSNER in Charlotten- |
| chen, Maximilianstrasse 1 III. | burg, Leibnitzstrasse 1. |
| — Prof. Dr. F. BRAUN in Tübingen. | — Prof. Dr. A. FICK in Würzburg. |
| — Prof. Dr. A. BRILL in Tübingen. | — Prof. Dr. R. FINKENER, W., |
| — Dr. W. BRIX in Charlottenburg. | Burggrafenstrasse 2a. |
| Berliner Strasse 13/14. | — Dr. K. FISCHER, N., Swinemün- |
| — Dr. W. BRIX jun., SW., Schützen- | derstrasse 138a. |
| strasse 3. | — Dr. A. FRANKE, NW., Cux- |
| | havenerstrasse 16. |

*) Berlin ist in dem Verzeichniss weggelassen.

- Hr. Dr. G. FREUND, NW., Unter den Linden 69.
- Dr. O. FRÖLICH, Westend bei Berlin, Kastanien-Allee 2.
- Prof. Dr. FROMME in Giessen.
- Prof. Dr. L. FUCHS, NW., Kronprinzenufer 24.
- R. FUSS in Steglitz, Düntherstrasse 8.
- Prof. Dr. J. GAD, SW., Grossbeerstrasse 67.
- Dr. H. GERSTMANN, SW., Schöneberger Ufer 17.
- Dr. W. GIESE, W., Bülowstr. 80.
- Prof. Dr. P. GLAN, NW., Klopstockstrasse 65.
- Prof. Dr. E. GOLDSTEIN, SW., Königgrätzerstrasse 92.
- Prof. Dr. D. GOLDDHAMMER in Kasan.
- Prof. Dr. L. GRÄTZ in München, Arcisstrasse 8.
- Dr. TH. GROSS, W., Bayreutherstrasse 18.
- Prof. Dr. P. GROTH in München.
- Prof. Dr. GROTHIAN in Aachen.
- Prof. Dr. L. GRUNMACH, W., Kurfürstenstrasse 109a.
- Prof. Dr. G. GRUSS in Prag, Böhmische Sternwarte.
- Prof. Dr. S. GÜTHER in München.
- Dr. E. GUMMICH in Charlottenburg, Grolmannstrasse 11.
- H. HÄNSCH, S., Stallschreiberstr. 4.
- Dr. E. HÄNTZSCH, W., Eisenacherstrasse 11.
- Prof. Dr. E. HAGEN, W., Bayreutherstrasse 16.
- Prof. Dr. E. HAGENBACH-BISCHOFF in Basel.
- H. HAHN, NW., Melanchthonstrasse 12.
- Prof. Dr. M. HAMBURGER, NW., Karlstrasse 28.
- Prof. Dr. HAMMERL in Innsbruck.
- G. HANSEMAN, W., Marssenst. 29.
- Prof. Dr. G. HAUCK, W., Bülowstrasse 6.
- Dr. B. HECHT in Königsberg i. Pr.
- F. v. HEFNER-ALTENECK, W., Hildebrand'sche Privatstrasse 9.
- Prof. Dr. G. HELLMANN, W., Margarethenstrasse 2/3.
- Prof. Dr. H. v. HELMHOLTZ, Charlottenburg, Marchstr. 25b.
- Prof. Dr. K. HENSEL, NW., Klopstockstrasse 39.
- Prof. Dr. H. HERTZ in Bonn.
- Dr. A. HEYDWEILLER in Strassburg i. E.
- Hr. Prof. Dr. J. HIRSCHWALD in Charlottenburg, Hardenbergstr. 9.
- Dr. H. HOHNHORST, SW., Bellealliancestrasse 80.
- Dr. L. HOLBORN, Charlottenburg, Schlossstrasse 3.
- Dr. K. HOLLEFREUND, S., Alexandrinenstrasse 36.
- Prof. Dr. R. HOPPE, S., Prinzenstrasse 69.
- Dr. W. HOWE in Westend bei Berlin, Kastanienallee 4.
- Prof. Dr. HUTT in Bernburg.
- Dr. W. JAEGER in Charlottenburg, Leibnitzstrasse 65.
- Dr. JAGOR, SW., Enkeplatz 4.
- Dr. H. JAHN, NW., Hindersinstrasse 1.
- Dr. E. JAHNKE, N., Wörtherstrasse 6.
- Dr. S. KALISCHER, W., Lutherstrasse 51.
- Prof. Dr. G. KARSTEN in Kiel.
- Dr. C. KASNER, W., Schönebergerstrasse 23.
- Prof. Dr. H. KAYSER in Hannover.
- Prof. Dr. E. KETTELER in Münster i. W.
- Prof. Dr. J. KIESSLING in Hamburg.
- Dr. L. KLECKI in Krakau, Wielopola 1.
- Prof. Dr. F. KLEIN in Göttingen.
- Prof. Dr. H. KNOBLAUCH in Halle.
- Dr. E. KOEBKE, W., Dennewitzstrasse 17.
- Prof. Dr. A. KÖNIG, NW., Flemingstrasse 1.
- Prof. Dr. W. KÖNIG in Frankfurt a. M.
- Dr. A. KÖPSEL, S., Kommandantenstrasse 46.
- Dr. F. KÜTTER, S., Annenstr. 1.
- Dr. M. KOPPE, NO., Strausbergerstrasse 7a.
- Prof. Dr. F. KOHLAUSCH in Strassburg i. E.
- Prof. Dr. W. KOHLAUSCH in Hannover.
- Prof. Dr. G. KRECH, S., Brandenburgstrasse 34.
- Dr. V. KREMER, NW., Spenerst. 9.
- Dr. O. KRIGAR-MENZEL, W., Kaiserin Augustastr. 75/76.
- Prof. Dr. H. KRONECKER in Bern.
- Prof. Dr. A. KUNDT, NW., Neue Wilhelmstrasse 16.
- Dr. F. KURLBAUM in Charlottenburg, Marchstrasse 25.
- Dr. G. LACHMANN, SW., Puttkammerstrasse 10.

- Hr. Prof. Dr. E. LAMPE, W., Kurfürstenstrasse 139.
- Prof. Dr. H. LANDOLT, W., Königgrätzerstrasse 123 b.
- Prof. Dr. C. LANGE, W., Kleiststrasse 4.
- Dr. J. LANGE, SW., Möckernstrasse 85.
- Prof. Dr. A. LEMAN in Charlottenburg, Leibnitzstrasse 74.
- Dr. E. LESS, NW., Albrechtstr. 17.
- Prof. Dr. LIEBISCH in Göttingen.
- Prof. Dr. O. LIEBRICH, W., Margarethenstrasse 7.
- Dr. St. LINDECK in Charlottenburg, Göthestrasse 68.
- Dr. E. LOEW, SW., Grossbeerenstrasse 1.
- Prof. Dr. E. LOMMEL in München, Kaiserstrasse 10.
- Prof. Dr. H. A. LORENTZ in Leyden.
- Prof. Dr. C. LUDWIG in Leipzig.
- Dr. G. LÜBECK, N. Prenzlauer Allee 2.
- Dr. O. LUMMER in Charlottenburg, Leibnitzstrasse 72.
- Dr. G. MELANDER in Helsingfors.
- Dr. B. METH, W., Eisenacherstrasse 11.
- Dr. ERNST MEYER, SW., Möckernstrasse 121.
- Dr. G. MEYER in Freiburg i. B., Colombistr. 12.
- Dr. H. MEYER, W., Derfflingerstrasse 28.
- Prof. Dr. O. E. MEYER in Breslau.
- Dr. W. MEYER, W., Kurfürstenstrasse 101.
- Dr. C. MICHAELIS in Potsdam.
- Dr. P. MICKÉ, W., Kleiststr. 15.
- Dr. JAMES MOSER in Wien.
- Dr. R. MÜLLER, W., Wilhelmstrasse 40 a.
- Dr. W. MÜLLER-ERZBACH in Bremen.
- Prof. Dr. A. MÜTTRICH in Eberswalde.
- Prof. Dr. H. MUNK, W., Matthäikirchstrasse 4.
- Dr. R. NAREWOLD, SW., Planufer 31.
- Prof. Dr. F. NEESEN, W., Zietenstrasse 6 c.
- Prof. Dr. W. NERNST in Göttingen, Hertzbl. Chaussee 13.
- Prof. NEUBERT in Dresden.
- Prof. Dr. C. NEUMANN in Leipzig.
- Prof. Dr. A. OBERBECK in Greifswald, Bahnhofstr. 41.
- Hr. Prof. Dr. A. v. OETTINGEN in Leipzig.
- Prof. Dr. PAALZOW, W., Wilhelmstrasse 50.
- Prof. Dr. J. PERNET in Zürich-Hottingen, Minervastrasse.
- Prof. Dr. F. PETRI, SO., Köpenickerstrasse 22 a.
- Prof. Dr. L. PFAUNDLER in Innsbruck.
- Dr. J. PICKER, Bensberg.
- Prof. RAOUX PICTET, C., Neue Promenade 3.
- Prof. Dr. M. PLANCK, W., Eisenacherstrasse 5.
- Prof. Dr. L. POCHHAMMER in Kiel.
- Dr. F. PÖCKELS in Göttingen, Bühlstr. 36.
- Dr. F. POSKE, SW., Hallesche Strasse 21.
- Prof. Dr. W. PREYER, in Wiesbaden.
- Dr. E. PRINGSHEIM, NW., Kronprinzenufer 25.
- Prof. Dr. N. PRINGSHEIM, W., Königin Augusta-Strasse 49.
- Dr. M. PRYTZ in Kopenhagen, Falkonergaardsvej 12.
- Prof. Dr. G. QUINCKE in Heidelberg.
- Dr. R. RADAU in Paris.
- Dr. A. RAPS, SW., Johanniterstrasse 18.
- Prof. Dr. RECKNAGEL in Augsburg.
- Prof. Dr. O. REICHEL in Charlottenburg, Knesebeckstr. 91.
- Dr. W. REISS, W., Kurfürstenstrasse 98.
- RENISCH in Essen.
- Dr. F. RICHARZ in Endenich bei Bonn.
- Dr. E. RICHTER, Charlottenburg, Kantstrasse 52.
- Prof. Dr. E. RIECKE in Göttingen.
- Dr. R. RITTER, NW., Herwarthstrasse 3 a.
- Dr. E. RÜBER, W., Steglitzerstrasse 79.
- Dr. M. v. ROHR, W., Motzstr. 75.
- Dr. H. ROHRBECK, NW., Karlstrasse 24.
- Prof. Dr. J. ROSENTHAL in Erlangen.
- Director Dr. F. ROTH in Leipzig.
- Dr. H. RUBENS, W., Bellevuestrasse 15.
- Prof. Dr. FR. RÜDORFF in Charlottenburg, Marchstrasse 7 e.
- Prof. Dr. RÜHMANN in Chemnitz.
- Prof. Dr. C. RUNGE in Hannover

- Hr. Prof. Dr. SAALSCHÜTZ in Königsberg in Pr.
 — Prof. Dr. P. SCHAFFHEITLIN in Charlottenburg, Joachimthalerstr. 1.
 — Dr. K. SCHEEL in Charlottenburg, Marchstrasse 25.
 — Dr. J. SCHNEIDER in Potsdam, Astrophysikal. Observatorium.
 — Dr. R. SCHELSKE, NW., Beethovenstrasse 3.
 — Dr. V. SCHEMEL, SW., Blücherstrasse 15.
 — Dr. SCHENK, N., Strassburgerstr. 2.
 — Prof. Dr. K. SCHERING in Darmstadt.
 — M. SCHLEGEL, W., Bellevuestr. 15.
 — Dr. SCHÖNACH in Innsbruck.
 — Dr. O. SCHÖNROCK, NW., Sigismundshof 5.
 — Prof. Dr. J. SCHOLZ, S. Hasenh. 54.
 — Dr. P. SCHOLE in Steglitz.
 — F. SCHOTTE, SW., Grossbeerenstrasse 27a.
 — Dr. P. SCHOTTLÄNDER in Charlottenburg, Göthestrasse 87.
 — Dr. SCHÜLKE in Osterode in O./Pr.
 — Dr. F. SCHULZE-BERGE in New York, Menlo Park.
 — Prof. Dr. A. SCHUMANN, SW., Wartenburgstrasse 21.
 — Prof. Dr. B. SCHWALBE, NW., Georgenstrasse 30/31.
 — Dr. G. SCHWALBE, NW., Georgenstrasse 30/31.
 — R. SEEBOLD, W., Landgrafenstr. 16.
 — Dr. SELL in Charlottenburg, Schlüterstrasse 73.
 — Dr. G. SIEBEN in Gr.-Lichterfelde.
 — WIL. v. SIEMENS, W., Königgrätzerstrasse 2/3.
 — Prof. Dr. P. SILOW in Warschau.
 — Dr. W. SKLAREK, W., Lützowstrasse 63.
 — Prof. Dr. A. SLABY in Charlottenburg, Sophienstrasse 4.
 — Dr. P. SPIES, Charlottenburg, Uhlandstrasse 61.
 — Prof. Dr. G. SPÜREER in Potsdam, Astrophysikal. Observatorium.
 — Prof. Dr. A. SPRUNG, in Potsdam, Meteorol.-magnet. Observat.
 — Dr. F. M. STAFFP in Weissenensee, Berlinerstrasse 3.
 — Dr. STEINER in Erlangen.
 — Dr. K. STRECKER, W., Bülowstrasse 51.
 — Prof. Dr. V. STROUHAL in Prag, Clementinum.
 — Dr. R. STÜRING in Potsdam, Meteorol.-magnet. Observat.
 — Hr. Dr. THEURER in Prag.
 — Dr. B. THIERRACH in Charlottenburg, Bismarkstrasse 115.
 — Prof. Dr. M. THIESEN in Friedrichshagen, Ahornallee 10.
 — Dr. B. v. TIETZEN-HENNIG, Westend, Kastanienallee 4.
 — Prof. H. THUREIN, N., Chausseestrasse 40.
 — Dr. Fr. VETTING, SW., Bernburgerstrasse 24.
 — Prof. Dr. R. VIRCHOW, W., Schellingstrasse 10.
 — Prof. Dr. H. C. VOGEL in Potsdam, Astrophysikal. Observat.
 — Prof. Dr. H. W. VOGEL, Grunewald-Colonie, Schinkelstr. 4.
 — Prof. Dr. P. VOLKMANN in Königsberg i. Pr.
 — Dr. R. WACHSMUTH, W., Kurfürstenstrasse 9.
 — Dr. E. WAGNER in Breslau.
 — Prof. Dr. E. WARBURG in Freiburg i. Br.
 — Prof. Dr. A. WANGERIN in Halle a. S., Burgstrasse 27.
 — Dr. C. L. WEBER, SW., Königgrätzerstrasse 92.
 — Prof. Dr. H. F. WEBER in Zürich.
 — Prof. Dr. L. WEBER in Kiel.
 — Dr. W. WEDDING, W., Lützowplatz 10.
 — Prof. Dr. K. WEIERSTRASS, W., Friedrich Wilhelmstrasse 14.
 — Prof. Dr. J. WEINGARTEN, W., Regentenstrasse 14.
 — Dr. B. WEINSTEIN, S., Urbanstr. 1.
 — Dr. C. WELTZIEN in Zehlendorf.
 — Dr. K. WESSENDONCK, W., Wilhelmstrasse 66 u.
 — F. WIEBE, W., Burggrafenstr. 8.
 — Dr. E. WIECHERT in Königsberg i. Pr.
 — Prof. Dr. G. WIEDEMANN in Leipzig, Thalstrasse 35.
 — Prof. Dr. E. WIEDEMANN in Erlangen.
 — Dr. M. WIEN in Würzburg.
 — Dr. W. WIEN in Westend bei Berlin, Rüsternallee 8.
 — Prof. Dr. O. WIENER in Dresden.
 — Dr. J. WILSING in Potsdam, Astrophysikal. Observatorium.
 — Dr. W. WOLFF in Charlottenburg, Joachimthalerstr. 43.
 — Prof. Dr. J. WOPITZEY, N., Krausnikstrasse 19.
 — Prof. Dr. A. WÜLLNER in Aachen.
 — B. WURTZEL, NW., Luisenstr. 62.
 — Prof. Dr. W. v. ZAHN in Leipzig.

BARUS, C., Die physikalische Behandlung und die Messung hoher Temperaturen. VIII, 92 Seiten mit 30 Figuren und 2 Tafeln. 1892. M. 3.—

Die vorliegende Arbeit zeichnet sich durch grosse Gründlichkeit aus. Dieselbe dokumentiert sich auch schon äusserlich durch die grosse Zahl der Citate, welche der Verfasser dem ersten, die Geschichte der Pyrometrie behandelnden Kapitel beigegeben hat. Im zweiten Kapitel wird die Kalibrierung der Kalorimeter durch bekannte Siede- und Schmelzpunkte behandelt.

BOLTZMANN, L., Vorlesungen über Maxwells Theorie der Elektricität und des Lichtes. I. Theil. XII, 139 Seiten mit vielen Textfiguren und 2 lithographischen Tafeln. 1891. M. 5.—. **II. Theil.** VIII, 166 Seiten mit Figuren im Text und zwei Tabellen. 1893. M. 5.—

Nur ein Boltzmann konnte den oft unentwirrbar complicirten Plan des Maxwell'schen Lehrgebäudes bis in alle Details so verstehen, um ihn mit dieser Klarheit blosszulegen. Aus den einfachsten Annahmen — den Gesetzen der cyklischen Bewegungen und der Lagrange'schen Gleichung — entwickeln sich die weittragenden Schlüsse mit einer Klarheit und Eleganz, die neben der vollendeten wissenschaftlichen Befriedigung auch einen hervorragenden ästhetischen Genuss bietet.

BOYS, C. V., Seifenblasen. Vorlesungen über Kapillarität. Autorisierte deutsche Übersetzung von Dr. G. Meyer. VIII, 92 Seiten mit 56 Figuren und 1 grossen Tafel. 1893. M. 3.—

Das Buch enthält unter Vermeidung mathematischer Entwicklungen eine auf Experimente gegründete Darstellung der Capillaritätstheorie.

ELBS, KARL, Die Akkumulatoren. Eine gemeinfassliche Darlegung ihrer Wirkungsweise, Leistung und Behandlung. 44 S. mit 3 Fig. 1893. M. 1.—

Das Schriftchen giebt eine äusserst klare und gemeinverständliche Erklärung des Principes der Akkumulatoren, sowie die Regeln für deren Behandlung und Benutzung.

FLETCHER, L., Die optische Indicatrix. Eine geometrische Darstellung der Lichtbewegung in den Krystallen. Übersetzt von H. Ambronn und W. König. IX, 69 Seiten. 1893. M. 3.—

Die Bedeutung dieses Buches liegt ausschliesslich in seiner Methodik. Unabhängig von jeder Vorstellung über die Natur der Lichtschwingungen werden die Gesetze der Lichtbewegung in zweiaxigen Krystallen aus denen der einachsigen auf Grund eines einfachen Analogieschlusses entwickelt.

HECHT, B., Anleitung zur Krystallberechnung. VI und 76 Seiten mit einer Figurentafel u. 5 a. Pauspapier gedruckt. Hilfsprojectionen. 1893. M. 3.—

Die vorliegende Anleitung, für Studierende bestimmt, giebt nach der vom Verfasser herrührenden Methode die allgemeine Lösung der bei der Krystallberechnung auftretenden Aufgaben an und zeigt damit einen Weg, der in jedem Falle zum Ziele führen muss.

HELMHOLTZ, H. v., Wissenschaftliche Abhandlungen. 2 Bände. Mit Porträt und 8 lithographisch. Tafeln in Leinen gebunden unbeschnitten M. 40.— (I. Band VIII, 938 Seiten. 1882. M. 20.—. II. Band VIII, 1021 Seiten. 1883. M. 20.—. III. Band unter der Presse.)

Die wissenschaftlichen Arbeiten von Helmholtz sind von beträchtlichem Einfluss auf den Entwicklungsgang der theoretischen Physik unserer Zeit gewesen. Durch die Vereinigung der seiner Zeit als Einzeldrucke oder in verschiedenen wissenschaftlichen Zeitschriften erschienenen Arbeiten in gleichmässigem modernen Wiederabdruck werden dieselben der wissenschaftlichen Welt bequemer zugänglich gemacht. —

Verlag von **Johann Ambrosius Barth** in Leipzig.

HERTZ, H., Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. VIII
296 Seiten mit 40 Figuren. 1892. M. 6.—

Wiederabdruck der in den „Annalen der Physik und Chemie“ veröffentlichten Arbeiten, durch welche Professor Hertz vor einigen Jahren zum erstenmale die zeitliche Ausbreitung einer vermeintlichen Fernkraft nachwies, und die Maxwellsche Theorie über den Zusammenhang der elektrischen Erscheinungen mit dem Lichte durch Versuche erläuterte.

HEYDWEILLER, A. D., Hilfsbuch für die Ausführung elektrischer Messungen. VIII
262 Seiten mit 58 Figuren. 1892. geh. M. 6.—, geb. M. 7.—

Das Buch wird Jedem willkommen sein, der, sei es zu rein wissenschaftlichen Zwecken, sei es bei praktischem Bedarf mit elektrischen Messungen zu thun hat. Es enthält wohl alle Methoden, die in neuerer Zeit bekannt geworden sind. Dabei ist auf Fehlerquellen und Korrekturen besondere Rücksicht genommen.

HOPPE, EDM., Lehrbuch der Physik für höhere Lehranstalten. IV, 130 Seiten
mit einer Karte. 1894. geh. M. 2.20, cart. M. 2.40

Das Buch ist für alle Arten höherer Schulen gedacht, vom ersten Unterricht in der Physik an bis zum Schluss.

KIRCHHOFF, G. R., Gesammelte Abhandlungen. VIII, 641 Seiten mit Portrait
und 2 lithograph. Tafeln. 1882. In Leinen geb. unbeschnitten. M. 15.—
Dazu: **BOLTZMANN, L., Nachtrag.** 137 Seiten mit einer Tafel. 1892. M. 3.60

Die Sammlung enthält Aufsätze aus dem Gebiete der Lehre von der Elektrizität und vom Magnetismus, über Elasticität, Optik, Hydrodynamik, Wellentheorie, Wärmetheorie und über Emission und Absorption von Licht und Wärme und schließt mit den berühmten Abhandlungen über Spektralanalyse.

LOMMELE, E. von, Lehrbuch der Experimentalphysik. X, 644 Seiten mit 424
Figuren. 1893. geh. M. 6.40, geb. M. 7.20

Das „Lehrbuch der Experimentalphysik“, aus den Vorträgen des Verfassers entstanden, ist bezeugt, die Grundlehren der Physik, ohne weitläufige mathematische Entwicklungen, dem heutigen Standpunkte unserer Kenntnisse gemäss allgemeinverständlich darzustellen. So reich die Literatur an Lehrbüchern der Physik ist, war doch ein wirklich brauchbares Buch über die ganze Physik unter Berücksichtigung der neuen Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität ein Bedürfnis.

OHM, G. S., Gesammelte Abhandlungen, herausgegeben mit biographischer Ein-
leitung von Prof. Dr. E. v. Lommel. XV, 857 Seiten mit eingedruck-

ten Figuren und einem Bildnis Ohms. 1892.

In engl. Leinenband, unbeschnitten M. 20.—

Die Sammlung enthält alle von Ohm veröffentlichten Schriften, mit Einschluß der „galvanischen Kette“, in chronologischer Reihenfolge, nur mit Ausschluss einiger in Buchform erschienenen Werke. Sie schließt sich in Ausstattung und Format eng an die im gleichen Verlage erschienenen „Wissenschaftlichen Abhandlungen“ von Helmholtz, Kirchhoff und Hertz an.

SHENSTONE, Anleitung zum Glasblasen, für Physiker und Chemiker. Deutsch
bearbeitet von Dr. H. Ebert. 86 S. mit 44 Holzschn. 1887. M. 2.—

Das einzige Buch über diesen wichtigen Zweig der physikalischen Technik; nach übereinstimmendem Urtheil der Kritik von grosser praktischer Brauchbarkeit.

STOKES, G. G., Das Licht. Zwölf Vorlesungen, nebst zwei Vorlesungen über
Absorption und Fluorescenz des Lichtes; deutsch von Dr. O. Dziobek.
308 Seiten mit Portrait. 1888. M. 5.—, in f. Halbfranz M. 7.—

In allgemein verständlicher Sprache, ohne mathematische Formeln und ohne Figuren gegebene Darstellung der Lehre vom Licht. Nur wer seine Wissenschaft in allen Theilen beherrscht wie Stokes, kann einen so schwierigen Gegenstand in dieser meisterhaften Weise gemeinverständlich behandeln. — Allen physikalisch Gebildeten wird das Buch eine ebenso werthvolle als anregende Lektüre sein.

g.

VIII

6.—

den Ar-
e Aus-
er den
nteris.

VIII

7.—

ecken.
t wohl
n und

eiten

2.40

in der

ertrait

5.—

3.60

z und
e und
nnten

424

7.20

nden,
ngen,
eslen.
uch-
dem

Ein-

ruck-

10.—

s der
aufem
ischen
und

atsch

2.—

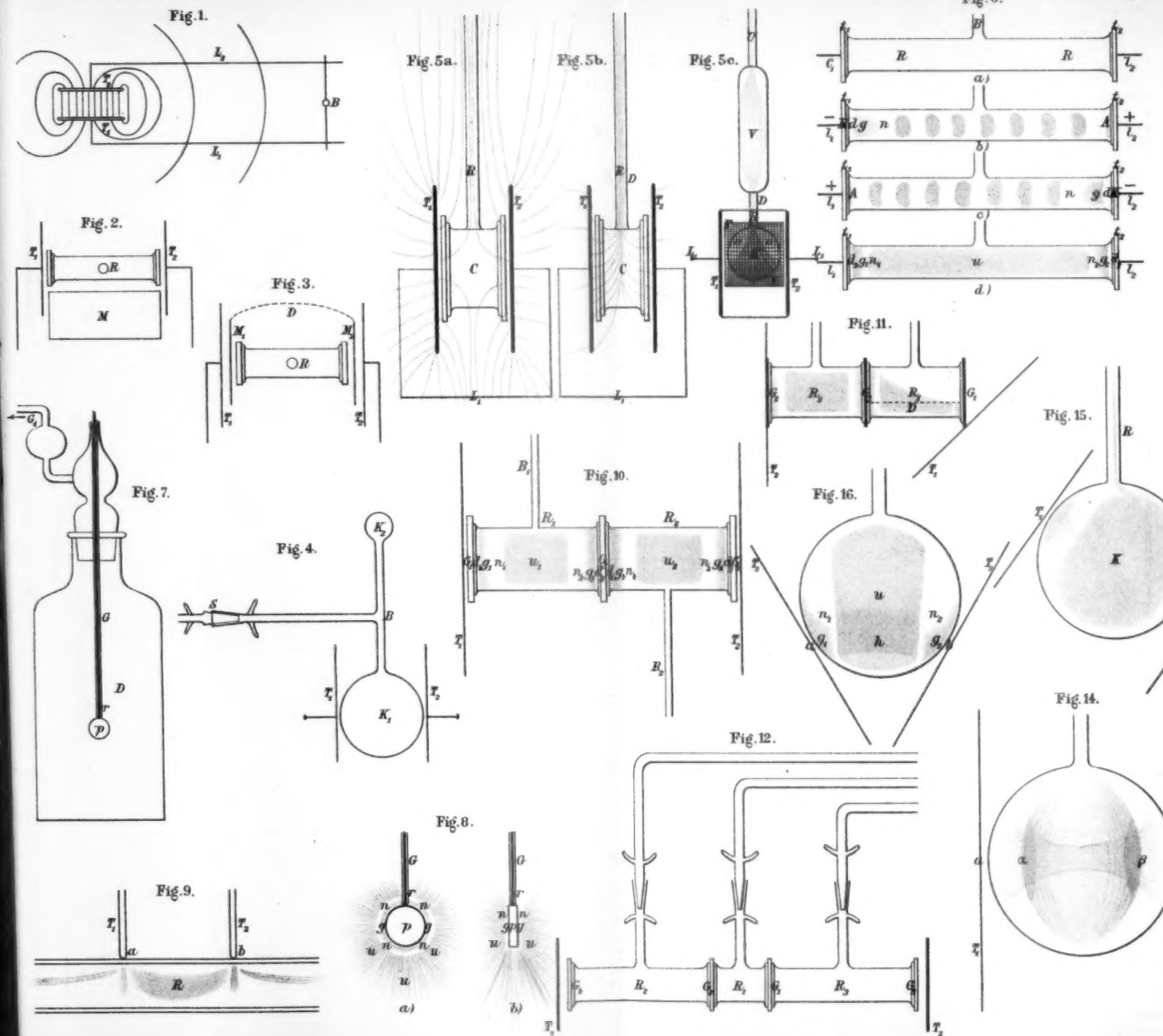
nach

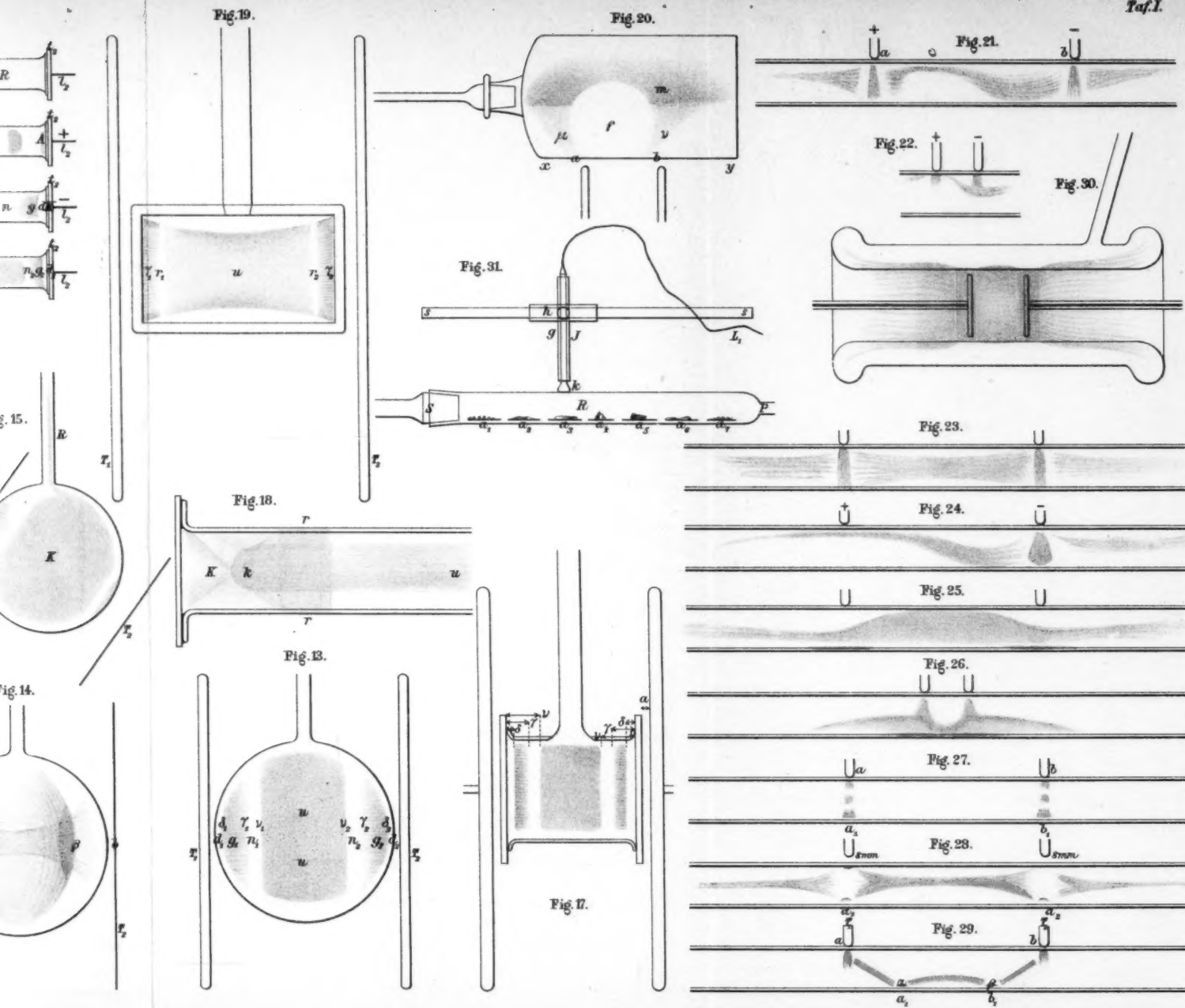
über

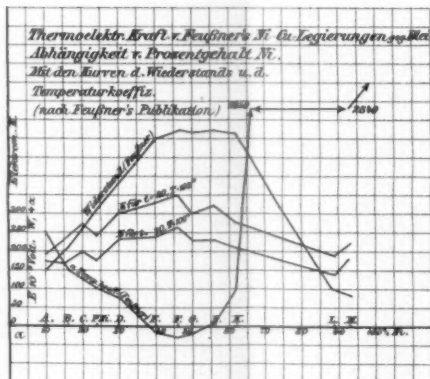
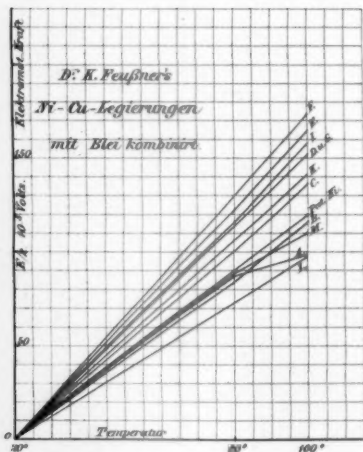
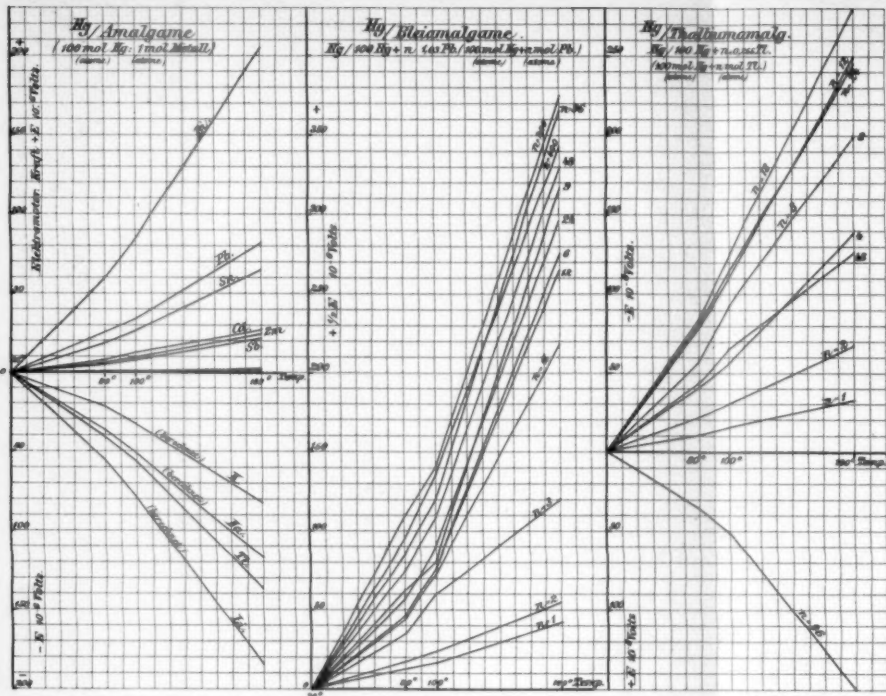
ook.

7.—

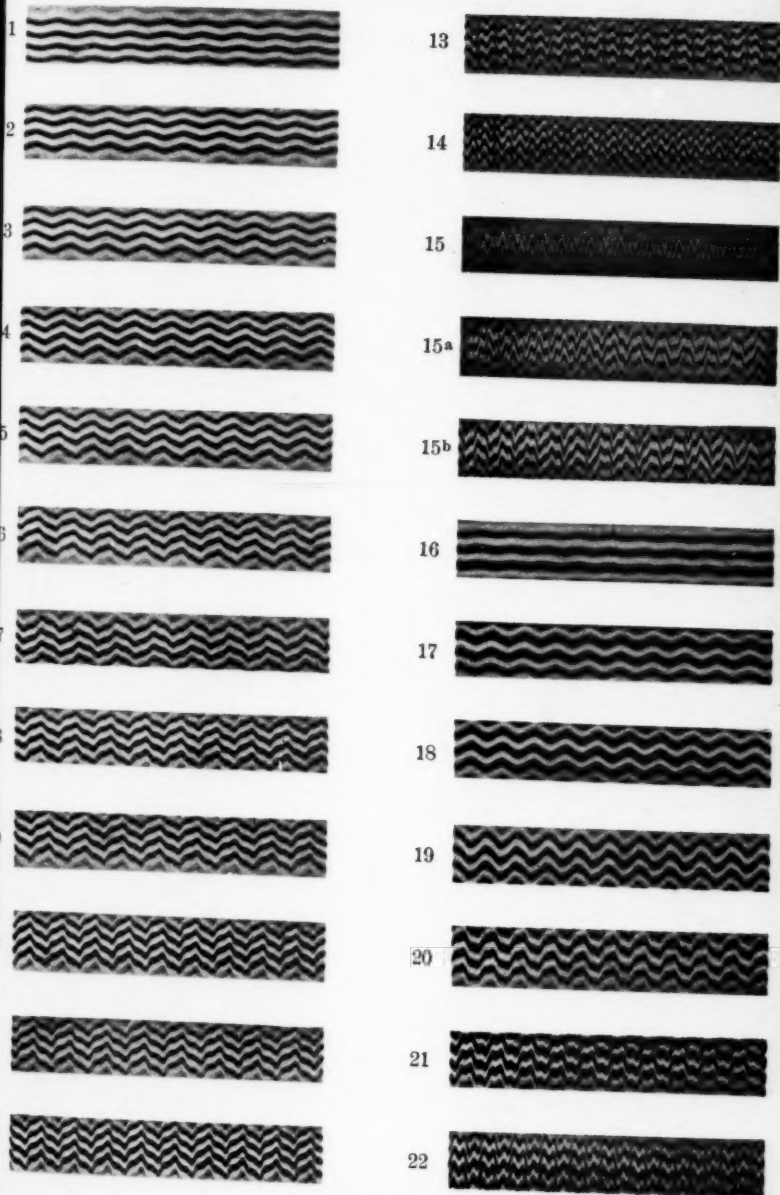
guren
eilen
affen
eine











A. Raps.

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34



7

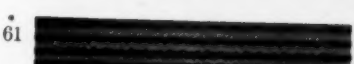


8



9





A₁



A₂



A₃



A₄



A₅



A₆



A₇



A₈



A₉



A₁₀

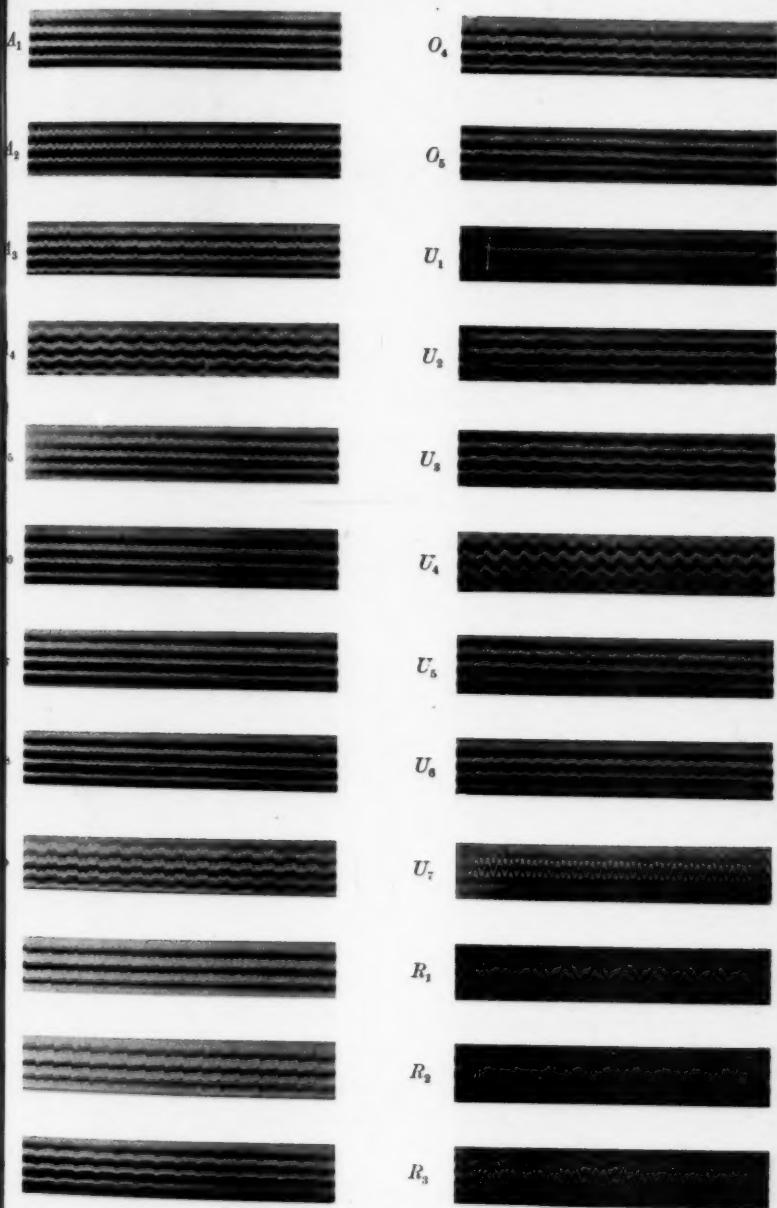


A₁₁



A₁₂





A. Raps.

Fig. 2.



Fig. 6.

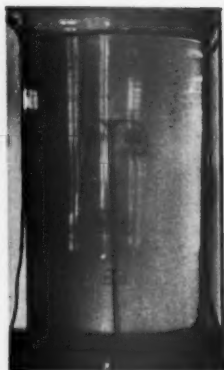


Fig. 1.



Fig. 5.

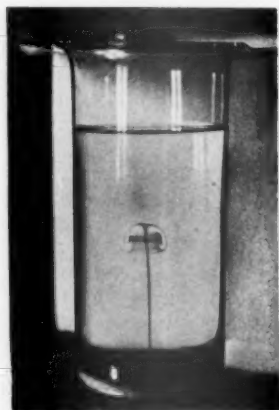


Fig. 3.



Fig. 7.

Fig. 4.

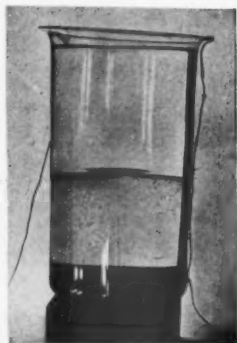


Fig. 8.

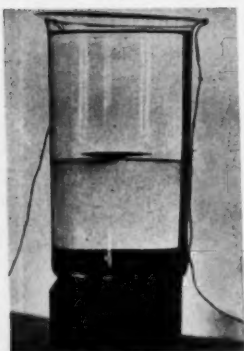


Fig. 11.



Fig. 9.

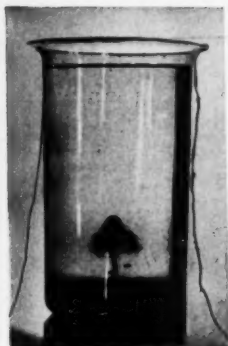


Fig. 12.

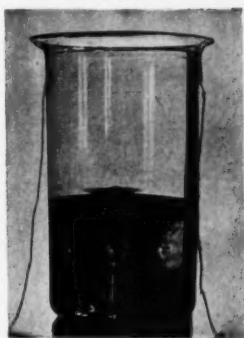
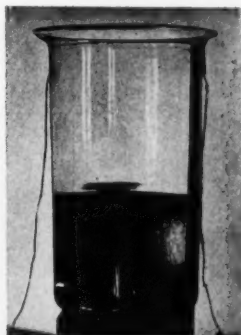


Fig. 10.



Fig. 13.



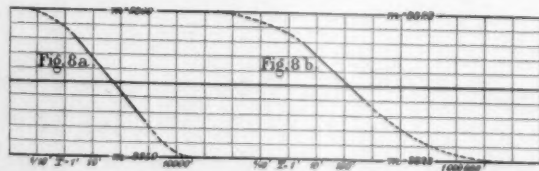
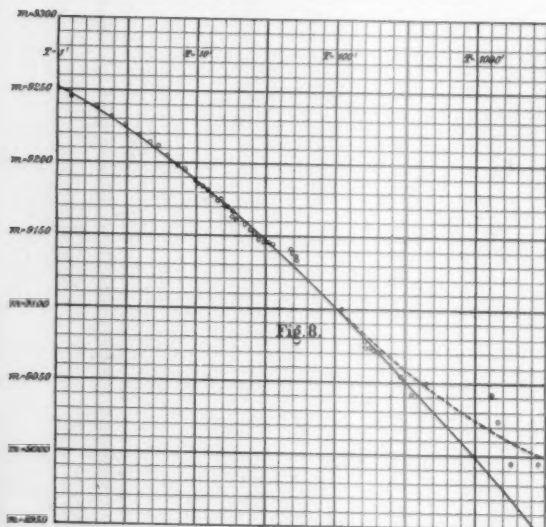
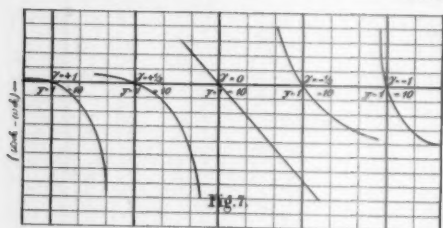
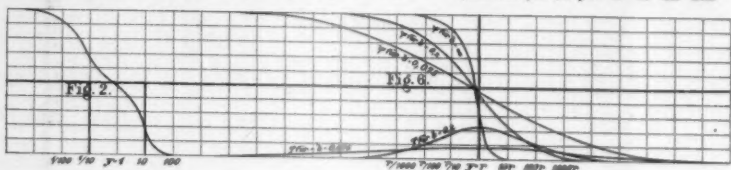
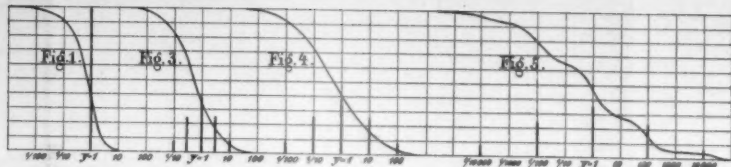


Fig. 9.

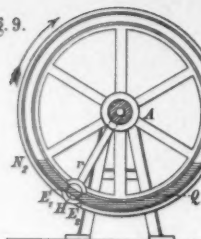


Fig. 16.

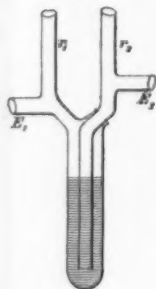


Fig. 15.

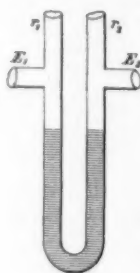


Fig. 17.

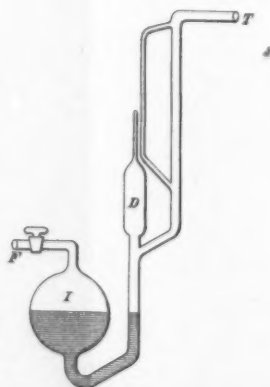
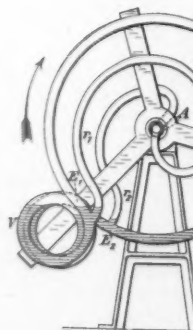


Fig. 12.



Wiechert Fig. 1-8. Schulze-Berge Fig. 9

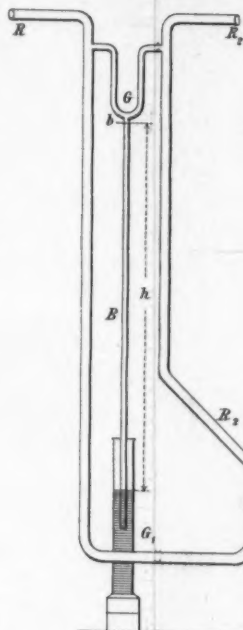
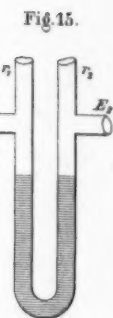
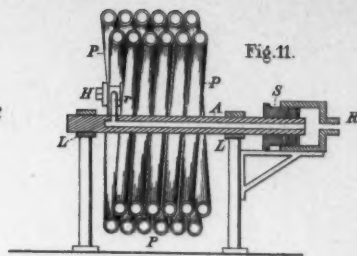
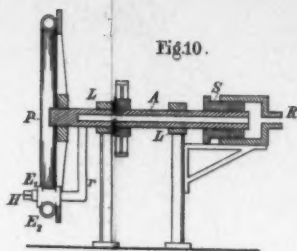
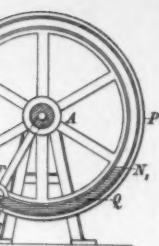


Fig. 13.

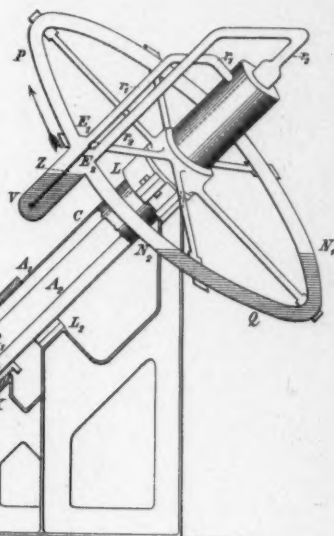


Fig. 12.

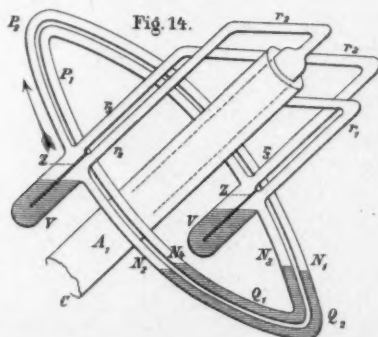
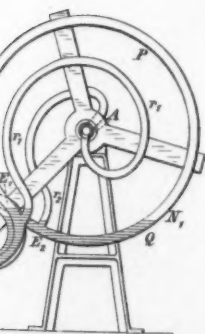
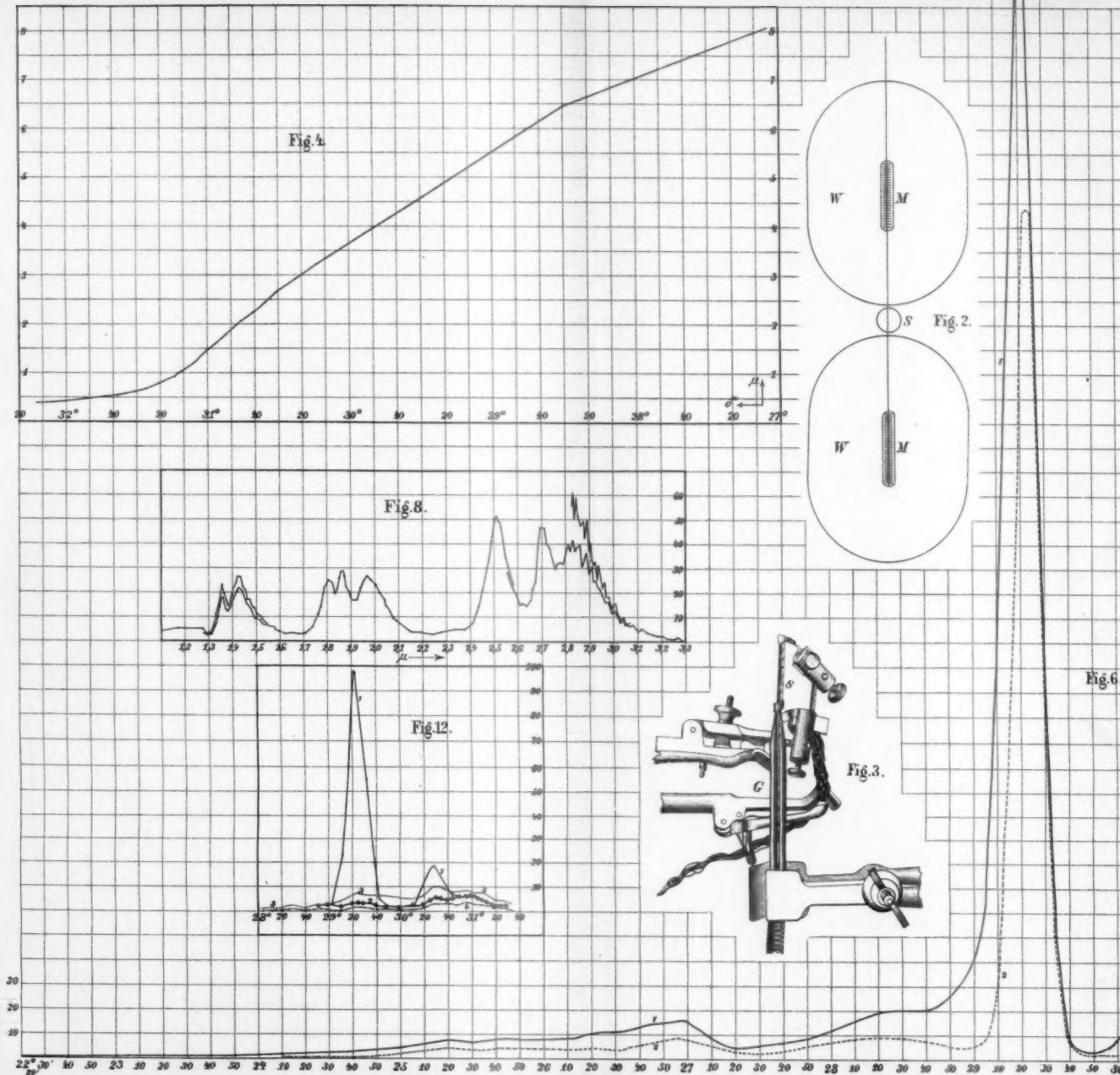


Fig. 14.

Serge Fig. 9-17.



60
50
40

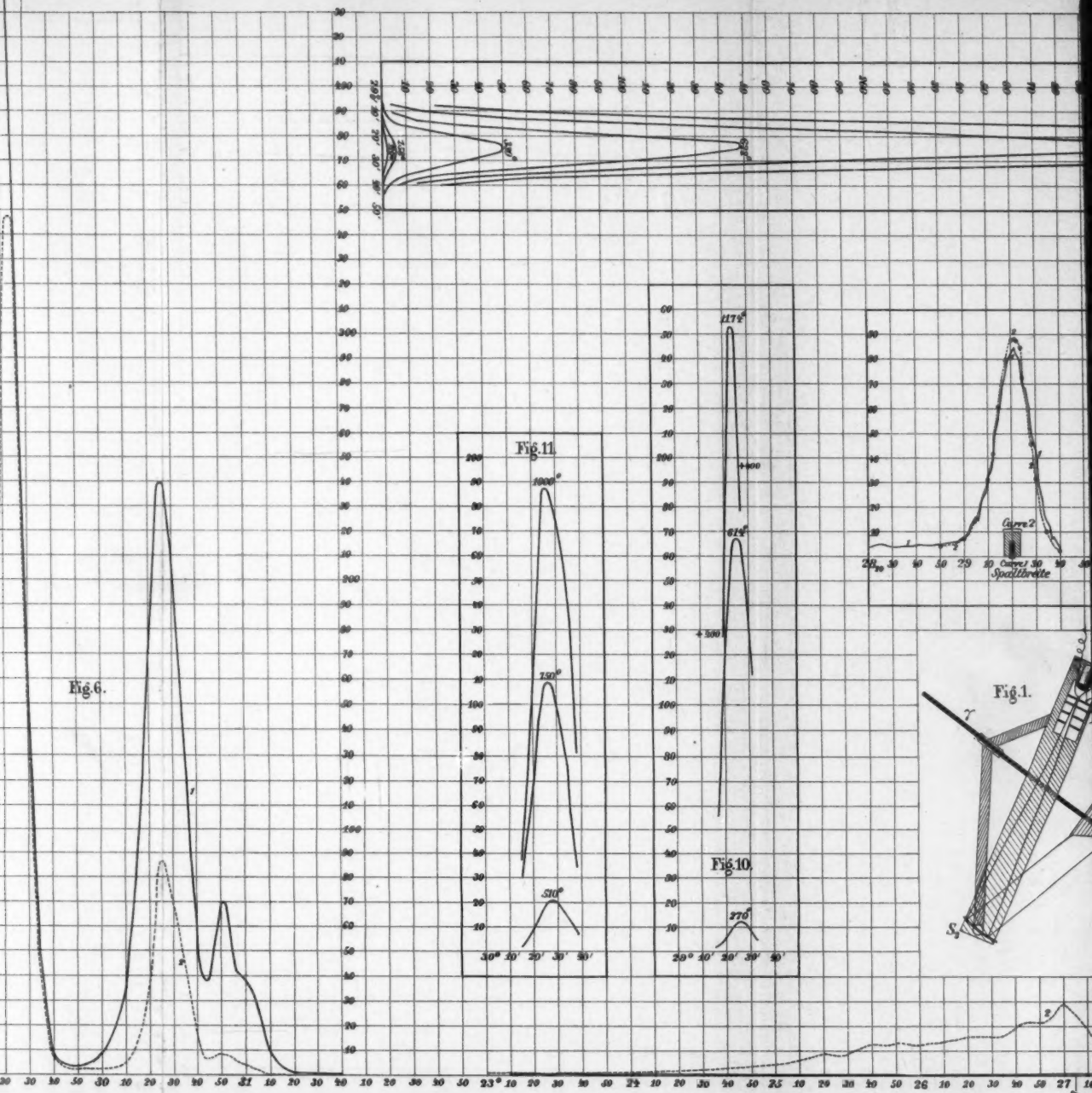


Fig. 6.

Fig. 11

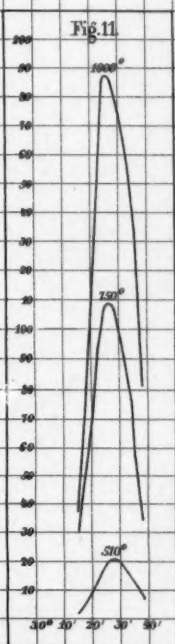


Fig. 10

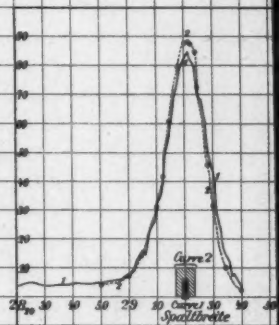
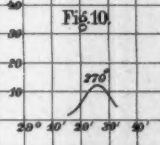
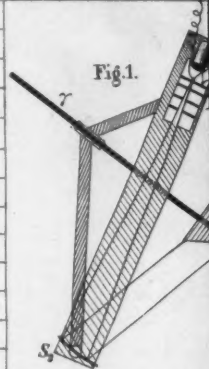
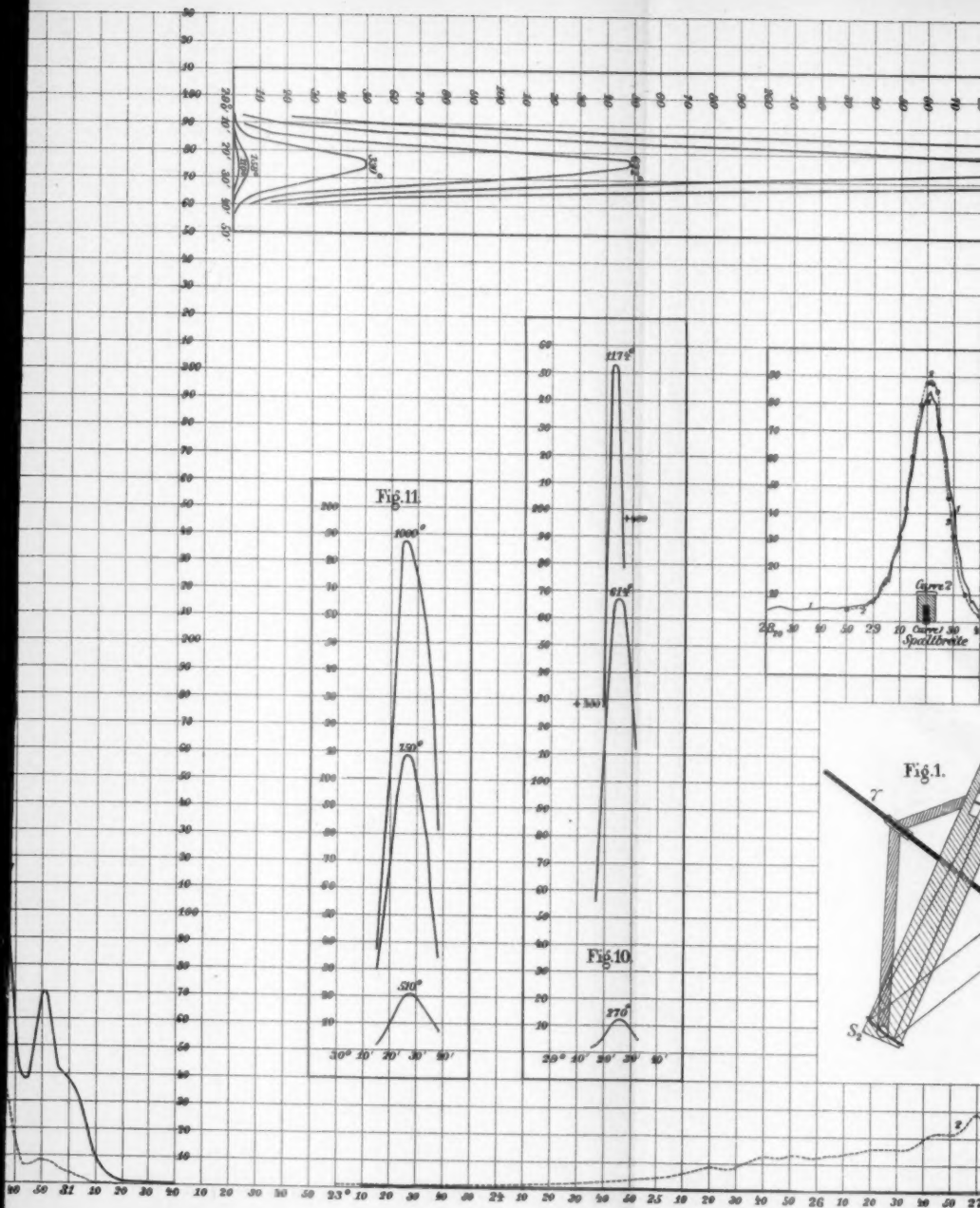


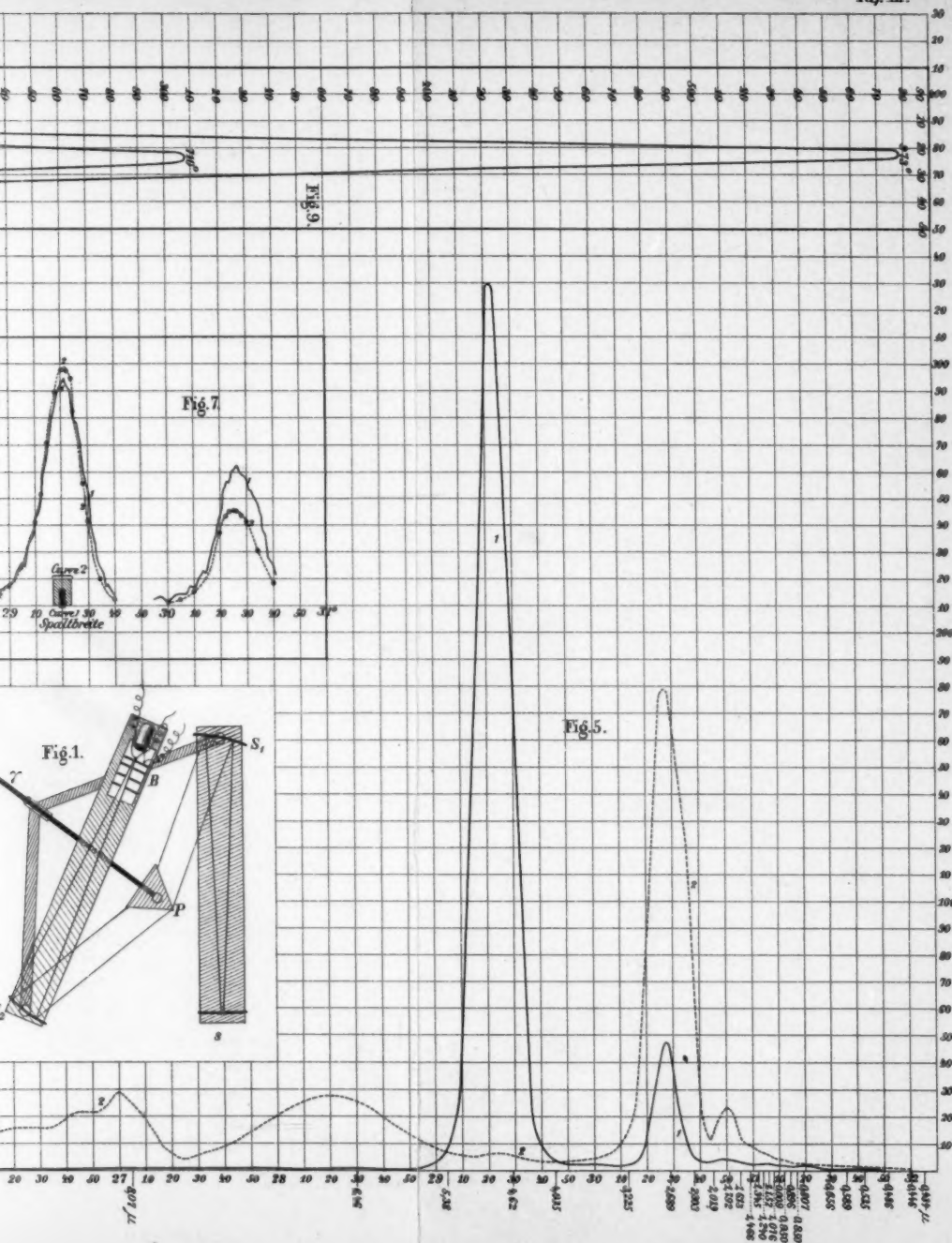
Fig. 1.



Paschen.



Paschen.



7.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

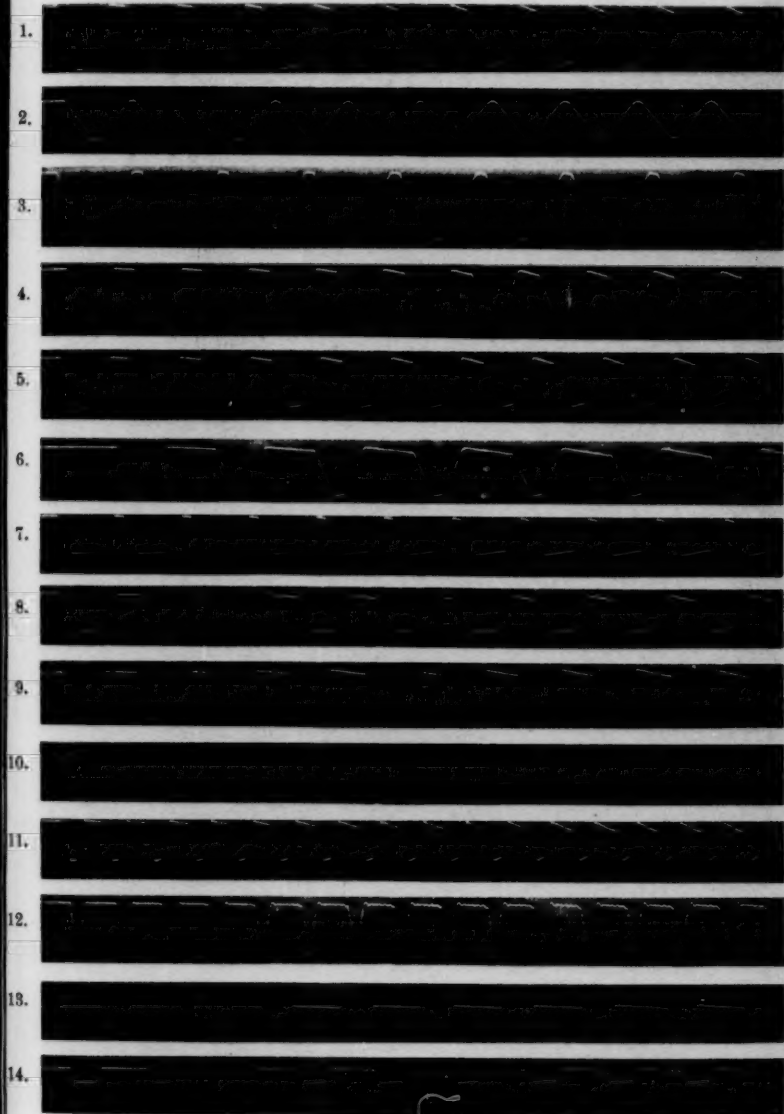
10.

11.

12.

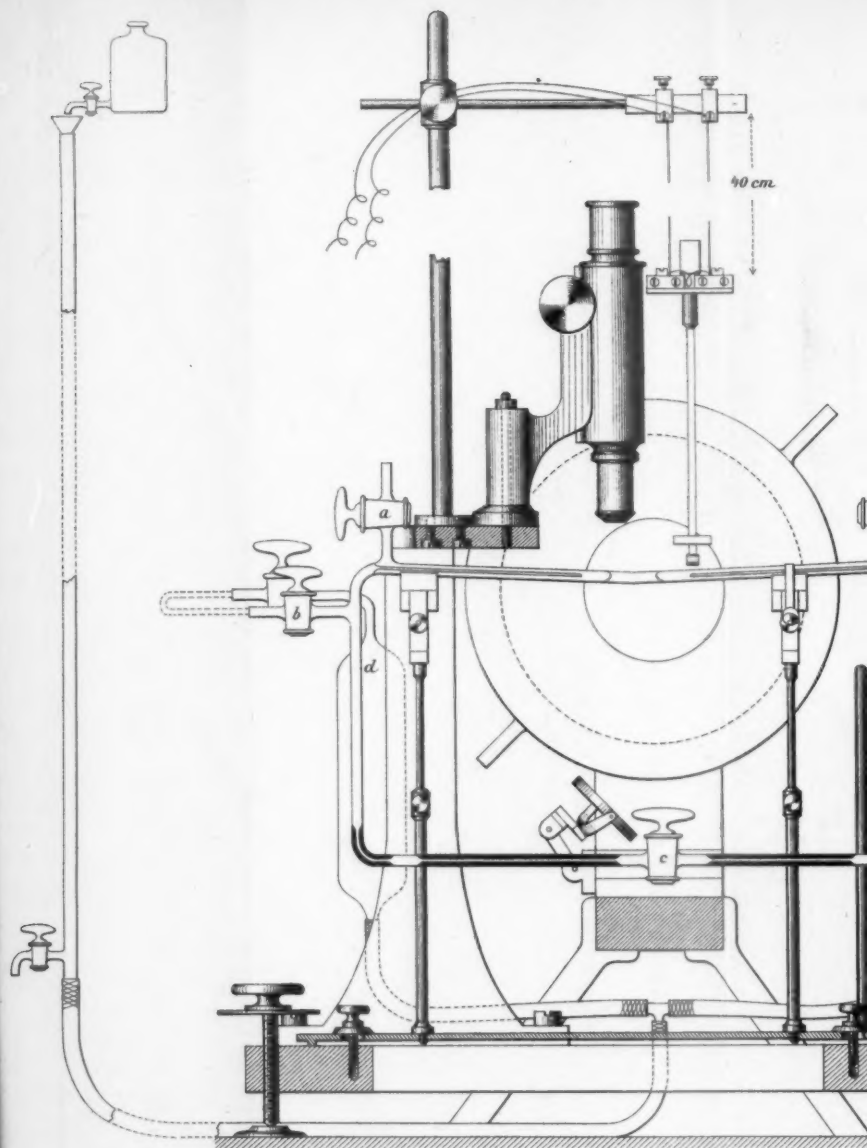
13.

14.



O. Krigar-Menzel und A. Raps.

Fig. 5.



Hennig.

Fig. 4.

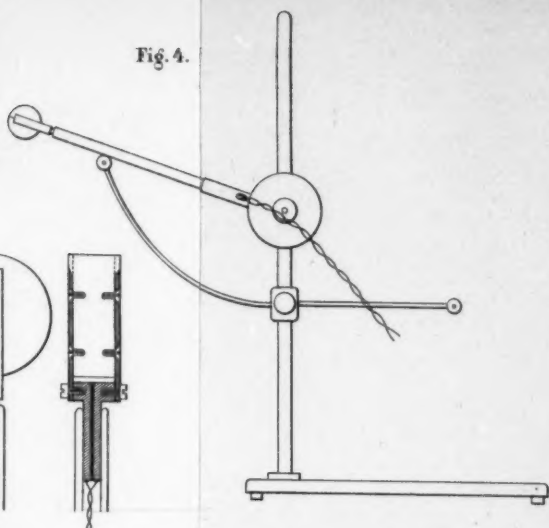


Fig. 1.

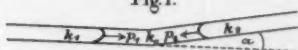


Fig. 6.

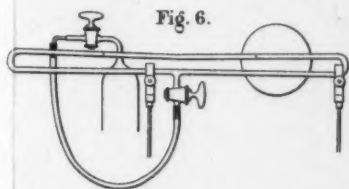
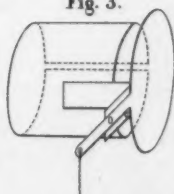


Fig. 3.



Lith. Anst. v. C. Krieger, Leipzig

Fig. 2.



fennig.

Fig. 7. Kupfer.

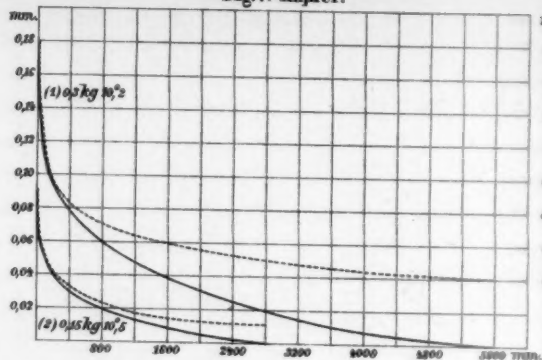


Fig. 8. Silber.

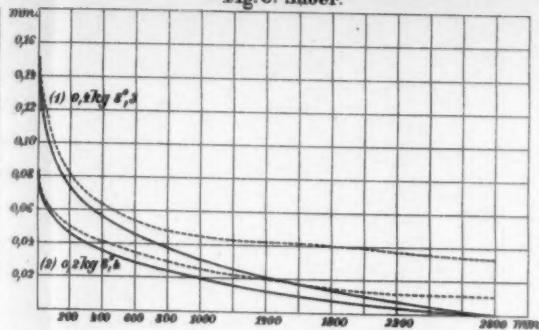


Fig. 11a.

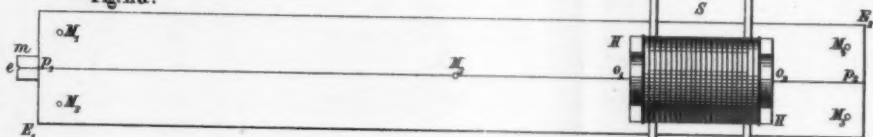


Fig. 6. Messing.

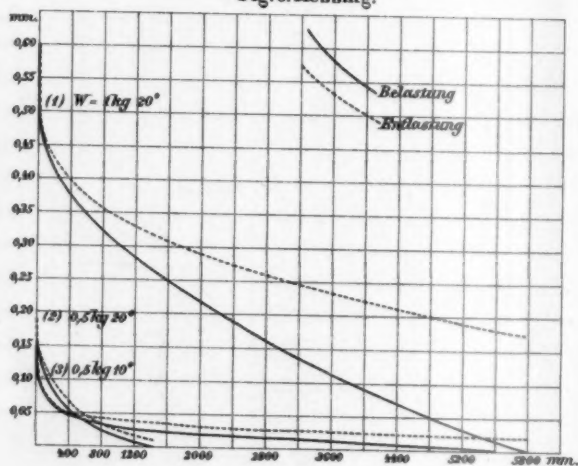


Fig. 11b.

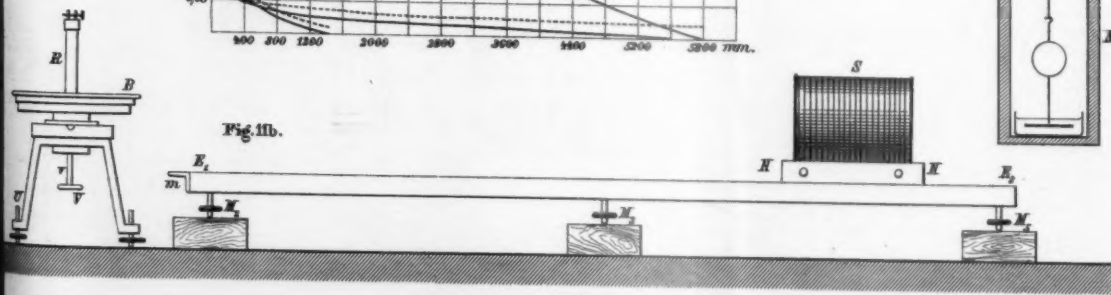


Fig. 1.

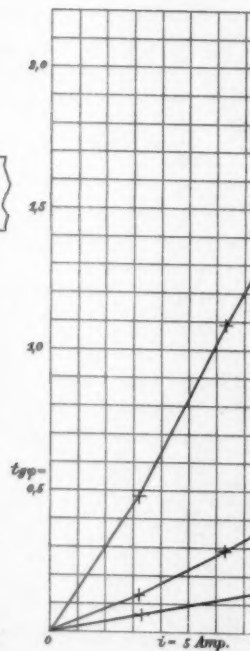
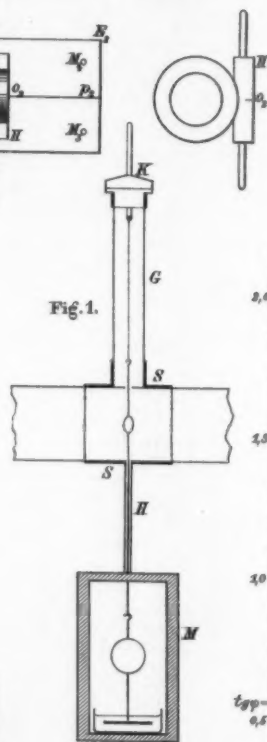


Fig. 13.

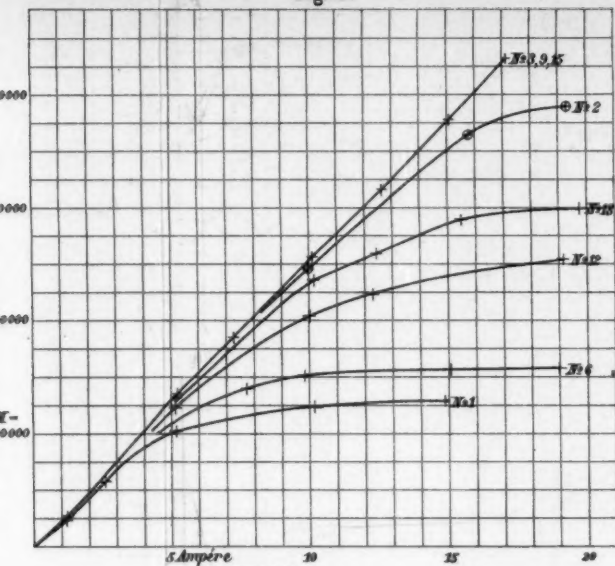


Fig. 12.

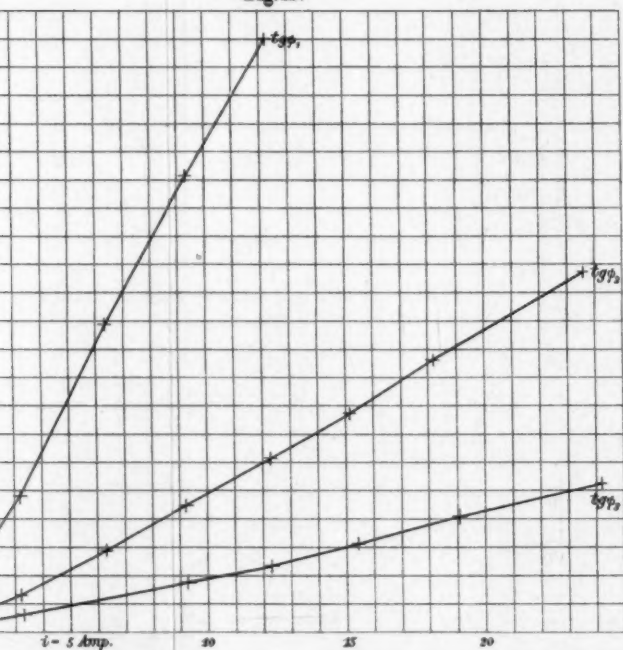


Fig. 2.

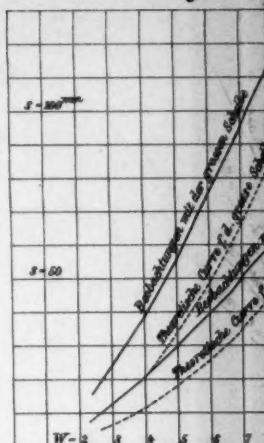
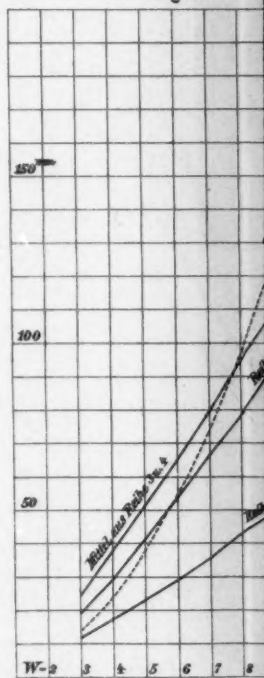


Fig. 3.



König Fig. 1-5. Austin Fig. 6-8. Gockel Fig. 9-10. Grotian Fig. 11-13. Himstedt Fig. 14.

Fig. 13.

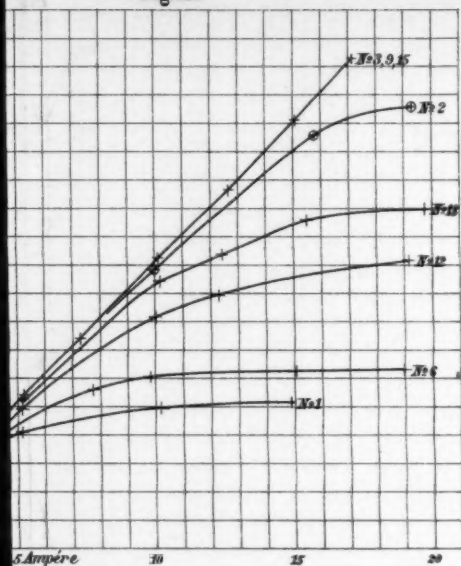


Fig. 12.

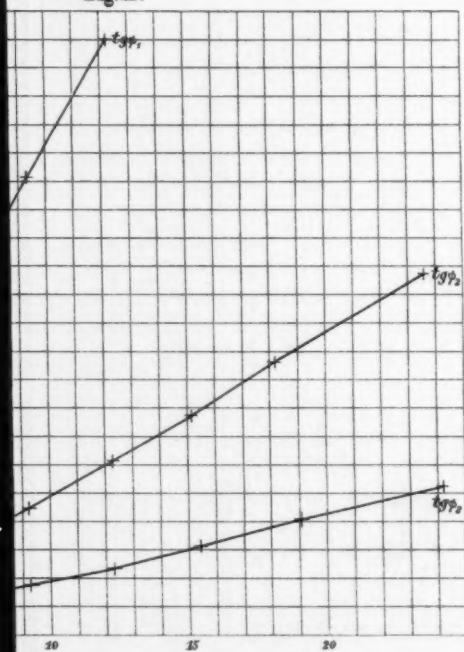


Fig. 2.

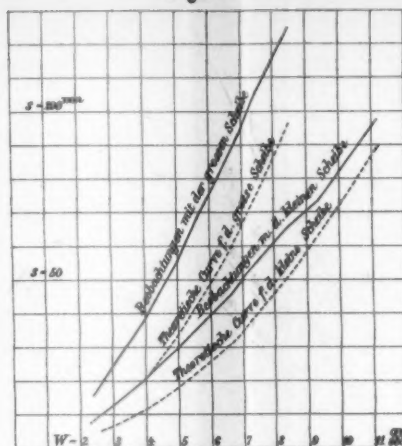


Fig. 3.

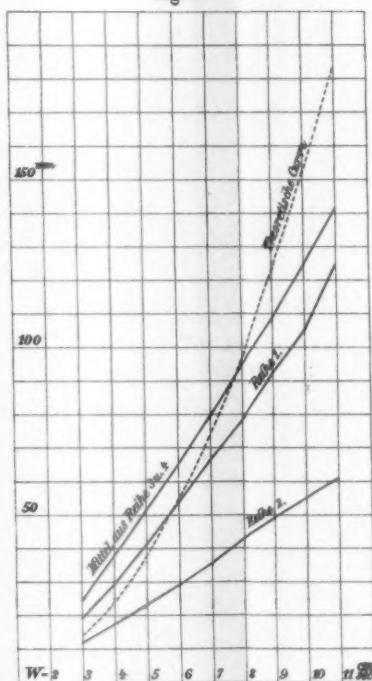


Fig. 9.

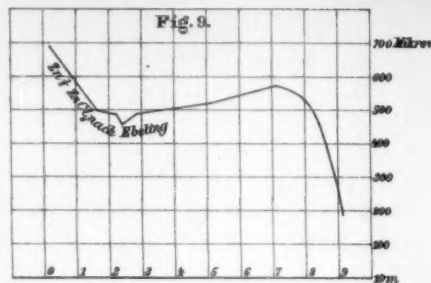
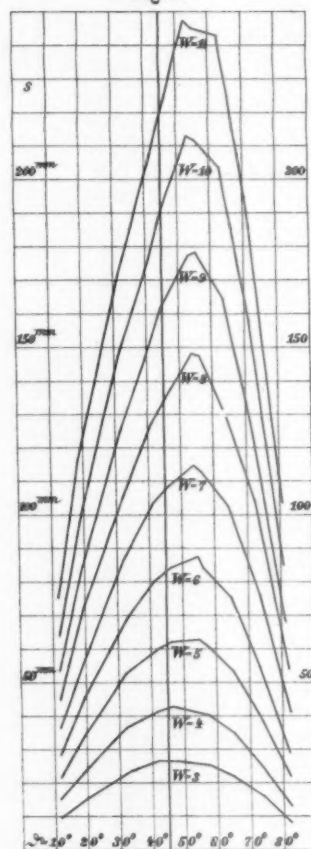


Fig. 4.



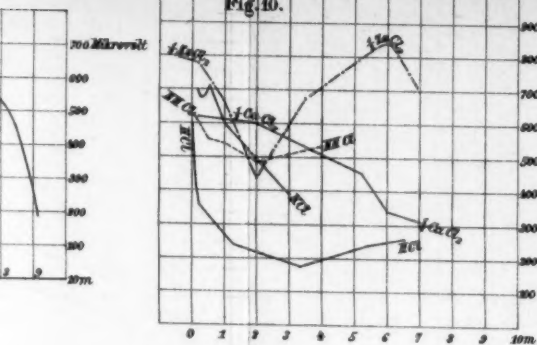
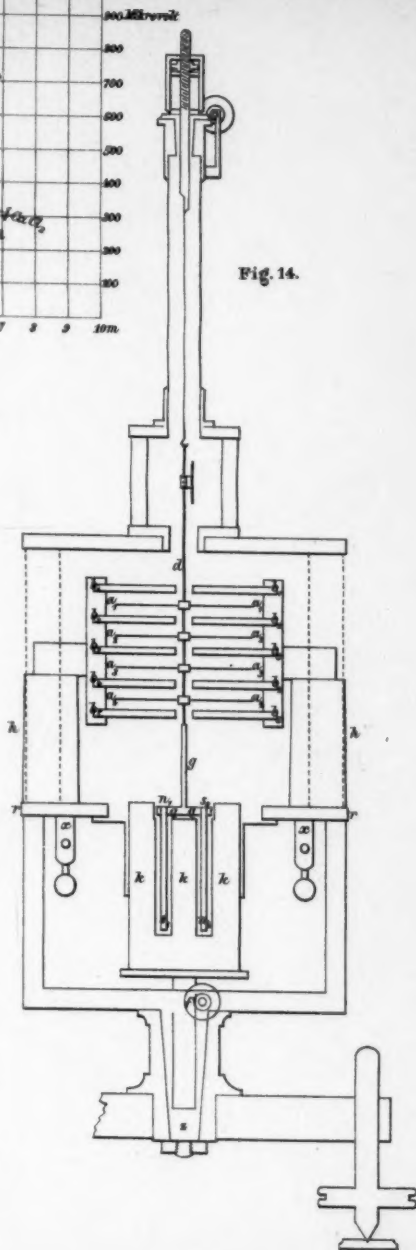
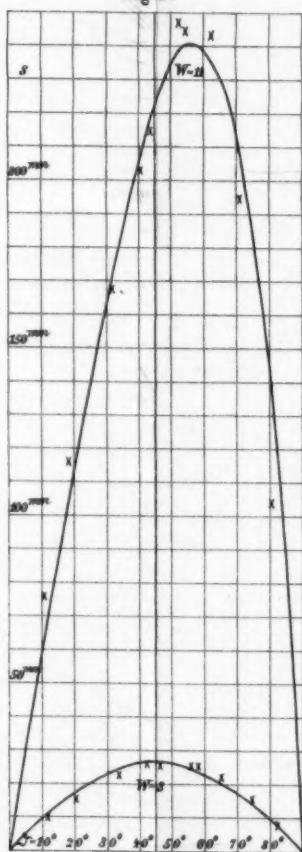


Fig. 5.





S

Beibl

physik
halb e
und e
Autor
regist
kalis

aller
regist
entsta
zugle
mögli

Be

hinge

Fach
auto
Abha
mon
Publ
den



Soeben erschien:

Vollständiges Namenregister

der

Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie

(herausgegeben von G. und E. Wiedemann)

Band I bis XV (1877—1891)

bearbeitet von

Fr. Strobel.

VI, 200 Seiten gr. 8°. Preis M. 7,—.

Durch dieses Register wird die Uebersicht über die gesamte physikalische in- und ausländische Litteratur der letzten 15 Jahre (ausserhalb der Annalen) wesentlich erleichtert. Es vereinigt über 20000 Referate und eine noch grössere Zahl Litteratur-Nachweise unter den Namen der Autoren und weist also, zusammen mit dem bereits erschienenen Namenregister zu den gleichen Jahrgängen der Annalen, die ganze physikalische Litteratur dieser Jahre nach.

Die Herstellung des Beiblätter-Registers erfolgte durch **neue Aufnahme aller einzelnen Artikel**; hierdurch war es möglich, die in den Jahresregistern infolge ungleichmässiger Signaturen, Schreib- und Druckfehlern entstandenen Ungleichheiten und Unrichtigkeiten zu beseitigen, während zugleich alle Sorgfalt aufgewendet wurde, das Einschleichen neuer Fehler möglichst zu vermeiden.

Bei dieser Gelegenheit sei wiederholt auf die Bedeutung der

Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie

hingewiesen.

Die „Beiblätter“ enthalten bekanntlich (jährlich 1300—1600) von Fachgelehrten bearbeitete und von den Verfassern genehmigte, also **autorisierte** Berichte über die gesamten im laufenden Jahr erschienenen Abhandlungen des In- und Auslandes aus dem Gebiete der Physik, ferner monatliche Inhaltsangaben aller physikalischen Zeitschriften, Akademie-Publikationen und sonstiger schwer zugänglichen Arbeiten. Auch das aus den verwandten Wissenschaften den Physiker Interessierende ist durch kurze

Referate erwähnt, während die Titel der in den „Annalen“ veröffentlichten Arbeiten zur Herstellung einer vollständigen physikalischen Bibliographie in das Inhaltsverzeichnis aufgenommen sind.

Die Annalen und Beiblätter zusammen genügen somit vollkommen, um die physikalische Forschung aller Kulturvölker im einzelnen zu verfolgen; nur für specielle Fälle, wo Quellenstudien erforderlich sind, werden die Originalarbeiten = die dann ebensowenig durch eine Übersetzung wie durch ein Referat vertreten werden können = unentbehrlich bleiben und müssen in den Bibliotheken aufgesucht werden. — Die vorherige Konsultierung der Beiblätter wird aber auch in diesen Fällen viel Mühe und Zeit ersparen.

Die Beiblätter sind also nicht nur für Physiker, sondern für jede Bibliothek ein ausserordentlich wichtiges bibliographisches Hilfsmittel, für denjenigen aber, dem die wissenschaftlichen Zeitschriften nicht immer zur Hand sind, geradezu unentbehrlich.

Abonnements auf den Jahrgang von 12 Heften zu 20 M. nimmt jede Buchhandlung, die Post und die Verlagsbuchhandlung entgegen.

Probehefte stehen auf Wunsch zur Verfügung.

Die Bände 1–16 sind noch zu haben. Ladenpreis 252 M.

Hochachtungsvoll

Leipzig, im Februar 1893

Johann Ambrosius Barth
(Arthur Meiner)

Bei der Buchhandlung

bestelle in feste Rechnung:

1 Namenregister der Beiblätter zu den Annalen der Physik. Band I–XV M. 7,—

1 Beiblätter zu den Annalen der Physik, Jahrgang
à M. 20,—

zur Ansicht:

1 Beiblätter zu den Annalen der Physik, 1893, Heft 1.

(Sämtlich Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig)

Ort u. Name:

Das Nichtgewünschte bitte zu durchstreichen.

Leipzig, Druck von Otto Dürr.

em

Verzeichniss

empfehlenswerther wissenschaftlicher Werke

auf dem Gebiete der

Mathematik und Physik

aus dem
Julius Springer



Verlag von
in Berlin N.,

welche durch jede Buchhandlung zu beziehen sind.

W

Band 1

Band 2

Band 3

Band 4

Band 5

Band 6

Zustim
den W
schafte
genaun
hiermit

über M
arbeite

Wilhelm Weber's Werke.

Herausgegeben

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften
zu Göttingen.

~~~~~  
**Sechs Bände.**  
~~~~~

Band I: **Akustik, Mechanik, Optik und Wärmelehre.** Besorgt durch Woldemar Voigt. Mit dem Bildniss Wilhelm Weber's, XIII Tafeln und in den Text gedruckten Abbildungen. Preis M. 20,—; in Halbfranzband M. 22,50.

Band II: **Magnetismus.** Besorgt durch Eduard Riecke. Mit X Tafeln und in den Text gedruckten Abbildungen. Preis M. 14,—; in Halbfranzband M. 16,50.

Band III: **Galvanismus und Elektrodynamik.** Erster Theil: Abhandlungen bis zum Jahre 1857. Besorgt durch Heinrich Weber. Mit I Tafel und in den Text gedruckten Abbildungen. Preis M. 20,—; in Halbfranzband M. 22,50.

Band IV: **Galvanismus und Elektrodynamik.** Zweiter Theil. Besorgt durch Heinrich Weber. Mit IV Tafeln und in den Text gedruckten Abbildungen. Erscheint bis Ende 1893.

Band V: **Wellenlehre auf Experimente gegründet.** Besorgt durch Eduard Riecke. Mit XVIII Tafeln. Preis M. 18,—; in Halbfranzband M. 20,50.

Band VI: **Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge.** Besorgt durch Friedrich Merkel und Otto Fischer. Mit XVII Tafeln und in den Text gedruckten Abbildungen. Erscheint bis Ende 1893.

~~~~~  
Als W. Weber nicht lange vor seinem im Juni 1891 erfolgten Tode seine Zustimmung zu einer Gesamtausgabe seiner Werke gab, sprach er gleichzeitig den Wunsch aus, dass dieselbe durch die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen ausgeführt werden möge. In Folge dessen setzte die genannte Gesellschaft für diesen Zweck eine Kommission ein, deren Arbeit hiermit vorliegt.

Obgleich W. Weber seinen Weltruf hauptsächlich seinen Untersuchungen über Magnetismus und Elektrizität verdankt, so sind doch auch seine Erstlingsarbeiten bereits von grossem Interesse. Dieselben behandeln die allgemeine

Wellenlehre und verschiedene Probleme der Akustik. Zwar sind die ersten Arbeiten Referate über die Untersuchungen anderer Akustiker, hauptsächlich von Savart und Wheatstone. Doch hat, wie man leicht erkennt, W. Weber sich meist nicht mit Referaten über die Versuche der genannten Gelehrten begnügt; vielmehr hat er dieselben wiederholt und vermag sie daher aus eigener Anschauung zu beschreiben. Von grossem Interesse ist ferner das Lebensbild, das er von seinem älteren Freunde und Fachgenossen Chladni entworfen hat, einem Gelehrten, der als der Begründer der experimentellen Akustik angesehen werden kann. Mit seiner Habilitationsschrift: *Leges oscillationis oriundae, si duo corpora ita conjunguntur, ut oscillare non possint, nisi simul et synchronice*, betritt W. Weber ein Gebiet, in dem er sich alsbald als Forscher ersten Ranges bewährte. Die Abhandlungen aus der Mechanik enthalten ausser einer Reihe kleinerer Notizen eine epochemachende Entdeckung: die elastische Nachwirkung. Aus der Optik und Wärmelehre liegen nur zwei kleinere Arbeiten vor. Die eine betrifft „das von Gauss berechnete und von Steinheil ausgeführte Fernrohrobjektiv“. Die andere behandelt „die spezifische Wärme fester Körper, insbesondere der Metalle“. Wenige Jahre nach der Berufung W. Weber's nach Göttingen wurde derselbe durch seinen älteren Kollegen F. Gauss zur Mitwirkung bei der Untersuchung des Erdmagnetismus angeregt.

Die Erforschung des Erdmagnetismus in dem umfassenden Sinne der Göttinger Gelehrten erforderte einerseits eine genaue Prüfung der älteren, sowie der von Gauss ersonnenen Methoden, besonders aber auch eine eingehende Untersuchung der anzuwendenden Apparate und Materialien, sowie der magnetischen Eigenschaften des Eisens und Stahles, der Veränderlichkeit des Magnetismus mit der Zeit und unter dem Einfluss der Temperatur. Die hierauf bezüglichen Arbeiten bilden den grösseren Theil des Inhaltes des zweiten Bandes.

In das Grenzgebiet des Magnetismus und der Elektrizität gehören zwei Abhandlungen über „unipolare Induktion“, eine Erscheinung, welche W. Weber experimentell untersuchte, während ihre theoretische Deutung, von Weber's Arbeiten ausgehend, eine längere Discussion hervorrief u. s. w. u. s. w.

*Naturwissenschaftliche Rundschau.*

Wissenschaftliche Abhandlungen  
der  
**Physikalisch-technischen Reichsanstalt**  
zu Charlottenburg.

*Erscheinen in swanglosen Heften.*

*Unter der Presse befindet sich:*

**Heft I.**

**Thermometrische Arbeiten**

betreffend

**die Herstellung und Untersuchung der Quecksilber-Normal-Thermometer**

unter Leitung und Mitwirkung

von

**Professor Dr. J. Pernet,**

ehemaligem Mitgliede der Physikalisch-technischen Reichsanstalt.

Ausgeführt von

**Dr. W. Jaeger und Dr. E. Gumlich.**

Alge

Die  
Halfte d  
Grad üb  
allgemei  
hin aber  
Erfolg g  
Mathemat  
lösung a  
begründe  
nicht gel  
von höh  
Gleichu  
mit Hilfe  
dieser Fr  
von irg  
lösbar  
Erfolg be  
Seine U  
Gleichu  
lösbar  
zwei ih  
herleit

V  
Werke,  
Einfluss  
Ueberse  
hente, f  
bedarf  
zu halte  
gesperrt  
Bestreb  
Sorgfalt  
gehend;  
Die Au

# Abhandlungen über die Algebraische Auflösung der Gleichungen

von  
**N. H. Abel** und **E. Galois.**

Deutsch herausgegeben von H. Maser.

Preis M. 4.—

Die Bemühungen der hervorragendsten Mathematiker während der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts, die algebraische Auflösung der den vierten Grad übersteigenden Gleichungen zu finden, hatten zwar zu vielen, für die allgemeine Theorie der Gleichungen höchst wichtigen Ergebnissen geführt, immerhin aber waren sie in der Erreichung ihres eigentlichen Endzwecks völlig ohne Erfolg geblieben. Erst Abel gelang es, nachdem bereits der italienische Mathematiker Ruffini einen Beweis für die Unmöglichkeit der algebraischen Auflösung allgemeiner Gleichungen zu geben versucht hatte, in aller Strenge zu begründen, dass das, was man so lange vergeblich gesucht hatte, überhaupt nicht gefunden werden könne, dass sich eine algebraische Gleichung von höherem als dem vierten Grade im Allgemeinen nicht auf reine Gleichungen zurückführen lasse und somit die Darstellung ihrer Wurzeln mit Hilfe von Wurzelgrößen im Allgemeinen unmöglich sei. Abel selbst gab dieser Frage die neue Fassung, indem er die Aufgabe stellte, alle Gleichungen von irgend einem gegebenen Grade zu finden, welche algebraisch lösbar seien. Gleichzeitig mit Abel und mit nicht geringerem Geschick und Erfolg beschäftigte sich Galois mit der algebraischen Auflösung der Gleichungen. Seine Untersuchungen gipfelten in dem Satze: Damit eine irreductible Gleichung, deren Grad eine Primzahl ist, durch Wurzelgrößen lösbar sei, ist nothwendig und hinreichend, dass, wenn irgend zwei ihrer Wurzeln gegeben sind, die übrigen sich rational daraus herleiten lassen.

*Aus dem Vorwort des Herausgebers.*

## Algebraische Analysis

VON  
**Augustin Louis Cauchy.**

Deutsch herausgegeben von Carl Itzigsohn.

Preis M. 9.—

Von der im Springer'schen Verlage erscheinenden Sammlung mathematischer Werke, „welche auf die Entwicklung der reinen Mathematik einen wesentlichen Einfluss geübt haben“, liegt nunmehr Cauchy's Analyse algébrique in deutscher Uebersetzung vor. Dass Inhalt und Darstellung klassisch sind, dass es noch heute, 54 Jahre nach seinem Erscheinen, als Lehrbuch vorzüglich ist — all das bedarf keiner Besprechung; wir haben uns allein an die deutsche Uebersetzung zu halten. Zunächst fällt bei der Lectüre eine dreifache Druckart auf: einfache, gesperrte und fette Schrift laufen durcheinander. Jedenfalls aber zeigt dieses Bestreben des Markirens die Absicht, die Lectüre zu erleichtern, und lässt auf Sorgfalt in der Bearbeitung schliessen. Diese zeigt sich in der That auch durchgehend; die Uebersetzung ist im Allgemeinen genau und geschickt durchgeführt. Die Ausstattung des Werkes ist eine vorzügliche.

*Deutsche Literaturzeitung.*

## Reductionstabellen Gauss-Poggendorff'schen Spiegelablesung

MIT

VON

**Dr. Paul Czermak,**

Privatdocent und Assistent der Physik an der Universität zu Graz.

Mit 7 in den Text gedruckten Figuren.

**Dreisprachig:** Deutsch, Englisch (Reduction tables for readings by the Gauss-Poggendorff mirror method),  
Französisch (Tables de réduction d'après la méthode du miroir de Gauss-Poggendorff).

**Preis gebunden M. 12,—.**

Die Messungen, welche auf die Drehung eines Spiegels zurückgeführt werden und welche zuerst von Poggendorff vorgeschlagen, dann von Gauss so erfolgreich bei den erdmagnetischen Untersuchungen verworther wurden, haben jetzt eine so verbreitete Anwendung gefunden, dass die Messungen mit Spiegelablesung wohl die am häufigsten ausgeführten sind. Zur Auswerthung dieser Messungen sind nun stets Reductionen von Winkelwerthen auf trigonometrische Functionen, oder umgekehrt, erforderlich, und hat der Verfasser zur Zeitersparniss bei den vorzunehmenden Rechnungen die angezeigten, sehr zweckmässig eingerichteten Reductionstabellen berechnet. Den Tabellen ist in einer Einleitung die Theorie der Messung durch Spiegelablesung vorausgeschickt, ferner sind einige Methoden für die Aufstellung der Apparate angegeben unter Hinweis auf die Ermittlung derjenigen Dimensionen der Abstände von Scala, Spiegel, welche bei den Berechnungen in Betracht kommen. Die Einleitung ist dreisprachig (deutsch, englisch, französisch) abgefasst, in der gewiss richtigen Voraussetzung, dass die sehr zweckmässigen Tabellen überall Beifall finden werden.

*Literar. Centralblatt.*

## Einleitung in die Analysis des Unendlichen

VON

**Leonhard Euler.**

I.

*Ins Deutsche übertragen von H. Maser.*

**Preis M. 7,—.**

Wir stehen keinen Augenblick an, die Maser'sche Bearbeitung jüngeren Studirenden unserer Wissenschaft angelegentlich zum Studium zu empfehlen; der allgemeine Gewinn, den sie aus dieser Lektüre ziehen werden, wird als ein grosser auch dann anerkannt werden müssen, wenn der Anfänger bei fortschreitender Erkenntniss sich genöthigt sieht, den ihm von Euler vorgesetzten Wein reiner Schaffensfreudigkeit mit kritischem Wasser zu versetzen. Auf einen einleitenden Abschnitt über das Wesen der Functionen an sich, dieses Wort im Leibniz'schen Sinne genommen, folgt die Zerlegung rational gebrochener Grössen in Partialbrüche, daran reiht sich die Einführung neuer Veränderlicher und die Entwicklung in unendliche Reihen. Nunmehr beginnt die von Euler recht eigentlich in ein System gebrachte Exponentialanalysis u. s. w. Reihen, Produkte und Kettenbrüche an und für sich und in ihren gegenseitigen Wechselbeziehungen erfüllen die zweite Hälfte des Werkes; insbesondere zeigt Euler mit Virtuosität den Uebergang von der einen dieser „unendlichen Ausdrucksformen“ zu einer der beiden andern u. s. w.

*Zeitschrift f. mathem. u. s. w. Unterricht.*

# Experimental-Untersuchungen über Elektrizität

VON

**Michael Faraday.**

Deutsche Uebersetzung

VON

**Dr. S. Kalischer,**

Privatdocent an der Technischen Hochschule zu Berlin.

**3 Bände.**

*Mit vielen in den Text gedruckten Abbildungen und Tafeln.*

**Preis M. 36,—; gebunden M. 39,60.**

Die denkwürdigen Arbeiten des grössten Meisters experimenteller Naturforschung haben durchaus nicht nur historische Bedeutung, sondern dieselben wirken noch heute sowohl auf rein wissenschaftlichem, wie auch auf praktischem Gebiete befruchtend weiter. Wenn man die hervorragendsten unter unseren heutigen Erfindern und Konstrukteuren auf elektrischem Gebiete fragt, welches der Quell sei, aus dem sie die Anregung zu den meisten ihrer erfinderischen Gedanken geschöpft haben, so weisen sie fast alle auf dieses unvergängliche Werk des grossen Engländers hin. In vielen Punkten ist man gerade in neuerer Zeit wieder mehr und mehr auf die einfache Auffassung elektrischer und magnetischer Vorgänge zurückgekommen, die von Faraday begründet worden ist. Uebersetzer und Verleger verdienen daher den aufrichtigen Dank der deutschen Fachgenossen.

*Elektrotechnische Zeitschrift.*

## Analytische Theorie der Wärme

VON

**M. Fourier.**

Deutsche Ausgabe von

**Dr. B. Weinstein.**

*Mit 21 in den Text gedruckten Holzschnitten.*

**Preis M. 12,—; gebunden M. 13,20.**

Das Fourier'sche Buch „Théorie analytique de la chaleur“ hat lange Zeit im Buchhandel gefehlt, so dass es nur wenigen Studirenden vergönnt war, einen Einblick in dieses für die ganze mathematische Physik und einen mächtigen Zweig der Analysis grundlegende Werk zu thun. Ich habe geglaubt, von einer Uebersetzung nicht abstehen zu müssen, da für die Studirenden das Buch, weil es die Grundlagen der in der theoretischen Physik zur Anwendung kommenden Methoden enthält und in glänzenden Beispielen zeigt, wie man physikalische Probleme mathematisch zu behandeln hat, von höchster Bedeutung ist.

*Aus dem Vorwort des Uebersetzers.*

# Handbuch der Elektricität und des Magnetismus.

Für Techniker bearbeitet

VON

**Dr. O. Frölich.**

Mit in den Text gedruckten Holzschnitten und zwei Tafeln.

Zweite vermehrte und verbesserte Auflage.

Preis M. 15,—; gebunden M. 16,20.

Die erste Hälfte bildet ein Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus, welches von den einfachsten Beobachtungen beginnend das ganze Lehrgebiet in fasslicher Beschreibung und unter Vermeidung schwieriger mathematischer und anderer theoretischer Brörterungen behandelt. Von dem zweiten Theil ist die erste Hälfte den technischen Verwendungen der Elektricität gewidmet, von denen hauptsächlich die Telegraphie (mit Telephonie und Mikrophonie) berücksichtigt ist, während von den übrigen technischen Verwendungen nur die elektrischen Maschinen aufgenommen wurden; den Schluss bildet die elektrische Messkunde. Das Buch muss als eines der wichtigsten Lehrmittel zur Einführung in die modernen Anschauungen, welche das Gebiet der Elektrotechnik beherrschen, bezeichnet werden.

*Fortschritte der Elektrotechnik.*

## Allgemeine Untersuchungen über die unendliche Reihe

$$1 + \frac{\alpha\beta}{1.\gamma}x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1.2.\gamma(\gamma+1)}xx + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{1.2.3.\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)}x^3 + \text{u. s. w.}$$

VON

**Carl Friedrich Gauss.**

Mit Einschluss der nachgelassenen Fortsetzung

aus dem Lateinischen übersetzt

VON

**Heinrich Simon.**

Preis M. 3,—.

Die Gauss'sche Abhandlung ist in der vorliegenden Gestalt mit Freuden zu begrüßen. Bildet sie ja an sich schon ein Gesamtgut der mathematischen Welt, für jeden Mathematiker ein unumgängliches Stadium. Hier aber wird sie in einer äusserst correcten Form geboten, vermehrt in einem Anhang mit Anmerkungen des Uebersetzers, die in literarisch-historischer Hinsicht, sowie auch zur Erläuterung einzelner Stellen sehr dankenswerthe Beiträge geben. Diese Bearbeitung kann für die nachfolgenden Ausgaben des Unternehmens als Muster hingestellt werden.

*Literar. Centralblatt.*



**Carl Friedrich Gauss'**

## Untersuchungen über höhere Arithmetik.

(Disquisitiones arithmeticae. Theorematis arithmetici demonstratio nova. Summatio quarundam serierum singularium. Theorematis fundamentalis in doctrina de residuis quadraticis demonstrationes et ampliationes novae. Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio prima et secunda. Etc.)

Deutsch herausgegeben von **H. Maser.**

Preis M. 14,—; gebunden M. 15,40.

## Geometrische Optik

VON

**R. S. Heath,**

Mitglied des Trinity College, Cambridge, Professor der Mathematik am Mason College, Birmingham.

Autorisirte deutsche Ausgabe.

Herausgegeben von **R. Kanthack.**

Erscheint bis Ende 1893.

## Grundzüge der astronomischen Zeit- und Ortsbestimmung

VON

**Dr. W. Jordan,**

Professor an der Technischen Hochschule zu Hannover.

Mit zahlreichen in den Text gedruckten Abbildungen.

Preis M. 10,—; gebunden M. 11,20.

Der Verfasser hat zahlreiche praktische Ortsbestimmungsarbeiten ausgeführt. Mit dem obengenannten Werke beabsichtigt er nun die Mittel und Wege, welche zur Ausführung solcher Arbeiten erforderlich sind, im Zusammenhang und doch mit einer gewissen Beschränkung bezüglich der zu erreichenden Genauigkeit darzustellen. Infolgedessen entwickelt er besonders ausführlich die Grundformeln und geht von diesen stufenweise zu den schwierigeren Anwendungen über, wobei er allenthalben durch gut gewählte und mit ihren Einzelheiten vorgesehene praktische Beispiele den Anfänger zur eigenen Arbeit befähigt. Eine reiche Sammlung von Hülftafeln ist beigegeben, ebenso werden die hauptsächlichsten Instrumente durch vorzügliche Abbildungen erläutert.

*Kölnische Zeitung.*



# Lehrbuch der Spektralanalyse

VIII

**Dr. Heinrich Kayser,**

Privatdozent an der Universität zu Berlin und Assistent am Physikalischen Institut.

Mit 87 in den Text gedruckten Holzschnitten und 9 lithogr. Tafeln.

Preis M. 10,—.

Das vorliegende Werk ist eine ernste und verdienstvolle Arbeit, eine Zusammenfassung aller der herrlichen Resultate, welche die Forschung auf dem Gebiete der Spektralanalyse bis auf die Gegenwart zu Tage gefördert hat. Indem der Verfasser die populäre Behandlung aufgibt, welche die meisten bisher über diesen Gegenstand erschienenen Handbücher festhielten, vielmehr ganz vom wissenschaftlichen Standpunkt aus vorgeht, füllt sein Werk eine bisher sehr fühlbare Lücke in der physikalischen Literatur aus. Die Zusammenfassung, Aneinanderreihung und Erörterung der verschiedenen Gegenstände bekunden die volle Beherrschung des Stoffs und machen im Verein mit der Klarheit der Darstellung das Buch geeignet, nicht nur zu belehren, sondern auch zu interessiren. Es leitet den Leser bis unmittelbar vor die Fragen der Gegenwart und rüstet ihn zu deren Bearbeitung aus durch die Mittheilung der bisher gewonnenen Thatsachen, Beschreibung der bewährtesten Instrumente und Methoden, und Aufzählung der aufgestellten Theorien und der literarischen Quellen.

*Zeitschrift für Instrumentenkunde.*

## Die Theorie der Beobachtungsfehler und die Methode der kleinsten Quadrate

mit ihrer

Anwendung auf die Geodäsie und die Wassermessungen

VON

**Otto Koll,**

Professor u. ordentlichem Lehrer der Geodäsie a. d. Landwirthschaftl. Akademie Poppelsdorf.

Mit in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 10,—.

Das vorliegende Werk ist verfasst worden zur Benützung beim Studium und in der Praxis. Es soll den Studirenden die theoretischen Entwicklungen in klarer übersichtlicher Fassung übermitteln und ihnen an zahlreichen Beispielen zeigen, wie das durch die theoretischen Entwicklungen Gewonnene praktisch anzuwenden ist und zwar in grösserem Umfange, als dies allein durch Vorlesungen geschehen kann. Es soll aber auch als Führer in der Praxis dienen, und deshalb ist das Verfahren, wo es nur möglich und nützlich war, bis zur Aufstellung mechanischer Rechenregeln und einfacher Formulare entwickelt. Die Fassung des Werkes ist so einfach gehalten, dass es jedem Fachmanne ohne weitere Anleitung gelingen dürfte, daraus das für ihn brauchbare zu gewinnen.

*Aus dem Vorwort des Verfassers.*

# Analytische Mechanik

VON

**J. L. Lagrange.**

Deutsch übertragen von Dr. H. Servus.

Preis M. 16,—.

Das grossartige Werk von Lagrange über die analytische Mechanik, dessen erste Auflage — in französischer Sprache — im Jahre 1788 erschien, bezeichnete den Beginn einer neuen Epoche in der Geschichte der Mechanik. — Dieses epochale Werk des grossen Gelehrten bildet noch heute das Fundament der mechanischen Wissenschaft. Leider ist es im Originale nicht mehr erhältlich und überhaupt schwer zugänglich. Durch eine möglichst wortgetreue Uebersetzung hat Dr. Servus dem Werke seinen ursprünglichen Charakter gewahrt, ohne unklar, undeutlich oder verworren zu werden; im Gegentheile, der Stil ist geschmeidig, die Sprache leicht und flüssend, frei von Gallicismen.

*Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Vereins.*

## Physikalisch-chemische Tabellen

VON

**Dr. Hans Landolt,**

UND

**Dr. Richard Börnstein,**

Professor an der Universität Berlin,  
Direktor des II. chemischen Instituts.

Professor der Physik  
an d. Landwirthschaftl. Hochschule zu Berlin.

Herausgegeben unter Mitwirkung der Herren

Barus, Blaschke, Heilborn, Kayser, Less, Löwenherz, Marckwald, Neumayer, Rimbach,  
Scheel, Schönrock, Schütt, H. Traube, W. Traube, Weinstein.

**Zweite, stark vermehrte Auflage.**

Preis gebunden M. 24,—.

Die „*Chemische Industrie*“ schrieb über die 1. Auflage: „Das Werk unterscheidet sich von allen ähnlichen in deutscher Sprache erschienenen Zusammenstellungen dadurch, dass alle Angaben mit Litteraturnachweisen versehen sind und daher leicht controlirt werden können. Ein grosser Theil der Tabellen ist von den Verfassern eigens für diesen Zweck zusammengestellt resp. berechnet worden, ein anderer Theil ist aus Journalen etc. übernommen, aber zugleich einer Revision unterzogen worden. Obwohl bei der Auswahl der Tabellen mehr die Bedürfnisse der rein wissenschaftlichen Chemie und Physik als die der chemischen Technik maassgebend gewesen sind, so dürfte das Buch doch wegen seiner Reichhaltigkeit und Zuverlässigkeit auch für den praktischen Chemiker von grossem Werthe sein. Namentlich ist der Abschnitt über die spezifischen Gewichte, Schmelzpunkte und Siedepunkte der Elemente und der wichtigsten anorganischen und organischen Verbindungen eine so vorzügliche Zusammenstellung, wie sie unseres Wissens bisher nicht existirt hat.“

# Theorie der Partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung

VON  
**Dr. M. Paul Mansion,**

Professor an der Universität Gent, Mitglied der königl. belgischen Akademie.

*Vom Verfasser durchgesehene und vermehrte deutsche Ausgabe.*

Mit Anhängen von S. von Kowalevsky, Imschenetsky und Darboux.

Herausgegeben von H. Maser.

Preis M. 12,—.

Die „Théorie des équations aux dérivées partielles“ des Herrn P. Mansion, welche als preisgekrönt von der königl. belgischen Akademie 1875 erschienen ist, hat sich wegen ihrer mannigfachen Vorzüge der Gunst der Mathematiker in hohem Grade zu erfreuen gehabt. Der Verfasser beweist eben in diesem Werke, wie in allen seinen Veröffentlichungen, eine umfassende Kenntniss der bezüglichen Litteratur, ein tiefes Verständniss bei der Sichtung des Stoffes und ein grosses Geschick zur klaren Darstellung sowie zur Verknüpfung getrennter Untersuchungen durch ergänzende Forschungen. Der Leser erhält ausser einer Darstellung des Gegenstandes eine kurze Uebersicht über die Geschichte seiner Entwicklung nebst einem recht vollständigen Verzeichniss der zugehörigen Litteratur. Da die französische Ausgabe des Werkes erschöpft ist, so kommt die von Herrn Maser unter Mitwirkung des Verfassers mit bekannter Sorgfalt herausgegebene deutsche Uebersetzung einem wirklichen Bedürfnisse entgegen.

*Deutsche Literatursitzung.*

# Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus

VON  
**E. Mascart,**

Professor am Collège de France,  
Director des Bureau central météorologique.

UND

**J. Joubert,**

Professor am Collège Rollin.

Autorisirte deutsche Uebersetzung

VON

**Dr. Leopold Levy.**

**2 Bände.**

Mit 264 in den Text gedruckten Abbildungen.

Preis M. 30,—; geb. M. 32,40.

Das französische Original des Buches von Mascart und Joubert erfreut sich schon seit längerer Zeit in den Kreisen der deutschen Physiker und Elektriker eines sehr guten Rufes. Der Uebersetzer Dr. Levy und die Springer'sche Verlagshandlung haben sich daher unzweifelhaft ein Verdienst dadurch erworben, dass sie das Werk nunmehr auch weiteren Kreisen zugänglich gemacht haben. Ein wesentlicher Vorzug desselben besteht darin, dass die Schlussformeln fast überall in einer Gestalt gegeben sind, welche es möglich macht, die Rechnungsergebnisse unmittelbar für die Lösung technischer Aufgaben zu benutzen. Als Beispiele der allgemeinen Theorien sind meist solche Fälle gewählt, welche am häufigsten in der Praxis vorkommen. Im Anschluss an die Behandlung der Leydener Flaschen und Condensatoren sind z. B. unendlich lange conachiale Cylinder untersucht, als welche man Kabel ansehen kann. Bei Besprechung der Wirkungen von Solenoiden werden auch conachiale Solenoide mit und ohne Eisenkern untersucht, wie solche in jedem Inductionsapparat auftreten u. s. f. Der mathematische Hilfsapparat ist derart gewählt, dass akademisch gebildete Ingenieure keine besonderen Schwierigkeiten finden werden; um so mehr, als man an der Darstellung Eleganz und Leichtfässlichkeit rühmen muss.

*Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure.*

# Theorie des Potentials und ihre Anwendungen auf Elektrostatik und Magnetismus

VON  
**Émile Mathieu,**  
Professor der Mathematik zu Nancy.

Autorisirte deutsche Ausgabe  
VON  
**H. Maser.**

Preis M. 10,—.

An vortrefflichen Lehrbüchern über die Theorie des Potentials und die Anwendungen derselben auf die verschiedensten Zweige der mathematischen Physik ist in der deutschen mathematischen Litteratur gerade kein Mangel. Auch die „*Théorie du Potentiel et ses applications à l'Électrostatique et au Magnétisme*“ des durch seine hervorragenden Arbeiten auf dem Gebiete der angewandten Mathematik rühmlichst bekannten Verfassers reiht sich jenen vortrefflichen Lehrbüchern würdig an, ja dies Werk besitzt so wesentliche Vorzüge vor den meisten andern, dass es mir werth erschien, auch dieses den deutschen Studirenden etwas näher zu rücken.

*Aus dem Vorwort des Uebersetzers.*

## Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus

VON  
**James Clerk Maxwell, M. A.**

Autorisirte deutsche Uebersetzung  
VON  
**Dr. B. Weinstein.**

In 2 Bänden.  
*Mit zahlreichen Holzschnitten und 21 Tafeln.*  
Preis M. 26,—; geb. M. 28,40.

Das Ziel, die vornehmlich von deutschen und französischen Forschern gehegten Ansichten über das Wesen der im Titel genannten Kräfte mit den Anschauungen Faraday's zu versöhnen, vielmehr zu vereinigen, konnte wohl niemand besser erreichen, als der für die Wissenschaft zu früh gestorbene englische Physiker. Wir wagen die Behauptung, dass das Buch Maxwell's, obwohl vorwiegend mathematischen Inhalts, der überdies nach Methoden behandelt wird, die nur den in dieser Disciplin vorgeschrittenen Lesern zugänglich sind, dennoch durch die Klarheit und Anschaulichkeit der Sprache, durch die Schärfe und Reinheit der Definitionen in seinem nichtmathematischen Inhalt jedem willigen Studirenden reiche Belehrung bringen muss. Im Interesse wirklicher Belehrung wünschen wir dem Werke die weiteste Verbreitung.

*Zeitschrift für Elektrotechnik.*

# Metronomische Beiträge.

Herausgegeben

von der

Kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission.

## No. 1.

Mit Hilfstafeln zur Berechnung von Volumen- und Gewichts-Bestimmungen, mit Rücksicht auf die Schwankungen der Dichtigkeit des Wassers und der Luft und auf die unter dem Einfluss der Wärme stattfindenden Veränderungen der Dimensionen der zu messenden und zu wägenden Körper.

Preis 75 Pf.

## No. 2.

Ueber Veränderlichkeit von Platin-Gewichtsstücken.

Kritische Untersuchungen

VON

Dr. L. Loewenherz,

Assistenten der Kaiserlich Deutschen Normal-Aichungs-Kommission,

mit Benutzung von Wägungen der Normal-Aichungs-Kommission.

Preis 75 Pf.

## No. 3.

Thermometrische Untersuchungen.

1. Vergleichen von Quecksilber-Thermometern, von Dr. M. Thiesen.
2. Vergleichen von Quecksilber-Thermometern mit dem Luft-Thermometer, von Dr. L. Grunmach.
3. Ueber die Bewegungen der Fundamentalpunkte von Thermometern, von H. F. Wiebe.
4. Ueber die Reduktion der Angaben von Gas-Thermometern auf absolute Temperaturen, von Dr. B. Weinstein.

Preis M. 4,80.

## No. 4.

Barometrische Untersuchungen.

1. Absolute barometrische Bestimmungen unter Kontrolle des Vakuums durch elektrische Lichterscheinungen, von Dr. L. Grunmach.
2. Das Heberbarometer N, von H. F. Wiebe.

Preis M. 2,—.

## No. 5.

Zur Geschichte und Kritik der Toisen-Maass-Stäbe.

Ein Beitrag zur definitiven Einordnung der auf altfranzösisches System begründeten Messungen in das metrische System

von

C. F. W. Peters.

Preis M. 1,50.

**No. 6.**

**Kapillaritäts-Untersuchungen**

und ihre

Verwerthung bei der Bestimmung der alkoholometrischen Normale

von

**Dr. B. Weinstein.**

Preis M. 2.—.

**No. 7.**

**Ueber die Bestimmung von Aräometern**

mit besonderer Anwendung auf

die Feststellung der deutschen Urnormale für Alkoholometer

von

**Dr. B. Weinstein.**

Preis M. 4.—.

**Wilhelm Olbers.**

**Sein Leben und seine Werke.**

Im Auftrage der Nachkommen

herausgegeben von

**Dr. C. Schilling.**

Erster Band.

**Gesammelte Werke.**

Mit dem Portrait Olbers' in Stahlstich.

Gelangt bis Ende 1893 zur Ausgabe.

*Das Werk erscheint in 4 Bänden, von denen Band II und III, enthaltend den Briefwechsel Olbers' mit Gauss, Schumacher, Harding, Zach etc., und Band IV, das Leben Olbers' behandelnd, im Laufe der nächsten Jahre ausgegeben werden.*

In dem angezeigten Werke stellt der Herausgeber sich die Aufgabe, ein Bild des Mannes zu geben, der an der Wende des Jahrhunderts als der Mittelpunkt des geistigen Lebens auf dem Gebiete der Astronomie gelten dürfte, der einem Bessel die Wege zu seiner ruhmvollen Thätigkeit ebnete und Gauss als den hervorragenden Gelehrten zuerst neidlos anerkannte. Wie die Astronomie zur Zeit Olbers' im besten Sinne des Wortes populär war, so sind auch die Arbeiten Olbers', so durchdacht sie vom metaphysischen und mathematischen Standpunkt waren, nicht nur für den Kreis der Astronomen von Fach, sondern für alle Freunde und Liebhaber der Sternwelt gedacht und geschrieben.

Der erste Band enthält die gesammelten Werke Olbers', die in vielen Zeitschriften zerstreut dem danach Suchenden nur schwer zugänglich sind, und die ein Bild der umfangreichen Thätigkeit des Mannes geben, der neben der Anstrengung des Berufes als Arzt Zeit und Kraft sich und der Natur abrang, um bis in das hohe Alter seiner Lieblingswissenschaft nachzugehen. — Der zweite Band wird den Briefwechsel zwischen Olbers und Gauss bringen, den die Königliche Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen dazu gütigst zur Verfügung gestellt hat. — Der dritte Band soll dann aus der grossen Zahl vorliegender Briefe von Zeitgenossen an Olbers ein Lebensbild des Mannes als Gelehrten und Menschen hinzufügen.

Die Veröffentlichung erfolgt im Auftrage der in Bremen lebenden Nachkommen Olbers'.



# Thermodynamik.

Vorlesungen, gehalten von

**H. Poincaré,**

Professor und Mitglied der Akademie.

Redigirt von J. Blondin, Privatdozent an der Universität zu Paris.

Autorisirte deutsche Ausgabe von

**Dr. W. Jaeger** und **Dr. E. Gumlich.**

Mit 41 in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 10,—.

Das vorliegende Werk des auch in Deutschland rühmlichst bekannten französischen Gelehrten behandelt das Gebiet der Thermodynamik von einem hohen, wissenschaftlichen Standpunkte und zeichnet sich durch seinen reichen Inhalt aus. Vor dem Eintritt in das Gebiet der speciellen Thermodynamik erörtert der Verfasser in fesselnder Darstellung das Princip von der Erhaltung der Energie und wendet sich darauf nach einer scharfen Präcisirung der bei der Thermodynamik in Betracht kommenden Grössen, wie absolute Temperatur, specifische Wärme bei constantem Drucke und constantem Volumen, Wärmemenge u. s. w. zuerst zu den Arbeiten von Sadi Carnot, um sodann das Princip der Aequivalenz, dessen Bestätigung durch die Gase u. s. w., sowie das Princip von Carnot-Clausius mit den verschiedenen, dagegen erhobenen Einwürfen zu besprechen. Die Gase, Flüssigkeiten, Dämpfe etc. werden in besonderen Kapiteln behandelt, ebenso wird die Anwendung der entwickelten Theorien auf die Bestimmung des Nutzeffektes der Dampfmaschinen ausführlich und streng wissenschaftlich durchgeführt. Hieran schliesst sich ein Abschnitt über Dissociation sowie eine eingehende Besprechung der elektrischen Erscheinungen. Das letzte Kapitel ist der Zurückführung der Principien der Thermodynamik auf die allgemeinen Principien der Mechanik gewidmet.

# Elektricität und Optik.

Vorlesungen, gehalten von

**H. Poincaré,**

Professor und Mitglied der Akademie.

Redigirt von J. Blondin und Bernard Brunhes, Privatdozenten an der Universität zu Paris.

Autorisirte deutsche Ausgabe von

**Dr. W. Jaeger** und **Dr. E. Gumlich,**

Assistenten an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

## Erster Band.

Die Theorien von Maxwell und die elektromagnetische Lichttheorie.

Mit 39 in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 8,—.

## Zweiter Band.

Die Theorien von Ampère und Weber — Die Theorie von Helmholtz und Die Versuche von Hertz.

Mit 15 in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 7,—.

In dem ersten Bande des rein theoretisch gehaltenen Werkes werden die Theorien von Maxwell und Hertz in sehr klarer Weise mit einander in Verbindung gebracht und besonders die vielfach schwer verständlichen Ableitungen von Maxwell dadurch einem grösseren Leserkreis zugänglich gemacht, während der zweite Band die Theorien von Ampère und Weber, sowie die Theorie von Helmholtz enthält. Das Werk wird in den Kreisen der Physiker, speciell der Studierenden, eine freudige Aufnahme finden und die Schwierigkeiten des Eindringens in diese Materie wesentlich erleichtern. Die Eigenschaften der Poincaré'schen Ableitungsweise, leichte Fasslichkeit und klare Zusammenfassung sind diesem Werke in ganz besonders hervorragendem Maasse eigen.

Promethens.



# Elemente der Statik

VON

**L. Poinso.**

Autorisirte deutsche Ausgabe.

Nach der von Bertrand bearbeiteten zwölften Auflage des französischen Originals  
herausgegeben von

**Dr. H. Servus.**

Mit 4 lithographirten Tafeln.

Preis M. 6,—; geb. M. 7,—.

Dieses Werk, dessen 1. Auflage bereits in das Jahr 1803 fällt, zeichnet sich durch jene durchsichtige Klarheit und Verständlichkeit aus, welche bei dem Lernenden Lust und Liebe zum Gegenstande erweckt und somit selbständiges Denken anregt. Poinso hat mit seiner einfachen und eleganten Darstellungsweise bereits Schule gemacht, doch wäre zu wünschen, dass er in dieser Beziehung noch mehr Nachahmer finden möge. Durch die Einführung des Begriffes „Kräftepaar“ hat er den Stoff mit jenem einheitlichen Begriff durchdrungen, der ihn dann in seiner „Neuen Theorie der Drehung der Körper“ auf das Central-ellipsoid führt. Dieses Princip ist auch in dem Abschnitte „Elemente der Statik“ und in dem von den Maschinen handelnden beibehalten. In dem Werke sind weitgehende mathematische Deductionen vermieden, und es werden zu dem Verständnisse desselben nur die einfachsten mathematischen Kenntnisse benötigt.

*Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Vereins.*

## Vorlesungen über die Bernoullischen Zahlen,

ihren Zusammenhang mit den

**Secanten-Coefficienten und ihre wichtigeren Anwendungen**

VON

**Dr. Louis Saalschütz,**

a. o. Professor der Mathematik a. d. Universität Königsberg.

Preis M. 5,—.

Die Bernoullischen Zahlen haben von jeher das Interesse hervorragender Mathematiker in Anspruch genommen. Von Jacob Bernoulli eingeführt, um die Summation der ganzen Potenzen der natürlichen Zahlen zu vollziehen, wurden sie bald darauf von Mac Laurin zum Ausgleich der Differenz einer endlichen Reihe und eines bestimmten Integrals verwandt und von Euler mit den Summen der reciproken Potenzen der natürlichen und der ungeraden Zahlen, sowie mit den Coefficienten trigonometrischer und anderer Reihen in Zusammenhang gebracht. Auf diese Weise war ihre ausnehmende Wichtigkeit für die Analysis festgestellt. Demgemäss suchte man Methoden zu ihrer Berechnung aufzufinden und gelangte dabei zu Recursionsformeln und zu unabhängigen Darstellungen. Die überreiche Fülle derselben und die Mannigfaltigkeit der Wege zu ihrer Herstellung erhöhten das Interesse an den Bernoullischen Zahlen, und dasselbe wuchs noch, als höchst merkwürdige zahlentheoretische Eigenschaften derselben entdeckt wurden. Die Untersuchungen, an denen viele Forscher Theil haben, waren bisher nur in vielen Werken und Zeitschriften zerstreut aufzufinden. Die Resultate derselben zu sammeln und einheitlich darzustellen schien dem Verfasser eine dankbare Aufgabe zu sein. Die Gliederung des Stoffes ergibt sich fast von selbst in die drei Abschnitte: Recursionsformeln, Unabhängige Darstellungen, Zahlentheoretische Untersuchungen, doch wurde, um die Symmetrie nicht zu stören, der Vervollständigung der Mac Laurinschen Summenformel nebst Beispielen, nachdem dieselbe in ihrer ursprünglichen Gestalt bereits im ersten Abschnitt entwickelt worden, ein besonderer, der vierte Abschnitt gewidmet.

*L. Saalschütz.*

# Gesammelte mathematische Abhandlungen

VON

**H. A. Schwarz.**

Zwei Bände.

Mit zahlreichen Textfiguren und 4 Tafeln.

Preis M. 25,—; geb. M. 28,—.

Geordnet nach der Zeitfolge ihrer ersten Veröffentlichung, sind im ersten Bande diejenigen in den Jahren 1865—1887 veröffentlichten wissenschaftlichen Abhandlungen des Verfassers in neuem Abdrucke vereinigt worden, welche auf die Flächen kleinsten Flächeninhalts Bezug haben. Der zweite Band enthält alle anderen seit dem Jahre 1863 veröffentlichten mathematischen Abhandlungen.

Die Reihenfolge, in welcher diese Abhandlungen zum Abdrucke gebracht sind, stimmt im Allgemeinen mit der Zeitfolge ihrer ersten Veröffentlichung überein.

*Aus dem Vorwort des Verfassers.*

# Wissenschaftliche und technische Arbeiten

VON

**Werner Siemens.**

Erster Band: **Wissenschaftliche Abhandlungen und Vorträge.**

Mit in den Text gedruckten Abbildungen und dem Bildniss des Verfassers.

Zweite Auflage.

Preis M. 5,—; geb. M. 6,20.

Zweiter Band: **Technische Arbeiten.**

Mit 204 in den Text gedruckten Abbildungen.

Zweite Auflage.

Preis M. 7,—; geb. M. 8,20.

Forschen und wissenschaftlich denken, das Erforschte und Erdachte sofort ins Leben einführen und dadurch die Gesittung der Menschen, ihre Wohlfahrt fördern, das ist fürwahr ein beneidenswerthes Loos. Nur wenigen unseres Geschlechts ist solch ein gesegnetes Denken und Wirken, solch ein erfolgekröntes Sinnen und Schaffen vergönnt. Und zu diesen wenigen, wahrhaft glücklich zu preisen, den Sterblichen gehört Werner Siemens. Aehnlich wie jener römische Cäsar denjenigen Tag für verloren hielt, an welchem er keine Gutthat vollbracht, so muss auch unser Siemens sich gesagt haben, dass jeder Tag in seinem Leben ein verlorener für ihn sei, an welchem er nicht eine wissenschaftliche Idee oder eine Entdeckung oder eine Erfindung gemacht. Es liegt nahe, dass in wissenschaftlichen Kreisen sich das Bedürfniss geltend macht, die in mancherlei Fachzeitschriften, in den Sitzungsberichten der verschiedenen Akademien zerstreut sich vorfindenden Arbeiten gesammelt bei einander zu haben, um auf solche Weise ein vollständiges Bild von der Geistesarbeit dieses ungewöhnlichen Mannes zu gewinnen. Es kann bei der Ankündigung von dem Erscheinen solch einer Abhandlungen-Sammlung in den öffentlichen Blättern nun freilich von einer Beurtheilung derselben nicht die Rede sein. Vielmehr kann nur eben auf die erfreuliche Thatsache hingewiesen werden, dass fortan jeder, der sich für die Entwicklung eines der hervorragendsten Männer interessirt, der namentlich auch eine der stolzesten Zierden am deutschen Ruhmeshimmel bildet, ohne Mühe in der Lage ist, die wissenschaftlichen Arbeiten Siemens' seit fast einem halben Jahrhundert vollständig kennen zu lernen.

*Berliner Tageblatt.*

## Ueber die Erhaltung der Sonnen-Energie.

Eine Sammlung von Schriften und Discussionen

VON

**Sir William Siemens,**

F.R.S., D.C.L., L.L.D., Ph.D., Mem. Inst. C.E.

Aus dem Englischen übersetzt von C. E. Worms.

Mit 6 in den Text gedruckten Holzschnitten und einer lithographirten Tafel.

Preis M. 4.—.

Nach den bisherigen Anschauungen über die Strahlung der Sonne wird nur der aller kleinste Theil, nämlich der auf die Planeten (und Kometen) fallende Theil derselben, im Ganzen nicht ein Zweihundert-Millionstel, wirklich im System verworther, es geht also fast die gesammte Sonnenenergie dem Sonnensystem verloren. Diese Ansicht ist gewiss keine befriedigende, wenigstens wenn man bewusst oder unbewusst zu einer teleologischen Auffassung der natürlichen Dinge hinneigt. Der Verfasser hat sich nun die Frage gestellt, ob nicht diese scheinbar verlorene Energie der Sonne in anderer Gestalt zurückgeführt werde, so dass ein Kreislauf entstehe, der immer noch kein perpetuum mobile zu sein braucht, aber doch den wirklichen Verbrauch der Energie auf eine Grösse niedrigerer Ordnung reducire und so die Constanz der Sonnenwärme natürlicher erkläre, als bisher geschehen.

*Literar. Centralblatt.*

## Gesammelte Abhandlungen

zur Lehre von der

## Elektrizität und dem Magnetismus

(Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism.)

VON

**William Thomson.**

Autorisirte deutsche Ausgabe von Dr. L. Levy und Dr. B. Weinstein.

Mit 59 in den Text gedruckten Abbildungen und 3 Tafeln.

Preis M. 14.—; geb. M. 15.20.

Dieser Band enthält hauptsächlich Neudrucke von Artikeln über die statische Elektrizität und andere damit durch die Art der mathematischen Behandlung in Zusammenhang stehende Gegenstände, die ursprünglich zu verschiedenen Zeiten im Verlauf der letzten dreissig Jahre veröffentlicht wurden. Der Rest, etwa ein Viertel des ganzen Bandes, ist jetzt zum ersten Male nach dem Manuscript gedruckt, welches, abgesehen von einem kleinen, etwa zwanzig Jahre alten Theile, mit der Ueberschrift „Elektromagnete“ eigens für die vorliegende Ausgabe geschrieben ist. Der vorliegende Band enthält möglichst vollständig alles, was ich bisher über Elektrostatik und Magnetismus geschrieben habe.

*Aus der Vorrede des Verfassers.*

# Abhandlungen aus der reinen Mathematik

von

**N. Vandermonde.**

In deutscher Sprache herausgegeben

von

**Carl Itzigsohn.**

Preis M. 8,—.

Die neuen Ausgangspunkte und Principien, welche Vandermonde in seinen 1770—72 der französischen Akademie vorgelegten Abhandlungen für die Theorie und die Auflösung der algebraischen Gleichungen feststellt, haben der Algebra einen neuen Aufschwung gegeben und die tiefen Untersuchungen unseres Jahrhunderts auf diesem Gebiete vorbereitet. Man kann der Verlagsbuchhandlung nur dankbar dafür sein, dass sie ihrer deutschen Ausgabe von Eulers Analysis infinitorum und von Cauchys Cours d'analyse die schwer zugänglichen Abhandlungen V's. folgen liess.

*Deutsche Literaturzeitung.*

## Lehrbuch der Physik.

Von

**J. Violle,**

Professor an der École Normale zu Paris.

Deutsche Ausgabe

von

**Dr. E. Gumlich, Dr. L. Holborn, Dr. W. Jaeger, Dr. D. Kreichgauer, Dr. St. Lindeck,**

Assistenten an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

### Erster Theil: Mechanik.

#### Erster Band.

Allgemeine Mechanik und Mechanik der festen Körper.

Mit 257 Textfiguren.

Preis M. 10,—; gebunden M. 11,20.

#### Zweiter Band.

Mechanik der flüssigen und gasförmigen Körper.

Mit 309 Textfiguren.

Preis M. 10,—; gebunden M. 11,20.

### Zweiter Theil: Akustik und Optik.

#### Erster Band.

#### **Akustik.**

Mit 163 Textfiguren.

Preis M. 8,—; gebunden M. 9,20.

#### Zweiter Band.

#### **Optik.**

(Befindet sich unter der Presse.)

Das klar und elegant geschriebene Werk wendet sich an alle, die sich mit der Physik ernstlich beschäftigen wollen oder müssen. Es behandelt eingehend die wichtigeren und weniger bekannten Fragen und giebt im übrigen eine allgemeine Uebersicht, ohne irgend etwas wesentliches auszulassen. Mit anerkennenswerther Besonnenheit hat Violle davon Abstand genommen, aus dem Satze von der Erhaltung der Energie die ganze Physik abzuleiten. Eine leitende Idee kann als Ausgangspunkt der Untersuchung für den Forscher werthvoll sein, aber Versuche und Messung allein zeigen den zuverlässigen Weg zur Gewissheit. Mit grosser Sorgfalt behandelt daher Violle die Verfahren und die Werkzeuge der physikalischen Messung. Dies giebt dem Werke ein besonderes Gepräge; man darf es geradezu im Gegensatz zu den älteren Lehrbüchern gleichen Umfangs als ein Handbuch der praktischen Physik bezeichnen. Eine weitere hoch erfreuliche Neuerung des Buches liegt in der nachdrücklichen Betonung der geschichtlichen Entwicklung eines jeden Problems.

*Himmel und Erde.*

# Abhandlungen aus der Functionenlehre

VON

**Karl Weierstrass.**

Preis M. 12,—; gebunden M. 18,20.

Eine hoch willkommene Gabe für die vielen Verehrer und Bewunderer des Meisters der Analysis. Die Abhandlungen beziehen sich ausschliesslich auf das Gebiet der allgemeinen Functionentheorie: die vier ersten auf die Theorie der eindeutigen Functionen einer Veränderlichen; die fünfte, welche bisher noch nicht im Buchhandel erschienen war, auf eindeutige Functionen mehrerer Argumente; die sechste beschäftigt sich mit der Untersuchung der Periodicität der Functionen mit mehreren Veränderlichen; und die letzte endlich ist die bekannte „Ueber die Theorie der analytischen Facultäten“. So rollt sich in dieser Zusammenstellung ein Bild der Leistungen des Herrn W. auf diesem einen Felde der Mathematik auf, und der Fortschritte, die durch ihn die Analysis erfahren hat. Die mathematische Welt wird mit grosser Freude diese Sammlung begrüssen.

*Deutsche Literaturzeitung.*

## Formeln und Lehrsätze

zum

## Gebrauche der elliptischen Functionen.

Nach Vorlesungen und Aufzeichnungen

VON

**Karl Weierstrass**

bearbeitet und herausgegeben

VON

**H. A. Schwarz.**

**Zweite Ausgabe.**

*Erster Theil (enthaltend Bogen 1—12).*

Preis M. 10,—.

Alle diejenigen, welche sich mit der Theorie oder mit Anwendungen der elliptischen Functionen beschäftigen, wissen, wie grosse Erleichterung es gewährt, eine wohlgeordnete Sammlung zuverlässig richtiger Formeln, welche sich auf diesen wichtigen und ausgedehnten Zweig der Analysis beziehen, als Grundlage benutzen zu können. Die grosse Zahl der in Betracht kommenden Formeln, aus denen für jeden einzelnen Fall der Anwendung die am meisten geeigneten, beispielsweise die für die Ausführung numerischer Rechnungen zweckmässigsten, ausgewählt werden müssen, macht für Jeden, der sich mit elliptischen Functionen oder deren Anwendungen zu beschäftigen hat, eine solche Sammlung zu einem nahezu unentbehrlichen Hilfsmittel.

Diese Erkenntniss hat die unter dem vorstehenden Titel herausgegebene Sammlung hervorgerufen. Der Inhalt derselben bezieht sich auf diejenige Behandlungsweise der elliptischen Functionen, welche Herr Weierstrass in die Wissenschaft eingeführt hat, enthält aber zugleich ein ausgedehntes System von Formeln, welche sich auf den Uebergang von der Jacobischen Bezeichnungsweise zu der von Herrn Weierstrass angewendeten beziehen.

Die erste für einen engeren Kreis von Interessenten bestimmte Ausgabe dieser Formelsammlung wurde in kurzer Zeit völlig vergriffen.

# Handbuch der Physikalischen Maassbestimmungen

von

**Dr. B. Weinstein,**

Privatdocent an der Universität zu Berlin  
und Mitarbeiter bei der Kaiserlichen Normal-Maass-Kommission.

**3 Bände.**

Erster Band:

**Die Beobachtungsfehler, ihre rechnerische  
Ausgleichung und Untersuchung.**

Preis M. 14,—; geb. M. 15,20

Zweiter Band:

**Einheiten und Dimensionen,  
Messungen für Längen, Massen, Volumina  
und Dichtigkeiten.**

Preis M. 14,—; geb. M. 15,20.

Dritter Band (in Vorbereitung):

**Messungen für Drucke und Kräfte, thermische, optische, elektrische  
und magnetische Maassbestimmungen.**

Im Gegensatze, namentlich zum Astronomen und Geodäten, fehlte dem Physiker bisher ein Werk, welches in ausreichender Weise und mit der nöthigen Begründung die Methoden der Verarbeitung der von ihm erhaltenen Versuchsergebnisse darstellte, ihm die Ableitung des wahrscheinlichsten Resultates aus denselben stets mit Fehlern behafteten, aus seinen Beobachtungen gewonnenen Zahlen und die Bestimmung der Zuverlässigkeit dieses Resultates lehrte. Nicht als ob bei physikalischen Arbeiten diese Bestimmungen versäumt worden wären; der Forscher musste aber bisher sich seine Methode selbst bilden oder dieselbe aus astronomischen und geodätischen Werken entlehnend auf den von ihm behandelten Fall anwenden. Die physikalischen Lehrbücher gingen nur auf die erhaltenen Resultate ein; die Methoden, nach denen dieselben erhalten worden waren, mussten aus den Originalarbeiten oder aus Unterweisungen beim Arbeiten im Laboratorium entnommen werden. Durch das Erscheinen des kleinen Leitfadens der Physik von Kohlrausch, welches Buch zum ersten Male auf die Kunst des physikalischen Experimentirens einging und auch die erhaltenen Zahlen in richtiger Weise verwenden lehrte, wurde dieser Uebelstand wohl gebessert, aber nicht in ausreichender Weise. Der Leitfaden trug also nur dazu bei, das Bedürfniss nach einem erschöpfenden Werk, welches den vielen entsprechenden astronomischen und geodätischen würdig an die Seite trat, noch mehr hervorzuheben, und diesem Bedürfniss will das vorliegende Buch abhelfen, dessen Verfasser seine langjährigen Arbeiten bei der Kaiserlichen Normal-Maass-Kommission unter der Leitung des Geh. R. Förster hierzu besonders befähigt machten. Davon legt das Buch selbst das vollgiltigste Zeugnis ab. Das Verständniss der vorgetragenen Theorien wird in der glücklichsten Weise durch vollständige Durchführung von Beispielen aus den verschiedensten Theilen der Physik erleichtert, die geeignet sind, als Muster zu dienen, und so kann, auch im Hinblick auf die vortreffliche Ausstattung, das Handbuch der physikalischen Maassbestimmungen auf das wärmste empfohlen werden.

*Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure.*



# Die Bestimmung des Molekulargewichts

in  
theoretischer und praktischer Beziehung.

Von

**Dr. Karl Windisch.**

Mit einem Vorwort von Professor Dr. Eugen Sell.

Mit in den Text gedruckten Figuren.

Preis M. 12,—; geb. M. 18,20.

Das zeitgemässe Buch enthält eine sehr fleissige Zusammenstellung der auf die Theorie und Praxis der Molekulargewichtsbestimmungen bezüglichen Arbeiten. Nach einer Einleitung über die geschichtliche Entwicklung des Molekularbegriffs werden zunächst die chemischen Methoden, sodann die physikalischen, und zwar die aus dem Gasvolumengewicht, dem osmotischen Druck, der Gefrierpunkterniedrigung, der Dampfdruckverminderung und der Löslichkeitsänderung erörtert. Es folgen dann die Erscheinungen der gewöhnlichen und der elektrolytischen Dissociation, die Bestimmung der Molekulargewichte aus den elektromotorischen Kräften und endlich die Molekulargewichte fester Körper nach van't Hoff's Theorie der festen Lösungen. Der Verfasser hat eine sehr schätzbare Vollständigkeit in der Zusammenstellung und Bearbeitung der vorhandenen Litteratur erreicht, wie ich denn in der That keine Lücke von irgend welchem Belang gefunden habe. In der Darstellung hält er sich mit Recht vorwiegend an den Wortlaut der Originale. Das Buch ist somit für jeden Chemiker, insbesondere für die lehrenden Kollegen, von grossem Nutzen.

*Zeitschrift für physik. Chemie.*

## Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Organ für

Mittheilungen aus dem gesammten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben unter Mitwirkung

der zweiten (technischen) Abtheilung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Redaktion: Dr. A. Westphal in Berlin.

Jährlich 12 Hefte.

Preis für den Jahrgang M. 18,—.

## Zeitschrift

für den

## Physikalischen und Chemischen Unterricht.

Unter der besonderen Mitwirkung

von

und

**Dr. E. Mach,**

Professor an der deutschen Universität  
zu Prag.

**Dr. B. Schwalbe,**

Professor und Direktor des Dorotheen-  
städtischen Realgymnasiums zu Berlin.

herausgegeben

von

**Dr. F. Poske.**

— jährlich 6 Hefte. —

Preis für den Jahrgang M. 10,—.





1893.

N: 12.

**ANNALEN**  
DER  
**PHYSIK UND CHEMIE.**

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

**V. A. C. SEHN, L. W. GILBERT, J. C. FOCKENBERG.**

**NEUE FOLGE**

**BAND 50. HEFT 4.**

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT ZWESUNDACHTZIGSTEN BANDES  
VIERTES HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

UND IHRENSCHREIBER DES HEFTES

**H. VON HELMHOLTZ**

HERAUSGEGEBEN VON

**G. UND E. WIEDEMANN.**

MIT EINER TAFEL.



**LEIPZIG, 1893.**

**VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.**  
**(ARTHUR MEINER.)**

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den  
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in  
12 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 36 M.

# Inhalt.

|                                                                                                                                                                               | Seite |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1. W. Hallwachs. Ueber eine Differentialmethode mit streifen-<br>der Incidenz zur Bestimmung der Unterschiede der Licht-<br>brechungsverhältnisse von Flüssigkeiten . . . . . | 577   |
| 2. P. Glan. Ueber die Änderung der Intensität des parallel der<br>Einfallsebene polarisirten Lichtes durch Reflexion an Glas . . . . .                                        | 590   |
| 3. P. Drude. Ueber die Phasenänderung des Lichtes bei der<br>Reflexion an Metallen . . . . .                                                                                  | 595   |
| 4. J. R. Rydberg. Beiträge zur Kenntnis der Linienspectren . . . . .                                                                                                          | 626   |
| 5. W. König. Hydrodynamisch-akustische Untersuchungen . . . . .                                                                                                               | 639   |
| 6. L. Austin. Experimentaluntersuchungen über die elastische<br>Längs- und Torsionsnachwirkung in Metallen . . . . .                                                          | 659   |
| 7. H. Lüdtko. Ueber die Eigenschaften verschiedener Silber-<br>modifikationen . . . . .                                                                                       | 678   |
| 8. A. Gockel. Ueber Thermoketten aus Electrolyten und un-<br>polarisierbaren Electroden . . . . .                                                                             | 696   |
| 9. O. Grotrian. Der Magnetismus eiserner Hohl- und Vollcylinder . . . . .                                                                                                     | 705   |
| 10. G. Uday Yule. Ueber den Durchgang electrischer Wellen<br>durch Electrolytenschichten . . . . .                                                                            | 742   |
| 11. F. Himstedt. Ueber einige Abänderungen am Thomson'schen<br>Quadrantalelectrometer . . . . .                                                                               | 752   |
| 12. J. W. Giltay. Ein geeichtes Electrodynamometer, insbesondere<br>für electrotherapeutische Zwecke . . . . .                                                                | 756   |
| 13. L. Graetz. Eine neue Methode zur Messung von Selbstpoten-<br>tialen und Inductionscoefficienten . . . . .                                                                 | 766   |
| 14. D. A. Goldhammer. Nochmals über die electrische Theorie<br>magnetooptischer Erscheinungen . . . . .                                                                       | 772   |
| Namensregister . . . . .                                                                                                                                                      | 773   |

Die geehrten Herren Mitarbeiter erlaubt sich die Redaction der *Annalen* ergebenst zu ersuchen:

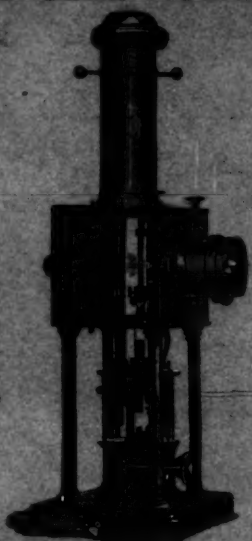
- 1) Die Manuscripte druckfertig einzuliefern und in den Correcturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten;
- 2) die Zeichnungen in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuscript selbst einzuzichnen), sowie, da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, recht genau die Stelle des Manuscriptes anzugeben, wo sie hingehören;
- 3) Citate am Rande oder unten auf den Seiten der Manuscripte (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen;
- 4) falls ausnahmsweise mehr als die 50 % der Verlagsbuchhandlung kostenfrei gelieferten Sonderabdrücke gewünscht werden, dies bei Rücksendung des ersten Correcturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite gefälligst bemerken, alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mittheilungen aber an die Verlagsbuchhandlung richten zu wollen.

Anderweitiger Abdruck der für die *Annalen* bestimmten Abhandlungen oder Uebersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaction und Verlagsbuchhandlung gestattet.

# Apparate

zur objectiven Darstellung  
der Spectral- und Polarisation-Erscheinungen,  
mikroskopischer Vergrößerungen photographi-  
scher und gemalter Bilder von wissenschaft-  
lichen Gegenständen, von Gebrüder A. & W.

Optisches Institut von



A. Krüss in Hamburg.

## Glasphotogramme.

Probestücke auf portatilen Anforderungen  
gilt.

Optisches Institut  
von A. Krüss in Hamburg.

Mehreren Wünschen ent-  
sprechend Hess ich das im ersten  
Hefte dieses Bandes enthaltene  
Portrait des

**Herrn Geheimr. G. Wiedemann**

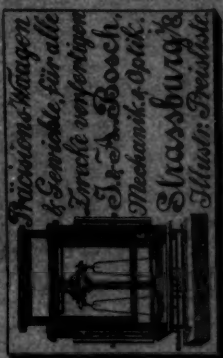
auf Papier mit breitem Rande  
zum Einrahmen herstellen und  
biete es zum Ankaufe an.

Preis in Rolle verpackt M. 150.

**Johann Ambrosius Barth**

(Arthur Meiner)

in Leipzig.



Präzisions-Wagen  
& Gewichte, für alle  
Zwecke vorfertigen  
J. & W. Bosch,  
Mechanik & Optik.  
Strassburg  
Hessl. Preussische

## Chemische Fabrik List vor Hannover,

**E. de Haën,**

gegründet 1861

fabricirt technische und pharmaceutische Producte  
aller Art.



Verlag von **Friedrich Vieweg & Sohn** in Braunschweig.  
(Zu beziehen durch jede Buchhandlung.)

Sieben erschienen:

## Physikalische Chemie der Krystalle.

Von **Andreas Arzruni**

Mit 8 Abbildungen. gr. 8. geh. Preis 7 Mark 50 Pf.



# Astatische Spiegelgalvanometer,

modificirt von

**Dr. H. E. J. G. du Bois und Dr. H. Rubens.**

Quarzfäden für Galvanometer und Fadenkreuze,  
Messinstrumente, Rheostaten, Funkeninductoren,  
Vorschaltwiderstände, physikalische Apparate,  
Elemente und Tauchbatterien.

**Keiser & Schmidt,**

Berlin N., Johannisstrasse 20.

## Lichtelektrische Apparate

nach Elster u. Götzel. *Amalgam-Apparate* (Wied. Ann. 42, p. 564, Fig. 1) und *Kaliumzellen* (Wied. Ann. 43, p. 225) sowie dazu passende Säulen und Elektroskope liefert

**Louis Müller-Unkel,**  
Braunschweig, Rebenstr. 13.

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

Bisher erschienen:

## Physikalisch-Chemische Tabellen.

Unter Mitwirkung von

Dr. C. Ba us (Washington), Blaschke (Berlin), Dr. E. Hellborn (Berlin),  
Prof. Dr. H. Kayser (Hannover), Dr. E. Lenz (Berlin), Regierungsrath Dr. L. Löwenherz (f. Berlin),  
Dr. W. Marekwald (Berlin), Geh. Admiralitätsrath Prof. Dr. G. Neumayer (Hamburg),  
Dr. E. Rimbach (Berlin), Dr. K. Schell (Berlin), Dr. O. Schürrock (Berlin), Dr. F. Schütt (Berlin),  
Dr. H. Traube (Berlin), Dr. W. Traube (Berlin), Regierungsrath Dr. B. Weinstein (Berlin)

Herausgegeben von

**Dr. Hans Landolt**

und

**Dr. Richard Bärnstein**

Professor an der Universität Berlin, Director  
des II. Chemischen Instituts

Professor der Physik an der Landwirtschafts-  
lichen Hochschule zu Berlin.

Zweite stark vermehrte Auflage.

Quartformat. XII u. 566 Seiten. — Preis elegant in Moleskine geb. M. 24.—.

Zu beziehen durch alle Buchhandlungen.

Hierzu drei Bellagen von Julius Springer in Berlin N.  
und Johann Ambrosius Barth (Arthur Meiner) in Leipzig.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

